Музыка в цифрах

Кузьмина Анна Юрьевна, Разживина Ирина Валерьевна

Елабужский институт Казанского федерального университета

Факультет иностранных языков

Научный руководитель: Миронова Юлия Николаевна

Аннотация: *В данной статье мы рассматриваем взаимосвязь между музыкой и математикой.В своей работе мы выдвинули следующую гипотезу: любое музыкальное произведение можно представить, как некую математическую модель*.

В своих трудах ученые неоднократно делали попытки представить музыку как некую математическую модель. Приведем, к примеру, одну из цитат из работы Леонарда Эйлера "Диссертация о звуке", написанная в 1727 году: "Моей конечной целью в этом труде было то, что я стремился представить музыку как часть математики и вывести в надлежащем порядке из правильных оснований все, что может сделать приятным объединение и смешивание звуков".

Свое отношение к математике и музыки ученые высказывались в своих личных переписках. Так, к примеру, Лейбниц в письме Гольдбаху пишет: "Музыка есть скрытое арифметическое упражнение души, не умеющей считать". На что Гольдбах ему отвечает: "Музыка – это проявление скрытой математики".

Однако, одним из первых, кто попытался выразить красоту музыки с помощью чисел, был Пифагор. Он создал свою школу мудрости, положив в ее основу два предмета – музыку и математику. Музыка, как одно из видов искусств, воспринималась наряду с арифметикой, геометрией и астрономией как научная дисциплина, а не как практическое занятие искусством.

Пифагор считал, что гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба этих занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга. Он был не только философом, но и математиком, и теоретиком музыки. Родился Пифагор около 570 года до нашей эры на острове Самосее. Пифагор основал науку о гармонии сфер, утвердив ее, как точную науку. Известно, что пифагорейцы пользовались специальными мелодиями против ярости и гнева. Они проводили занятия математикой под музыку, так как заметили, что она благотворно влияет на интеллект. Он учился музыки в Египте и сделал ее предметом науки в Италии. Пифагор считал, что гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба этих занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга. Одним из достижений Пифагора и его последователей в математической теории музыки был разработанный ими

«Пифагоров строй». Новая технология использовалась для настройки популярного в то время инструмента – лиры. Тем не менее, «Пифагоров строй» был несовершенен, как и древнегреческая арифметика. Расстояние между соседними звуками «Пифагорова строя» неодинаковые. Он – неравномерный. Чтобы сыграть мелодию, от какой- либо другой ноты, лиру каждый раз нужно перенастраивать. Исследованию музыки посвящали свои работы многие величайшие математики, такие как: Рене Декарт (его первый труд - “CompendiumMusicae” в переводе “Трактат о музыке”) , Готфрид Лейбниц, Христиан Гольдбах, ЖанД’Аламбер, Даниил Бернулли и другие.

«Раздумывая об искусстве и науке, об их взаимосвязях и противоречиях, мы пришли к выводу, что математика и музыка находятся на крайних полюсах человеческого духа, что этими двумя антиподами ограничивается и определяется вся творческая и духовная деятельность человека. Что между ними размещается все, что человечество создало в области наук и искусства» – писал Г. Нейгауз. Изучив работы ученых, нами было установлено, что в прошлом были неоднократные попытки рассматривать музыку, как один из объектов изучения математики. Таким образом, многие учёные в древности считали, что гармония чисел является сродни гармонии звуков и дополняет друг друга, музыку и математику.

Исследования музыкальных произведений

Произведение Г. Гладкова «Бременские музыканты»

Попробуем сделать математическую модель этого произведения: каждой ноте мы присвоили номер ступени. Цифра 1 – I ступень, 2 – II ,3 – III, 4 – IV, 5 – V ,6 – VI ,7 – VII, 8 – I, 9 – II ,0 – III. Переложили ноты на числа и получили при этом такой ряд чисел:

11123313 / 535 / 44432246 / 545 / 3353 / 666716 / 22217572 / 176 / 4561 / 7672 / 321117 / 176213 / 444443 / 22221 /.

Черта между цифрами служит тактовой четой, то есть делит их на такты, так как сделано в произведении. В музыке есть понятие – устойчивые ступени, на которых строится тоническое трезвучие (T5/3): 1, 3, 5 ступени. Если в каждом полном такте сложить номера устойчивых ступеней, то мы заметим следующую закономерность.В первом такте сумма равна 13 (1+1+1+3+3+1+3), во II – тоже 13 (5+5+3), в III – 3 (3), в IV – 10 (5+5), в V – 14 (3+3+5+3), в VI – 1, в VII – 6 (5+1), в VIII – 1, в IX – 6 (5+1), в X – 0, в XI – 6 (3+1+1+1), в XII – 4 (1+3), в XIII – 3, в XIV – 1. Получили ряд чисел: 13, 13, 3, 10, 14, 1, 6, 1, 6, 0, 6, 4, 3, 1.

