Тимиркаева А.В.,
Нигматуллина А.М.
ЕИ К(П)ФУ, Россия, г. Елабу га
alvina.timirkaeva97@mail.ru
Научный руководитель: Миронова Ю. Н.

Регистрационная карта участника	
Фамилия, имя, отчество (полностью)	Тимиркаева Альвина Вячиславовна
Ученая степень, звание, должность	Студентка 1-ого курса ИТФ ЕИ К(П)ФУ
Соавтор(ы) (Ф.И.О., полностью) (*если есть*)	Нигматуллина Айгуль Маратовна
Ученая степень, звание, должность соавтора	Студентка 1-ого курса ИТФ ЕИ К(П)ФУ
Краткое наименование **Вашей** организации, город (населенный пункт)	ЕИ К(П)ФУ , г. Елабуга
Наименование статьи (тезисов)	«Проблемы и перспективы информатизации физико-математического образования»
Наименование секции	Актуальные проблемы преподавания физики, математики и информатики в современном обществе.
E-mail	alvina.timirkaeva97@mail.ru
Телефон	8917-886-57-30

ПОНЯТИЕ И СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Матрицы и определители используются во многих областях знаний. С их помощью решаются системы линейных уравнений, задачи классификации, геометрические задачи и пр. Поэтому эти понятия изучаются на 1-ом курсе высших учебных заведений. Рассмотрим понятие определителя.

Определение 1. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ – в математике запись чисел в виде квадратной таблицы, в соответствие которой ставится другое число («значение» определителя). Очень часто под понятием «определитель» имеют в виду как значение определителя, так и форму его записи. Определители позволяют удобно записывать сложные выражения, возникающие, например, при решении линейных уравнений в аналитической геометрии и в математическом анализе.

Определение 2. Матрица- это математический объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы чисел (или элементов кольца) и допускающий алгебраические операции (сложение, вычитание, умножение и др.) между ним и другими подобными объектами.

Символ вида

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

, где a_{ij} некоторые действительные числа называются определителем второго порядка, которые вычисляются следующим образом:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

.

Определителем третьего порядка называется такое число, которое вычисляется следующим образом:

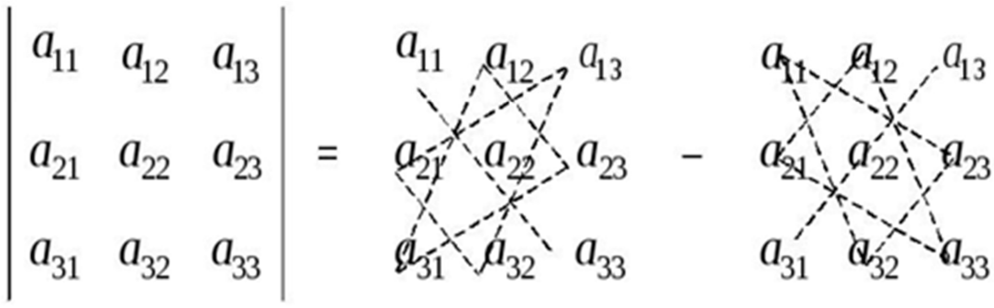
$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} -$$

$$a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33}.$$

При вычислении определителей третьего порядка пользуются правилом Саррюса (правило треугольников).

Правило треугольников и таблица Саррюса
для вычисления определителей третьего порядка



Пример 1.1. Вычислить определитель второго порядка:
$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 2 * 6 - \big(5 * (-3)\big) = 12 - (-15)$=27.
Ответ: 27.

Пример 1.2. Вычислить определитель второго порядка:
$\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 5 * (-7) - \big(4 * (-2)\big) = -35 - (-8) = -27.$
Ответ: -27.

Пример 1.3. Вычислить определитель третьего порядка:
$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix} = (\big(5 * 1 * (-3) = \big(6 * (-2) * (-4)\big) + (3 * 0 * 1)\big) -$
$\big((2 * 2 * 6) + (3 * (-2) * (-3) + 0)\big) = 9.$
Ответ: 9.

Пример 1.4. Вычислить определитель третьего порядка:
$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \big((1 * 2 * 6) + (1 * 3 * 1) + (1 * 3 * 1)\big) - ((1 * 2 * 1)$
$+ (3 * 3 * 1) + (1 * 1 * 6) = 1.$
Ответ: 1.

