

УДК 531

Щербакова Влада Денисовна, студент; Sherbakova Vlada Denisovna
Амурский гуманитарно-педагогический государственный университет

Канашин Илья Валерьевич, студент; Kanashin Ilya Valeryevich

Лошманов Антон Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент;

Loshmanov Anton Yurjevich

Комсомольский-на-Амуре государственный университет

Рассматривается пластическое течение при внедрении жесткого выпуклого штампа в полупространство. Выполнена постановка задачи.

A plastic flow is considered when introducing a rigid convex die into a half-space. The formulation of the problem was accomplished.

Тензор конечных деформаций Альманси, теория пластического течения, выпуклый штамп

The Almansi finite strain tensor, the theory of plastic flow, a convex die

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В ЗАДАЧЕ О ВДАВЛИВАНИИ ВЫПУКЛОГО ШТАМПА В ПОЛУПРОСТРАНСТВО DEFORMATION DISTRIBUTION IN THE PROBLEM OF PRESSING A CONDENSED STAMP TO THE HALF-SPACE

Рассмотрим пластическое течение решения задачи о внедрении выпуклого штампа в полупространство (рис. 1).

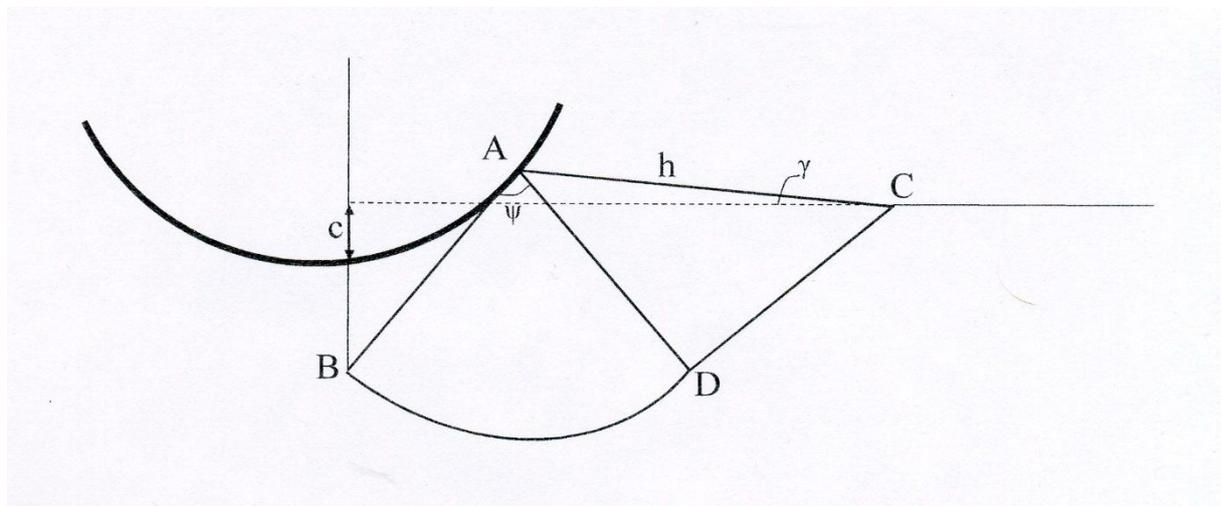


Рисунок 1 – Пластическая область

Вследствие симметричности пластического течения рассмотрим правую половину пластической области $ABDC$ деформированного материала, состоящую из треугольника ADC равномерного напряженного состояния и центрированного веера ABD , в центре которого сходятся прямолинейные линии семейства β (α -линии для левой половины).

Поле скоростей однородно во всей пластической области. На жестко-пластической границе BDC проекция v скорости перемещения вдоль β равна нулю. Тогда согласно уравнению Гейрингер, выполняющегося вдоль оси α , проекция u на каждой линии α является постоянной, и при краевом условии на AB (скорость штампа $V = 1$ при глубине внедрения c) равна $u = \sqrt{2}$. В работе [1] Хромовым предложено решение, когда свободная поверхность AC при такой схеме пластического течения является прямой линией. Учитывая сохранение подобия при таком решении, объем (площадь для плоского случая) вытесняемого материала выше первоначальной поверхности равен объему (площади) внедренной части клина, это дает соотношения между основными величинами, позволяющими описать рассматриваемую схему: уравнение $y = f(x)$, описывающее форму штампа, угол раствора централизованного веера ψ , ширина свободной поверхности h и глубина внедрения клина c :

$$h \cos \psi + c = f(x_A), \quad h = 2(f(x_A) - f(0)).$$

Исследования сводятся к нахождению распределения деформаций в окрестности особенностей поля линий скольжения. Определение величин деформаций на линии разрыва BDC определяется удельной диссипацией энергии \bar{W} , зависящей от составляющих скорости перемещения:

$$V_v = v^\pm = 0, \quad [V_\tau] = u^+ - u^- = \sqrt{2}.$$

и нормальной скоростью G распространения линии BDC .

