О времени жизни нейтрона

© В.Б. Смоленский 2016

Исходя из сравнения экспериментальных данных, полученных при определении времени жизни нейтрона с использованием двух принципиально различных методов измерения, предложено обоснованное объяснение причины расхождения результатов экспериментов. Представлены теоретические расчёты определения времени жизни нейтрона и конечные результаты этих расчётов. Приведено сравнение результатов теоретических расчётов с экспериментальными данными. Исходя из экспериментального подтверждения наличия у нейтрона разных времён жизни, теоретического подтверждения наличия у нейтрона именно двух времён жизни и справедливости *CPT*-теоремы, обоснована гипотеза о существовании в природе связанного стабильного состояния материи – долгоживущего антинейтрона и короткоживущего нейтрона.

Ключевые слова: время жизни нейтрона, метод хранения УХН, пучковый метод

Содержание

1. Введение

При определении времени жизни нейтрона используют различные методы измерения. Известны два принципиально отличающихся друг от друга метода экспериментального определения времени жизни нейтрона: пучковый метод и метод хранения ультрахолодных нейтронов (УХН). Пучковый метод заключается в определении отношения двух независимых измерений количества нейтронов и количества распадов нейтрона в заданной области пучка в выходящем из реактора пучке нейтронов. Метод хранения УХН заключается в измерении убывания со временем количества, хранящихся в замкнутом объёме, УХН. В работе [1] отмечено, что «УХН образуются из тепловых нейтронов не в результате их дополнительного замедления, а в очень редком процессе единственного неупругого соударения, сопровождающегося потерей тепловым нейтроном практически всей его энергии». В работе [2] отмечено, что «различие между двумя методиками заключается в том, что в пучковом эксперименте измеряется одна мода распада нейтрона с испусканием протона, а при хранении УХН – все возможные каналы, приводящие к исчезновению нейтрона».

В работах [2] и [3] отмечено, что в настоящее время, при измерении времени жизни нейтрона сложилась ситуация, когда результаты экспериментов, полученные при использовании вышеуказанных методов, существенно отличаются – несмотря на общую тенденцию к уменьшению погрешности каждого отдельного эксперимента.

2. Теория и эксперимент

В **Таблице 1** приведены результаты экспериментального определения времени жизни нейтрона пучковым методом и методом хранения УХН, представленные на сайте Particle Data Group (адрес страницы: http://pdg.lbl.gov/2015/listings/rpp2015-list-n.pdf).

Таблица 1

N	Значение $\pm$стат. $\pm$сист. (с)	Год	Автор	Метод
1	$887{,}7\pm 1{,}2\pm 1{,}9$	2013	YUE	пучковый
2	$881{,}6\pm 0{,}8\pm 1{,}9$	2012	ARZUMANOV	хранение УХН
3	$882{,}5\pm 1{,}4\pm 1{,}5$	2012	STEYERL	хранение УХН
4	$880{,}7\pm 1{,}3\pm 1{,}2$	2010	PICHLMAIER	хранение УХН
5	$878{,}5\pm 0{,}7\pm 0{,}3$	2005	SEREBROV	хранение УХН
6	$886{,}3\pm 1{,}2\pm 3{,}2$	2005	NICO	пучковый
7	$886{,}8\pm 1{,}2\pm 3{,}2$	2003	DEWEY	пучковый
8	$885{,}4\pm 0{,}9\pm 0{,}4$	2000	ARZUMANOV	хранение УХН
9	$889{,}2\pm 3{,}0\pm 3{,}8$	1996	BYRNE	пучковый
10	$888{,}4\pm 3{,}1\pm 1{,}1$	1992	NESVIZNEVSKII	хранение УХН
11	$893{,}6\pm 3{,}8\pm 3{,}7$	1990	BYRNE	пучковый
12	$878\pm 27\pm 14$	1989	KOSSAKOW…	пучковый

стат. и сист. – абсолютные статистическая и систематическая погрешности.

В **Таблице 2** представлены результаты теоретических расчётов численных значений физических констант. Все необходимые математические выкладки и пояснения приведены в Приложениях А и В.

