Операции над множествами

Абдрашитова Динара Радиевна

студентка факультета иностранных языков

Елабужского Института КФУ,

Научный руководитель: Миронова Юлия Николаевна

Аннотация: *В статье ставится задача рассмотреть некоторые операции над множествами и привести примеры решения задач, применяя формулы и теорию об операциях над множествами.*

Множество – это совокупность объектов, воспринимаемых как единое целое.

Множества обозначают прописными латинскими буквами (A, B, X…), а элементы этих множеств (x, y…)– строчными латинскими буквами.

$x \in E$ означает что *x*– это элемент или точка множества E, или *x*принадлежит E.

$x \notin E$ означает, что *x*не принадлежит E.

$x = y$означает, что *x* совпадает с *y*.

$x \neq y$означает, что *x*отлично от *y*.

$A \subset B, (B \subset A)$ означает, что Авходит в В(или наоборот А – часть множества В).

$A \subseteq B$ означает, что каждый элемент из множества *A*также является элементом множества *B*.

Если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $A = B$.

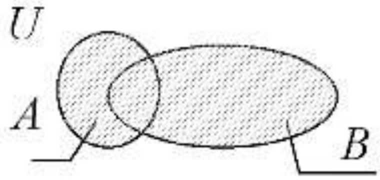
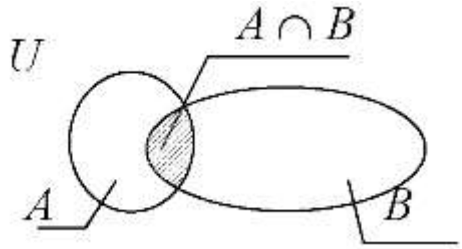
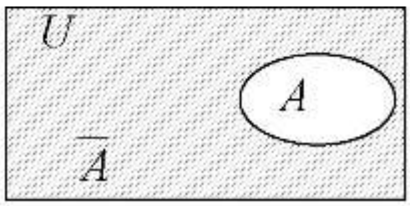
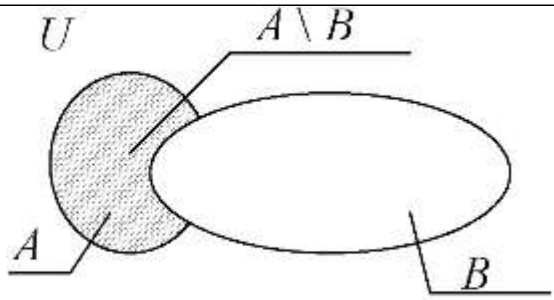
$A \not\subset B$означает, что *A* не содержится в *B*.

$\{x \in A | P(x)\}$ означает, что часть *A* состоит из всех тех элементов *x*из*A*, для которых истинно свойство *P(x)*.

$\emptyset = \{x \in A | x \neq x\}$ - пустое множество. Любые два пустых множества равны.

$\{x\}$ – означает, что множество состоит из одного элемента *x*.

Рассмотрим некоторые операции над множествами:

Название операции и обозначение	Определение	Диаграмма
Объединение $A \cup B$	$A \cup B = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$	
Пересечение $A \cap B$	$A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$	
Дополнение A в U	$\overline{A} = U \setminus A$ $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$	
Разность $A \setminus B$	$A \setminus B = \{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$	

Приведем примеры решения задач с использованием операций над множествами.

Пример 1.

Пусть задано универсальное множество $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ и его подмножества $A = \{x_1, x_3, x_4\}$ и $B = \{x_1, x_2, x_3, x_6\}$. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$.

Решение:

1)$A \cup B = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$, тогда $A \cup B = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6\}$

2) $A \cap B = \{x \mid x \in A$ и $x \in B\}$, тогда $A \cap B = \{x_1, x_3\}$

3) $\overline{A \cup B} = U\setminus(A \cup B)$, тогда $\overline{A \cup B} = \{x_5\}$

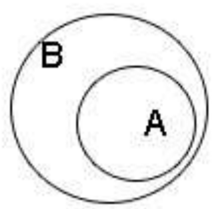
4) $\overline{A \cap B}= U\setminus(A \cap B)$, тогда $\overline{A \cap B} = \{x_2, x_4, x_5, x_6\}$.

Пример 2.

Если $A \subset B$, то чему равно $A \cup B$, $A \cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$?

Решение:

Множество А строго включено во множество В:



1) Объединение множеств состоит из тех элементов, которые есть или в А, или в В, то есть, $A \cup B = \{x|x \in A \text{ или } x \in B\}$. Так как все элементы множества А совпадают с частью элементов множества В, то $A \cup B = \{x|(x \in A) \vee (x \in B)\}$. Следовательно, если $A \cup B$, то $A \cup B = B$.
2) Пересечение множеств состоит из тех элементов, которые есть и в Аи в В, то есть, $A \cap B = \{x|x \in A \text{ и } x \in B\}$. Следовательно, если $A \subset B$, то $A \cap B = A$.
3) Разность множеств $A\setminus B$ состоит из тех элементов, которые есть в А, но которых нет в В, то есть, $A\setminus B = \{x|(x \in A) \wedge (x \notin B)\}$. Следовательно, если $A \subset B$, то $A\setminus B = \emptyset$.
4) Разность множеств $B\setminus A$ состоит из тех элементов, которые есть в В, но нет в А, то есть, $B\setminus A = \{x|(x \in B) \wedge (x \notin A)\}$. Как мы уже нашли, $A \cap B = A$. Следовательно, если $A \subset B$, то $B\setminus A = B - (A \cap B)$.

Пример 3.

Возьмем множество всех натуральных чисел N и множества $A = \{1,2\}$, $B = N\setminus A$, $C = \{A, B\}$. Верно ли суждение $1 \in C$?

Решение:

Кажется, что множество Ссодержит все натуральные числа, но на самом деле в нем нет ни одного натурального числа.Действительно, $1 \neq A$ и $1 \neq B$, следовательно, $1 \notin C$.

Список литературы:

1. Аминова А.В. Элементы теории множеств. - Казань: Казанский гос. ун-т, 2008. – 46 с.
2. Лавров И.А, Максимова Л.Л.Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – Физматлит,2004. – 256 с.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Начала теории множеств. М.: МЦНМО. 1999. — 124 с.
4. Введение в математику: учебное пособие / М.В. Шабанова, С.Н. Котова,И.Н. Попов, О.Л. Безумова – Архангельск: Поморский университет, 2008. - 203 с.
5. Березина Н.А., Максина Е.Л. Математика: Учебное пособие. – М.: РИОР, 2013. – 175 с.
6. Глотова М.Ю., Самохвалова Е.А. Математическая обработка информации: учебник и практикум для бакалавров. – М.: Издательство Юрайт, 2014 – 344 с.