

Исследование функций на четность

Бострикова Юлия Семеновна

Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета

Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и прикладной информатики Миронова Юлия Николаевна

Введение

Функция – одно из основных общенаучных и математических понятий. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира.

Еще в древности зародилась идея о зависимости функций. Это видно по записям первых математических соотношений между величинами, в первых правилах действий над числами и в первых формулах для нахождения параметров геометрических фигур. Нахождение площади круга, теорема об отношении площадей круга и квадрата на его диаметре, конические сечения – все это нам дали первые исследования функции, которые проводили древние греки и индийцы. Большое значение функция сохраняет и по сей день. Сложно поверить, но не зная закономерностей между величинами, мы бы не смогли создать первый компьютер или полететь в космос.

История возникновения функции

В 1692 году немецкий математик, Готфрид Вильгельм Лейбниц, впервые использовал термин «функция» в собственном научном журнале «ActaEruditorum». Само определение функции дал Иоганн Бернулли: *«Функцией переменной величины называется количество, образованное каким угодно способом преобразования этой переменной величины и постоянных».*

Многие математики и ученые, такие как Фурье, Лобачевский, Дирихле, внесли свой вклад в развитие этого термина, и вот каким стало общепризнанное определение: *«Переменная величина называется функцией переменной величины x , если каждому значению величины x соответствует единственное определенное значение величины y ».*

Определения

Функция $f(x)$ называется **четной**, если для любого x выполняются условия:

- 1) Область определения $D(f)$ функции f симметрична относительно оси OY , то есть если некоторая точка a принадлежит области

определения функции, то соответствующая точка $-a$ тоже должна принадлежать области определения заданной функции;

- 2) $f(-x) = f(x)$, то есть в симметричных точках x и $-x$ функция f принимает одинаковые значения.

График четной функции на всей области определения симметричен относительно оси OY . Четные функции обладают такими алгебраическими свойствами: сумма, разность и произведение двух четных функций являются четными функциями. Примеры четных функций: $y = |x|$, $y = x^2$, $y = x^2 + |x|$, $f(x) = x^{2k}$, $y = \cos x$.

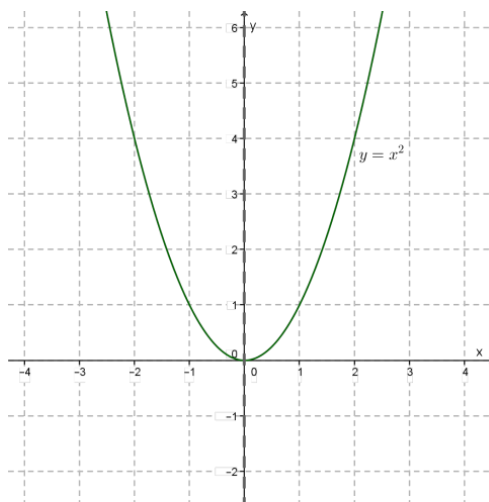


Рисунок 1. График функции $y = x^2$

Функция называется **нечетной**, если для любого x выполняются условия:

- 1) Область определения $D(f)$ функции f симметрична относительно начала координат;
- 2) $f(-x) = -f(x)$.

Примерами нечетных функций являются: $y = x^3$, $y = x$, $y = \sin x$.

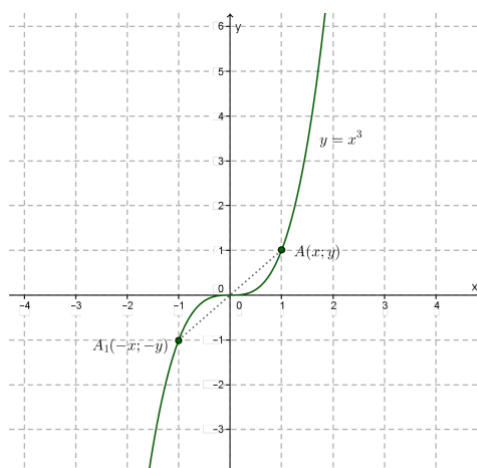


Рисунок 2. График функции $y = x^3$

Если функция принимает нулевое значение в области определения и ее область определения не симметрична относительно начала координат, то такая функция не является ни четной, ни нечетной. Примеры: $y = \sqrt{x}$, $y = e^x$.

Исследование функции на четность и нечетность

Чтобы исследовать функцию на четность и нечетность, надо проверить, симметрична ли область определения функции относительно начала координат, то есть выполняется ли равенство $f(-x) = f(x)$, и если это так, значит, функция четная. Если выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$, значит, функция нечетная.

Примеры:

- 1) Исследовать функцию $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6$ на четность и нечетность.

Рассмотрим значение функции в точке $(-x)$:

$$f(-x) = 2 * (-x)^4 - 3 * (-x)^2 + 6 = 2x^4 - 3x^2 + 6 = f(x)$$

Для заданной функции выполняется условие $f(-x) = f(x)$, значит, она четная.

- 2) Исследовать функцию $f(x) = 8x^3 - 7x$ на четность и нечетность.

Рассмотрим значение функции в точке $(-x)$:

$$f(-x) = 8 * (-x)^3 - 7 * (-x) = -8x^3 + 7x = -(8x^3 - 7x) = -f(x)$$

Для заданной функции выполняется условие $f(-x) = -f(x)$, значит, она нечетная.

- 3) Исследовать функцию $f(x) = x^4 - 4x + 5$ на четность и нечетность.

Найдем значение функции в точке $(-x)$:

$$f(-x) = (-x)^4 - 4 * (-x) + 5 = x^4 + 4x + 5$$

Для заданной функции не выполняется ни одно условие $f(-x) \neq f(x)$; $f(-x) \neq -f(x)$, значит, она не является ни четной, ни нечетной.

Заключение

В настоящее время математика захватила нашу жизнь полностью. Мы уже не представляем мир без технологий, а они совершенствуются с каждым днем, и то, что 100 лет назад казалось фантастикой, сейчас реально. Кто-то скажет, что это заслуга генетики или, например, социологии, но он будет ошибаться, так как без математики ничего этого не было бы.

Список литературы

1. Евстафьева В.Ю. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. Москва: «Дрофа», 2000
2. Максименко В.Н. Математический анализ в примерах и задачах: Часть 2. Москва: «НГТУ», 2002
3. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала анализа. Москва: «Просвещение», 1990
4. Никольский С.Н. Курс математического анализа, учебник. Москва: «Физматлит», 2002