

Комментарий по поводу определения отношения масс протона и электрона

© В.Б. Смоленский 2017

Аннотация: причиной написания этого комментария послужила непонятная ситуация с опубликованным в данных КОДАТА 2014 результатом определения отношения масс протона и электрона.

Ключевые слова: отношение масс протона и электрона, погрешность измерения

«При численном решении задачи погрешность результата обуславливается приближённым характером математического описания реального процесса, неточностью задания исходных данных, неточностью метода решения и ошибками округления; соответственно различают погрешность математической модели, погрешность входных данных, погрешность метода и вычислительную погрешность. Иногда погрешность математической модели и погрешность входных данных объединяют под общим названием – неустраняемая погрешность. Абсолютная погрешность приближения a^* есть разность $a - a^*$, где a^* – известное приближённое значение некоторой величины, точное значение которой равно a . Число $\Delta(a^*)$ такое, что $|a - a^*| \leq \Delta(a^*)$, также называют абсолютной погрешностью. Отношение $\frac{a - a^*}{a^*}$ называется относительной погрешностью приближения a^* . Число $\delta(a^*)$ такое, что $\left| \frac{a - a^*}{a^*} \right| \leq \delta(a^*)$ также называют относительной погрешностью. Величину относительной погрешности часто выражают в процентах.» – [1, с. 464].

«Квадратичное, стандартное отклонение величин x_1, x_2, \dots, x_n от a есть квадратный корень из выражения

$$\frac{(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2}{n}.$$

Наименьшее значение стандартное отклонение имеет при $a = \bar{x}$, где \bar{x} – среднее арифметическое величин x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} .» – [2, с. 782].$$

«Всякий результат наблюдений связанных с измерениями, содержит ошибки (погрешности) различного происхождения. По своему характеру ошибки делятся на три группы: грубые, систематические и случайные. Обычно результат измерения Y некоторой величины μ считают случайной величиной; тогда ошибка измерения $\delta = Y - \mu$ будет также случайной величиной. Пусть $b = E\delta$ – математическое ожидание ошибки. Тогда $Y = \mu + b + (\delta - b)$. Величина b называется систематической ошибкой, а $\delta - b$ – случайной ошибкой; математическое ожидание $\delta - b$ равно нулю. Систематическая ошибка b часто бывает известна заранее и в этом случае легко устраняется.

Влияние случайных ошибок оценивается с помощью методов теории ошибок. Если Y_1, Y_2, \dots, Y_n – результаты n независимых измерений величины μ , произведённых в одинаковых условиях и одинаковыми средствами, то обычно полагают:

$$\mu = \bar{Y} - b = \left[\frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}{n} \right] - b,$$

где b – систематическая ошибка.» – [3, с. 847].

«Пусть в результате n независимых равноточных измерений некоторой неизвестной величины μ получены значения Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Разности $\delta_1 = Y_1 - \mu, \dots, \delta_n = Y_n - \mu$, называются истинными ошибками. В терминах теории ошибок все δ_i трактуются как случайные величины; независимость измерений понимается как взаимная независимость

случайных величин $\delta_1, \dots, \delta_n$. Равноточность измерений в широком смысле истолковывается как одинаковая распределённость: истинные ошибки равноточных измерений суть одинаково распределённые случайные величины. При этом математическое ожидание истинных ошибок $b = E\delta_1 = \dots = E\delta_n$ называется систематической ошибкой, а разности $\delta_1 - b, \dots, \delta_n - b$ – случайными ошибками. Таким образом, отсутствие систематической ошибки означает, что $b = 0$ и в этой ситуации $\delta_1, \dots, \delta_n$ суть случайные ошибки. Равноточность измерений в узком смысле понимается как одинаковость меры точности всех результатов измерений. Наличие грубых ошибок означает нарушение равноточности (как в широком, так и в узком смысле) для некоторых отдельных измерений. В качестве оценки неизвестной величины μ обычно берут арифметическое среднее из результатов измерений

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i,$$

а разности $\delta_1 = Y_1 - \bar{Y}, \dots, \delta_n = Y_n - \bar{Y}$ называются кажущимися ошибками. Выбор \bar{Y} в качестве оценки для μ основан на том, что при достаточно большом числе n равноточных измерений, лишённых систематической погрешности, оценка \bar{Y} с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, сколь угодно мало отличается от неизвестной величины μ (см. Больших чисел закон); оценка \bar{Y} лишена систематической ошибки.» – [4, с. 183].