Очевидно, что автомодельность рассматриваемого решения приводит к постоянным значениям величин \bar{W} , и, следовательно, деформаций на прямолинейной составляющей линии BDC , т.е. на участке DC . Действительно, как уже было показано [1], разрыв скорости $[V_\tau]$ остается постоянным вдоль линии разрыва и изменение величины \bar{W} зависит от значений величины G в каждой точке рассматриваемой линии.

Согласно выбранной системе координат (рис. 1) крайние точки рассматриваемой части пластической области имеют следующие координаты:

- точка A : $x_A = h/2, \quad y_A = h \cos \psi,$
- точка B : $x_B = 0, \quad y_B = -h/2 (1 - 2 \cos \psi),$
- точка C : $x_C = h/2 (1 + 2 \sin \psi), \quad y_C = 0,$
- точка D : $x_D = h/2 (1 + 2 \sin \psi) - h/\sqrt{2} \sin(3\pi/4 - \psi),$
 $y_D = -h/\sqrt{2} \cos(3\pi/4 - \psi).$

Уравнения для составляющих линии BDC имеют вид:

- линия BD : $\begin{cases} x = x_A + R \cos \xi, \\ y = y_A + R \sin \xi, \end{cases} \quad \text{где } \xi = \frac{h}{\sqrt{2}}; \quad \xi = \left[-\frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4} + \psi \right];$
- линия DC : $x - y \operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{4} - \psi \right) = \frac{h}{2} (1 + 2 \sin \psi).$

Тогда для рассматриваемого решения получаем следующие значения скорости G :

$$G = \begin{cases} \frac{(1 + 2\sin\psi)\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \psi\right)}{2\cos\psi}, & \text{для линии } DC \\ \frac{dx_A}{dt}\cos\xi + \frac{dy_A}{dt}\sin\xi + \frac{dR}{dt}, & \xi = \left[-\frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4} + \psi\right], \text{ для линии } BD \end{cases}$$

Удельная диссипация энергии определяется из равенства $\bar{W} = \frac{\sqrt{2}}{G}$, где G – соответствующее значение скорости распространения линии BDC по нормали.

Определение деформаций в окрестности точки A , являющейся центром веера линий скольжения BAD , сводится к решению системы обыкновенные дифференциальных уравнений [2-3]. Для рассматриваемой задачи центр веера линий скольжения движется по закону

$$a' = \frac{dx_A}{dt} = \frac{f'(x_A) - 1}{2\cos\psi}, \quad b' = \frac{dy_A}{dt} = f'(x_A) - 1.$$

Ранее [2] было отмечено, что траектория движения частиц в пластической области проходит через жесткопластическую границу BDC . В частности, частица, попадающая в веер, получает начальные деформации на линии DC . Следовательно, решение системы дифференциальных уравнений для закона движения вершины централизованного веера BAD удовлетворяет начальным условиям:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{W}_{DC} & 1 \end{bmatrix},$$

где \bar{W}_{DC} - удельная диссипация энергии на линии DC .

На кафедре «Прикладная математика и информатика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета в рамках научного направления по механике деформируемого твердого тела, был создан комплекс программ для моделирования пластического течения при внедрении штампов различной формы в полупространство [4].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Хромов А.И. Деформация и разрушение жесткопластических тел. – Владивосток: Дальнаука, 1996. 181 с.
2. Лошманов А.Ю. Расчет полей деформаций в задачах обработки материалов давлением // Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук. 2006. № 4. С. 127-133.
3. Лошманов А.Ю., Анисимов А.Н. Распространение внутренней трещины при растяжении полосы с V-образными вырезами // Перспективы науки. 2011. № 9 (24). С. 105-108.
4. Валова В.С., Лошманов А.Ю. Применение графических технологий WPF для увеличения скорости вывода растровых изображений // В сборнике: Актуальные вопросы образования и науки. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 11 частях. 2014. С. 35-37.