Определение 2.
Определитель M_{ij}, полученный из определителя вычеркиванием i -ой строки и j -го столбца, на пересечении которых стоит элемент называется минором элемента a_{ij} определителя ΔA.
$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = -6.$
$M_{12} = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix}$ (вычеркнули 1 - ю строку и 2 - й столбец) $= 36 - 42 = -6$
Ответ: -6

Пример 2.

$$\mathbf{M}_{22}=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & -2\\ 1 & -1 & -2 & -3\\ 3 & 2 & -1 & 2\\ 2 & -3 & 2 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{-2}\\ \mathbf{3} & \mathbf{-1} & \mathbf{2}\\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{1}\end{vmatrix}=$$

$$=\mathbf{1\cdot(-1)\cdot 1+3\cdot 2\cdot 2+3\cdot 2\cdot(-2)-2\cdot(-1)\cdot(-2)-2\cdot 2\cdot 1-3\cdot 3\cdot 1=-18.}$$

Ответ: -18.

Определение 3. Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} определителя называется его минор, взятый со знаком «+» , если сумма (i+j) чётное число, и со знаком «-», если (i+j) нечётное число.

С их помощью понижается порядок определителей.

Пример 3.1.

$$\begin{vmatrix}5 & 5 & 2\\ -1 & 2 & 4\\ 7 & 3 & 6\end{vmatrix}=5\mathrm{A}_{11}+3\mathrm{A}_{12}+2\mathrm{A}_{13}=\ 5*0\ +\ 3*34\ +\ 2*(-17)$$

$$=\ 0\ +\ 102\ -\ 34\ =\ 98.$$

$$\mathrm{A}_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}2 & 4\\ 3 & 6\end{vmatrix}=-1^{1+1}=2*6-3*4=0.$$

$$\mathrm{A}_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}-1 & 4\\ 7 & 6\end{vmatrix}=-1*6-7*4=-6-28=-34.$$

$$\mathrm{A}_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 7 & 3\end{vmatrix}=-1*3-7*2=-3-14=-17.$$

Ответ: 98.

Пример 3.2.

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\ 3 & 7 & 2\\ 2 & 3 & -7\end{vmatrix}=1\mathrm{A}_{11}+2\mathrm{A}_{12}+(-1)\mathrm{A}_{13}=-55+50+5=0.$$

$$\mathrm{A}_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}7 & 2\\ 3 & -7\end{vmatrix}=-49-6=-55.$$

$$\mathrm{A}_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & -7\end{vmatrix}=-21-4=25.$$

$$\mathrm{A}_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3 & 7\\ 2 & 3\end{vmatrix}=9-14=-5.$$

Ответ: 0.

Свойства определителей.

1) Определитель не изменится, если его строки заменить столбцами или наоборот.
2) При перестановке двух параллельных строк или столбцов определитель меняет свой знак.
3) Определитель, имеющий две одинаковые строки или два одинаковых столбца равен нулю
4) Общий множитель элементов какой-либо строки или столбца определителя можно вынести знак определителя.
5) Если элементы какого-либо столбца(строки) определителя представляет собой сумму двух слагаемых, то определитель может быть представлен в виде суммы двух определителей.
6) Определитель не изменится, если к элементам одной строки или столбца прибавить соответствующие элементы параллельной строки или столбца умноженное на любое число
7) Определитель равен сумме произведений элементов некоторой строки или столбца на соответствующие или алгебраические дополнения. Свойство 7 содержит в себе способ вычисления определителя высоких порядков.
8) Сумма произведений элементов какого-либо столбца или строки определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов параллельных рядов равна нулю.

Таким образом, мы рассмотрели примеры задач, с помощью которых исследуется понятие определителя и его вычисление.

Библиографический список:

1. StudFiles. URL: http://www.studfiles.ru/preview/4404558/ (Дата обращения 15.10.2016)
2. Т.И. Анисимова «Лекции по высшей математике. Линейная алгебра и аналитическая геометрия» (г. Елабуга, 2007 год)
3. В.П. Минорский «Сборник задач по высшей математике» (Москва, 1987 год)