

# Исследование функций на четность

Бострикова Юлия Семеновна

*Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета*

*Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и прикладной информатики Миронова Юлия Николаевна*

## Введение

Функция – одно из основных общенаучных и математических понятий. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира.

Еще в древности зародилась идея о зависимости функций. Это видно по записям первых математических соотношений между величинами, в первых правилах действий над числами и в первых формулах для нахождения параметров геометрических фигур. Нахождение площади круга, теорема об отношении площадей круга и квадрата на его диаметре, конические сечения – все это нам дали первые исследования функции, которые проводили древние греки и индийцы. Большое значение функция сохраняет и по сей день. Сложно поверить, но не зная закономерностей между величинами, мы бы не смогли создать первый компьютер или полететь в космос.

## История возникновения функции

В 1692 году немецкий математик, Готфрид Вильгельм Лейбниц, впервые использовал термин «функция» в собственном научном журнале «ActaEruditorum». Само определение функции дал Иоганн Бернулли: *«Функцией переменной величины называется количество, образованное каким угодно способом преобразования этой переменной величины и постоянных».*

Многие математики и ученые, такие как Фурье, Лобачевский, Дирихле, внесли свой вклад в развитие этого термина, и вот каким стало общепризнанное определение: *«Переменная величина называется функцией переменной величины  $x$ , если каждому значению величины  $x$  соответствует единственное определенное значение величины  $y$ ».*

## Определения

Функция  $f(x)$  называется **четной**, если для любого  $x$  выполняются условия:

- 1) Область определения  $D(f)$  функции  $f$  симметрична относительно оси  $OY$ , то есть если некоторая точка  $a$  принадлежит области

определения функции, то соответствующая точка  $-a$  тоже должна принадлежать области определения заданной функции;

- 2)  $f(-x) = f(x)$ , то есть в симметричных точках  $x$  и  $-x$  функция  $f$  принимает одинаковые значения.

График четной функции на всей области определения симметричен относительно оси  $OY$ . Четные функции обладают такими алгебраическими свойствами: сумма, разность и произведение двух четных функций являются четными функциями. Примеры четных функций:  $y = |x|$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^2 + |x|$ ,  $f(x) = x^{2k}$ ,  $y = \cos x$ .

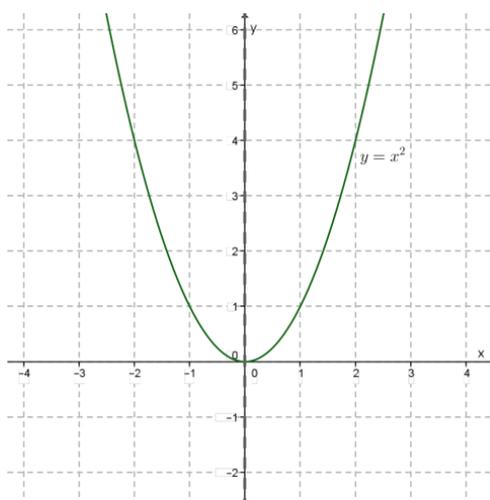


Рисунок 1. График функции  $y = x^2$

Функция называется **нечетной**, если для любого  $x$  выполняются условия:

- 1) Область определения  $D(f)$  функции  $f$  симметрична относительно начала координат;
- 2)  $f(-x) = -f(x)$ .

Примерами нечетных функций являются:  $y = x^3$ ,  $y = x$ ,  $y = \sin x$ .

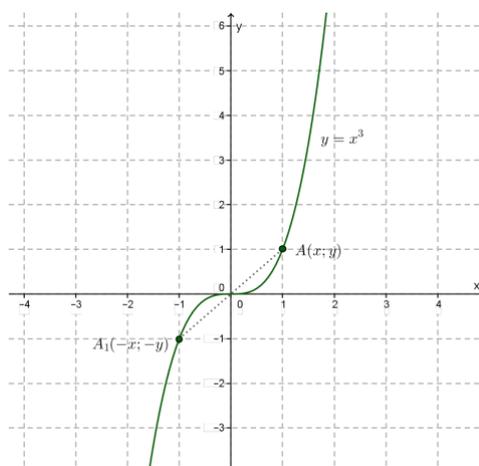


Рисунок 2. График функции  $y = x^3$

Если функция принимает нулевое значение в области определения и ее область определения не симметрична относительно начала координат, то такая функция не является ни четной, ни нечетной. Примеры:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = e^x$ .

### Исследование функции на четность и нечетность

Чтобы исследовать функцию на четность и нечетность, надо проверить, симметрична ли область определения функции относительно начала координат, то есть выполняется ли равенство  $f(-x) = f(x)$ , и если это так, значит, функция четная. Если выполняется равенство  $f(-x) = -f(x)$ , значит, функция нечетная.

#### Примеры:

- 1) Исследовать функцию  $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6$  на четность и нечетность.

Рассмотрим значение функции в точке  $(-x)$ :

$$f(-x) = 2 * (-x)^4 - 3 * (-x)^2 + 6 = 2x^4 - 3x^2 + 6 = f(x)$$

Для заданной функции выполняется условие  $f(-x) = f(x)$ , значит, она четная.

- 2) Исследовать функцию  $f(x) = 8x^3 - 7x$  на четность и нечетность.

Рассмотрим значение функции в точке  $(-x)$ :

$$f(-x) = 8 * (-x)^3 - 7 * (-x) = -8x^3 + 7x = -(8x^3 - 7x) = -f(x)$$

Для заданной функции выполняется условие  $f(-x) = -f(x)$ , значит, она нечетная.

- 3) Исследовать функцию  $f(x) = x^4 - 4x + 5$  на четность и нечетность.

Найдем значение функции в точке  $(-x)$ :

$$f(-x) = (-x)^4 - 4 * (-x) + 5 = x^4 + 4x + 5$$

Для заданной функции не выполняется ни одно условие  $f(-x) \neq f(x)$ ;  $f(-x) \neq -f(x)$ , значит, она не является ни четной, ни нечетной.

### **Заключение**

В настоящее время математика захватила нашу жизнь полностью. Мы уже не представляем мир без технологий, а они совершенствуются с каждым днем, и то, что 100 лет назад казалось фантастикой, сейчас реально. Кто-то скажет, что это заслуга генетики или, например, социологии, но он будет ошибаться, так как без математики ничего этого не было бы.

### **Список литературы**

1. Евстафьева В.Ю. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. Москва: «Дрофа», 2000
2. Максименко В.Н. Математический анализ в примерах и задачах: Часть 2. Москва: «НГТУ», 2002
3. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа. Москва: «Просвещение», 1990
4. Никольский С.Н. Курс математического анализа, учебник. Москва: «Физматлит», 2002