Таблица 2

Наименование параметра	Символ	Значение параметра (СГС)
скалярный параметр структуры пространства-времени	$\mathrm{f}_{\pi s}$	$1{,}161\,712\,977\,019\,596\,9290 \cdot 10^{-3}$
электромагнитная постоянная	α_{π}	$1{,}161\,409\,733\,400\,893\,9395 \cdot 10^{-3}$
постоянная масштабной инвариантности	ψ_{π}	$1{,}669\,642\,831\,928\,813\,8926 \cdot 10^{-23}$
постоянная Ридберга	$R_{\pi 0\infty}$	$1{,}110\,473\,757\,591\,524\,0623 \cdot 10^{5} \cdot \mathrm{u}_{\pi l}^{-1}$
скорость света в вакууме	$c_{\pi 0}$	$2{,}956\,940\,350\,460\,685\,3477 \cdot 10^{10} \cdot \mathrm{u}_{\pi l} \cdot \mathrm{u}_{\pi t}^{-1}$
время жизни короткоживущего нейтрона	$\tau_{\pi 0\mathrm{n}S}$	$8{,}607\,978\,216\,491\,344\,2835 \cdot 10^{2} \cdot \mathrm{u}_{\pi t}$
время жизни долгоживущего нейтрона	$\tau_{\pi 0\mathrm{n}L}$	$8{,}655\,543\,771\,529\,690\,3684 \cdot 10^{2} \cdot \mathrm{u}_{\pi t}$

В **Таблице 3** представлены, с учётом экспериментальных значений постоянной Ридберга R_{∞} и скорости света в вакууме c, результаты теоретических расчётов времени жизни нейтрона.

Таблица 3

Наименование параметра	Символ	Расчётная формула	Значение параметра (СГС)
коэффициент асимметрии параметра R_{∞}	$k_{\pi R}$	$k_{\pi R} = R_{\pi 0\infty} / \overline{R}_{\infty}$	1,011 938 145 7946
коэффициент асимметрии параметра c	$k_{\pi c}$	$k_{\pi c} = \overline{c} / c_{\pi 0}$	1,013 860 351
время жизни короткоживущего нейтрона	$\tau_{\pi\mathrm{n}S}$	$\tau_{\pi\mathrm{n}S} = k_{\pi R} \cdot k_{\pi c} \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}S}$	883,147 5450 с
время жизни долгоживущего нейтрона	$\tau_{\pi\mathrm{n}L}$	$\tau_{\pi\mathrm{n}L} = k_{\pi R} \cdot k_{\pi c} \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}L}$	888,027 5996 с
время жизни короткоживущего нейтрона	$\tau'_{\pi\mathrm{n}S}$	$\tau'_{\pi\mathrm{n}S} = k_{\pi R}^2 \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}S}$	881,473 161 7627 с
время жизни долгоживущего нейтрона	$\tau'_{\pi\mathrm{n}L}$	$\tau'_{\pi\mathrm{n}L} = k_{\pi R}^2 \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}L}$	886,343 964 0738 с
время жизни короткоживущего нейтрона	$\tau''_{\pi\mathrm{n}S}$	$\tau''_{\pi\mathrm{n}S} = k_{\pi c}^2 \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}S}$	884,825 1088 с
время жизни долгоживущего нейтрона	$\tau''_{\pi\mathrm{n}L}$	$\tau''_{\pi\mathrm{n}L} = k_{\pi c}^2 \cdot \tau_{\pi 0\mathrm{n}L}$	889,714 4332 с

$R_{\infty} = 1{,}097\ 373\,156\ 8539(55) \cdot 10^{5}\ \mathrm{см}^{-1}$ (КОДАТА 2010), [6]; $c = 2{,}997\ 924\,583(12) \cdot 10^{10}\ \mathrm{см} \cdot \mathrm{c}^{-1}$ (из документа XV Генеральной конференции по мерам и весам (с. 68): http://www.bipm.org/utils/common/pdf/CGPM/CGPM15.pdf).

Из сравнения экспериментальных данных Таблицы 1 и результатов теоретических расчётов Таблиц 2 и 3 следует, что теоретические значения времени жизни $\tau_{\pi\mathrm{n}L}$ долгоживущего нейтрона n_L и времени жизни $\tau_{\pi\mathrm{n}S}$ короткоживущего нейтрона n_S соответствуют экспериментальным значениям времени жизни $\tau_{\mathrm{n}L}$ и $\tau_{\mathrm{n}S}$.

В **Таблице 4** представлены результаты расчётов систематических погрешностей данных Таблицы 1.