В **Таблице** представлены результаты определения отношения масс протона и электрона за период времени 1969-2014 г.г. и приведены относительные отклонения средних значений по годам от значений принятых как истинные. Используются только средние значения \bar{r}_{pe} , потому что они лишены систематических ошибок.

Таблица

Отношение масс протона и электрона по годам*		Отн. станд. отклонение	Относительное отклонение средних значений по годам от значений принятых за истинные		
$r_{pe}^{xxxx} = \frac{m_p}{m_e}$	Численное значение	u_r	$\frac{\bar{r}_{pe}^{2014} - \bar{r}_{pe}^{xxxx}}{\bar{r}_{pe}^{xxxx}}$	$\frac{\bar{r}_{pe}^{2010} - \bar{r}_{pe}^{xxxx}}{\bar{r}_{pe}^{xxxx}}$	$\frac{\bar{r}_{pe}^{2006} - \bar{r}_{pe}^{xxxx}}{\bar{r}_{pe}^{xxxx}}$
1	2	3	4	5	6
r_{pe}^{2014}	1836,152 673 89(17)	$9,5 \times 10^{-11}$	0,0	$-7,842 \times 10^{-10}$	$-7,734 \times 10^{-10}$
r_{pe}^{2010}	1836,152 672 45(75)	$4,1 \times 10^{-10}$	$7,842 \times 10^{-10}$	0,0	$1,089 \times 10^{-11}$
r_{pe}^{2006}	1836,152 672 47(80)	$4,3 \times 10^{-10}$	$7,734 \times 10^{-10}$	$-1,089 \times 10^{-11}$	0,0
r_{pe}^{2002}	1836,152 672 61(85)	$4,6 \times 10^{-10}$	$6,971 \times 10^{-10}$	$-8,714 \times 10^{-11}$	$-7,625 \times 10^{-11}$
r_{pe}^{1998}	1836,152 6675(39)	$2,1 \times 10^{-9}$	$3,480 \times 10^{-9}$	$2,696 \times 10^{-9}$	$2,707 \times 10^{-9}$
r_{pe}^{1986}	1836,152 701(37)	$2,0 \times 10^{-8}$	$-1,476 \times 10^{-8}$	$-1,555 \times 10^{-8}$	$-1,554 \times 10^{-8}$
r_{pe}^{1973}	1836,151 52(70)	$3,8 \times 10^{-7}$	$6,284 \times 10^{-7}$	$6,276 \times 10^{-7}$	$6,277 \times 10^{-7}$
r_{pe}^{1969}	1836,109(11)	$6,2 \times 10^{-6}$	$2,379 \times 10^{-5}$	$2,378 \times 10^{-5}$	$2,378 \times 10^{-5}$

*- источник данных: сайт Национального Института Стандартов и Технологий (НИСТ) США; адрес страницы: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>

Из данных столбца 4 следует, что если за истинное значение r_{pe} принять значение 2014 года, то, начиная с 2002 г., происходит не уменьшение, а увеличение погрешности определения r_{pe} ! Совершенно очевидно, что, погрешность определения последующего значения параметра должна быть меньше погрешности определения предыдущего значения этого параметра. Из данных столбца 5, следует, что общая тенденция уменьшения погрешности определения

r_{pe} в полной мере соответствует данным столбца 5, т.е. когда за истинное значение r_{pe} принято значение 2010 года. Но значение r_{pe} 2014 года “выбивается из общего строя”, причем отметим, и это очень важно, что погрешность для значения 2014 года имеет тот же знак, что и данные за 2006 и 2002 годы, но она больше! И в этом всё дело. Погрешность определения значения r_{pe} в 2014 году должна быть меньше уже известного значения погрешности 2010 года, а погрешность определения пока ещё неизвестного значения r_{pe} в 2018 году должна быть меньше уже известного значения погрешности 2014 года и т.д. Поэтому, если значение r_{pe} 2014 года определено не верно, то это скажется на уточнении значения r_{pe} в последующие годы.

Список литературы

1. *Математический энциклопедический словарь* (Москва: Советская энциклопедия, 1988)
2. *Математическая энциклопедия* Т. 2 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)
3. *Математическая энциклопедия* Т. 3 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)
4. *Математическая энциклопедия* Т. 4 (Москва: Советская энциклопедия, 1985)