Вывод: Следовательно, наблюдаем, что в произведении повторяется группа цифр: 14, 13, 10, 6, 4, 3 ,1, 0.Теперь попробуем перемножить в каждом такте номера ступеней.Получили числа в соответствии с номерами тактов:

I.	54	(1*1*1*2*3*3*1*3)
II.	75	(5*3*5)
III.	18432	(4*4*4*3*2*2*4*6)
IV.	100	(5*4*5)
V.	135	(3*3*5*3)
VI.	9072	(6*6*6*7*1*6)
VII.	3920	(2*2*2*1*7*5*7*2)
VIII.	12	(1*7*6)
IX.	120	(4*5*6*1)
X.	228	(7*6*7*2)
XI.	336	(3*2*2*2*2*7)
XII.	252	(1*7*6*2*1*3)
XIII.	3072	(4*4*4*4*4*3)
XIV.	16	(2*2*2*2*1)

Имеем следующий ряд чисел: значения в I (11123313) и II (535); III (44432246) и XIII (444443); VI (666716), VIII (176) и XIV (22221); XI (322227), IX (4561) и VII (22217572) тактах получились разные за счет того, что количество нот в них различное.

Классическое произведение И. С. Баха «Прелюдия №1»

Рассмотрим шесть тактов этого произведения.

Получили следующий ряд чисел:

1351351313513513 / 1262462412624624 / 7252452472524524 / 1351351313513513 / 1263663613636636 / 1262462412624624 /…

Сложим цифры – устойчивые ступени.I – 44, II – 2, III – 20, IV – 44, V – 17, VI – 2… Получили ряд чисел: 44, 2, 20, 44, 17, 2.Следовательно, наблюдаем, что в произведении повторяется группа цифр: 44 и 2.Теперь попробуем перемножить в каждом такте номера ступеней.

Получили числа в соответствии с номерами тактов:

I.	455625	(1*3*5*1*3*5*1*3*1*3*5*1*3*5*1*3)
II.	21233664	(1*2*6*2*4*6x2x4x1x2x6x2x4x6x2x4)
III.	501760000	(7x2x5x2x4x5x2x4x7x2x5x2x4x5x2x4)

IV.	455625	(1х3х5х1х3х5х1х3х1х3х5х1х3х5х1х3)
V.	136948896	(1х2х6х3х6х6х3х6х1х3х6х3х6х6х3х6)
VI.	21233664	(1х2х6х2х4х6х2х4х1х2х6х2х4х6х2х4)

Числа I и IV, II и VI тактов повторяются, следовательно представляют математическую модель, которая имеет числовую закономерность.

Таким образом, для любого музыкального произведения можно создать математическую модель, которая будет иметь числовые закономерности. Однако, в ходе выполнения исследования, выше перечисленными способами, нами выявлено, что каждый числовой ряд имеет свою математическую закономерность (из-за разного количества нот в тактах). Таким примером является музыкальное произведение «Бременские музыканты».

Заключение

В нашей исследовательской работе мы выдвинули гипотезу о том, что любое музыкальное произведение можно представить как математическую модель, которая будет иметь числовые закономерности. По изложенному в работе способу перевода из нот в числовой ряд следует, что таких способов перевода может быть несколько. В работе мы рассмотрели два способа: это сложение устойчивых ступеней и произведения устойчивых ступеней.

Однако, в ходе выполнения исследования музыкальных произведений, выше перечисленными способами, нами выявлено, что не каждый числовой ряд имеет такую математическую закономерность. Таким примером является музыкальное произведение «Бременские музыканты».

Список литературы

1.Деплан И. Я. Мир чисел. М.: «Просвещение», 2005

2. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа М.: Наука, 1990, 192с.

3. Холопов Ю. Н. Консонанс и диссонанс // Музыкальный энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1990.

4. Хорошо темперированный клавир: Ноты произведений на InternationalMusicScoreLibraryProject

5. Шарапкина Е. П. Гармония математики и музыки/ П.Е.Шарапкина // Университетские чтения 2006г.

6. Энциклопедия для детей. Т. 7. Искусство. Ч. 1. – Э68-е изд., испр. /Глав. Ред. М.Д. Аксенова. – М..6 Аванта +, 2006 – 688 с.: ил.

7. Энциклопедический словарь юного музыканта Э68 /сост. В.В. Медушевский, О.О. Очаковская. – М.: Педагогика, 2007. – 352с., ил.

8. Энциклопедический словарь юного математика. М.; «Педагогика» 1985г