Таблица 4

N	$\overline{\tau}_{\mathrm{n}}$ (с)	$\lvert\Delta_{\mathrm{syst}}\rvert$ (с)	$\lvert\delta_{\mathrm{syst}}\rvert \cdot 10^4$	$\delta_{\mathrm{syst}L} \cdot 10^4$	$\delta'_{\mathrm{syst}L} \cdot 10^4$	$\delta''_{\mathrm{syst}L} \cdot 10^4$	$\delta_{\mathrm{syst}S} \cdot 10^4$	$\delta'_{\mathrm{syst}S} \cdot 10^4$	$\delta''_{\mathrm{syst}S} \cdot 10^4$
1	887,7	1,9	21,4	**-3,7**	+15,3	-22,6	+51,5	+70,6	+32,5
2	881,6	1,9	21,6	-72,4	-53,5	-91,2	-17,5	**+1,4**	-36,4
3	882,5	1,5	17,0	-62,2	-43,4	-81,1	**-7,3**	+11,6	-26,3
4	880,7	1,2	13,6	-82,5	-63,7	-101	-27,7	-8,8	-46,6
5	878,5	0,3	3,4	-107	-88,5	-126	-52,6	-33,7	-71,5
6	886,3	3,2	36,1	-19,5	**-0,5**	-38,4	+35,7	+54,8	+16,7
7	886,8	3,2	36,1	-13,8	+5,1	-32,8	+41,4	+60,4	+22,3
8	885,4	0,4	4,5	-29,6	-10,7	-48,5	+25,5	+44,5	**+6,5**
9	889,2	3,8	42,7	+13,2	+32,2	**-5,8**	+68,5	+87,7	+49,4
10	888,4	1,1	12,4	+4,2	+23,2	-14,8	+59,5	+78,6	+40,4
11	893,6	3,7	41,4	+62,8	+81,9	+43,7	+118	+138	+99,2
12	878	14	159	-113	-94,1	-132	-58,3	-39,4	-77,1

$$\lvert\delta_{\mathrm{syst}}\rvert = \frac{\lvert\Delta_{\mathrm{syst}}\rvert}{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}};\ \delta_{\mathrm{syst}S} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau_{\pi\mathrm{n}S}} - 1;\ \delta'_{\mathrm{syst}S} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau'_{\pi\mathrm{n}S}} - 1;\ \delta''_{\mathrm{syst}S} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau''_{\pi\mathrm{n}S}} - 1;\ \delta_{\mathrm{syst}L} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau_{\pi\mathrm{n}L}} - 1;\ \delta'_{\mathrm{syst}L} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau'_{\pi\mathrm{n}L}} - 1;\ \delta''_{\mathrm{syst}L} = \frac{\overline{\tau}_{\mathrm{n}}}{\tau''_{\pi\mathrm{n}L}} - 1.$$

Будущие эксперименты позволят уточнить какая “пара” теоретических значений времени жизни нейтрона из Таблицы 4 истинна: $\tau_{\pi \mathrm{n}S}$ и $\tau_{\pi \mathrm{n}L}$, $\tau'_{\pi \mathrm{n}S}$ и $\tau'_{\pi \mathrm{n}L}$ или $\tau''_{\pi \mathrm{n}S}$ и $\tau''_{\pi \mathrm{n}L}$.

3. Заключение

Исходя из вышеизложенного, следует что, расхождения результатов экспериментов по определению времени жизни нейтрона с использованием пучкового метода и метода хранения УХН неустранимы, т.е. погрешности измерений не являются следствием погрешностей используемых методов, поэтому повышение точности измерения времени жизни нейтрона, с целью прояснения ситуации, не снимет проблему расхождения результатов экспериментов. Истинной причиной расхождений в значениях экспериментальных данных является наличие у нейтрона двух разных времён жизни, причём пучковым методом определяют время жизни $\tau_{\mathrm{n}L}$ нейтрона n_L, находящегося в долгоживущем состоянии, а методом хранения УХН – время жизни $\tau_{\mathrm{n}S}$ нейтрона n_S, находящегося в короткоживущем состоянии.

Говоря о времени жизни нейтрона, следует иметь в виду, что речь идёт о собственном времени жизни нейтрона. Если нейтрон и его антипод – антинейтрон, т.е. частицы, имеющие абсолютно равные собственные времена жизни, встречаются, то они обязательно проаннигилируют, причём вне зависимости от времени нахождения каждой из них в отдельности в свободном состоянии.
Если же параметр “собственное время” частицы не равен параметру “собственное время” античастицы, то аннигиляция частиц не сможет произойти в принципе, потому что, в соответствии с *CPT*-теоремой, это *разные* частицы и их собственные времена жизни (кванты времени) не равны.
Отметим, что под квантом времени следует понимать его неделимость в принципе, т.е. невозможность его деления на меньшие интервалы времени или, другими словами, квант не может из чего-то состоять.

В статье обосновано наличие у нейтрона не трёх или более времён жизни, а именно только двух его состояний с ***двумя*** разными временами жизни.
Из *CPT*-теоремы следует, что аннигиляция невозможна, если нет равенства параметров частиц и античастиц. Прямым подтверждением *CPT*-теоремы являлась бы экспериментальная проверка отсутствия аннигиляции короткоживущего нейтрона n_S и долгоживущего антинейтрона $\overline{\mathrm{n}}_L$ или короткоживущего антинейтрона $\overline{\mathrm{n}}_S$ и долгоживущего нейтрона n_L – по причине наличия у нейтрона разных времён жизни, и как следствие этого обстоятельства, подтвердилась бы возможность существования связанных нейтронных стабильных состояний $\mathrm{n}_S + \overline{\mathrm{n}}_L$ и $\overline{\mathrm{n}}_S + \mathrm{n}_L$.
Следует отметить, что исходя из *CPT*-теоремы, совершенно не важно, с какой точностью определены времена жизни нейтронов n_S и n_L. Важно только то, что мы знаем, что это действительно n_S и n_L, т.е. что это ***две разные*** частицы.

Таким образом, исходя из экспериментального подтверждения наличия у нейтрона разных времён жизни, теоретического подтверждения наличия у нейтрона именно двух времён жизни и справедливости *CPT*-теоремы, обоснована гипотеза о существовании в природе связанного *стабильного* состояния материи – долгоживущего антинейтрона и короткоживущего нейтрона. Следствием этой гипотезы является возможность существования в природе химических элементов, например, нейтрон-антинейтрон-протон, нейтрон-антинейтрон-протон-электрон и т.д., т.е. химических элементов расширенной таблицы Д.И. Менделеева.

4. Приложение А. Основные соотношения

Запишем выражение

$$k_{\pi 0}^{n-1} \cdot \lambda_\pi \cdot (1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^n = (\sqrt{2} \cdot \pi)^n \cdot \lambda_{\pi 0}^n, \tag{A.1}$$

в котором

$$k_{\pi 0} = \alpha_\pi \cdot \beta_\pi \cdot \lambda_\pi; \; \lambda_{\pi 0}^n = \pi^{n-1} \cdot k_{\pi 0}^n; \tag{A.2}$$

α_π, β_π, $\vartriangle y_\pi$ – числовые параметры; λ_π, $k_{\pi 0}$, $\lambda_{\pi 0}$ – параметры с размерностью длины; $n = 1, 2, 3, \ldots$ – числа натурального ряда.
Известно [4, с. 37] алгебраическое уравнение с неизвестным x степени n вида:

$$f(x) \equiv a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0 \qquad (a_0 \neq 0). \tag{A.3}$$

Здесь n – целое неотрицательное число, a_0, $a_1, \cdots$, a_n – действительные числа, $f(x)$ – многочлен [5, с. 7] степени n от одного переменного x вида:

$$f(x) = (1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \ldots + \frac{n!}{(n-r)!r!} x^r + \ldots \tag{A.4}$$

$$f(x)=(1-x)^n=1-nx+\frac{n(n-1)}{2!}x^2-\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3+...+(-1)^r\frac{n!}{(n-r)!r!}x^r+... \quad (A.5)$$

Если $n-$ целое положительное число, то выражения (А.4) и (А.5) состоят из *конечного* числа членов.

Алгебраическое уравнение вида (А.3) называется *действительным*, если все его коэффициенты a_i – *действительные числа*. Известно [4, с. 39] что соответствующий уравнению (А.3) действительный многочлен $f(x)$ вида (А.4) и (А.5) при всех действительных значениях x принимает действительные значения. В статье используются только действительные алгебраические уравнения вида (А.3).

Известно [4, с. 38], что общие формулы выражающие корни алгебраических уравнений через их коэффициенты и содержащие только *конечное число* операций сложений, вычитаний, умножений, делений и извлечений корня существуют только для уравнений степени $n \le 4$. Имея это в виду, запишем уравнение (А.1) для случая $n=3$:

$$k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_\pi \cdot (1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 = (\sqrt{2}\cdot\pi)^3 \cdot \lambda_{\pi 0}^3, \quad (A.6)$$

тогда $\lambda_{\pi 0}^n$ из (А.2) запишется как

$$\lambda_{\pi 0}^3 = \pi^2 \cdot k_{\pi 0}^3. \quad (A.7)$$

Запишем (А.6) в виде

$$\frac{(1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3}{(\sqrt{2}\cdot\pi)^3} \cdot k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^3. \quad (A.8)$$

Обозначив площадь s_π как

$$s_\pi = \frac{(1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3}{(\sqrt{2}\cdot\pi)^3} \cdot k_{\pi 0}^2, \quad (A.9)$$

запишем (А.8), с учётом (А.9), как

$$s_\pi \cdot \lambda_\pi = \lambda_{\pi 0}^3. \quad (A.10)$$

С учётом (А.2), площадь (А.9) запишется как

$$s_\pi = \frac{(1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^2}{(\sqrt{2}\cdot\pi)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \quad (A.11)$$

В то же время, учитывая (А.2), (А.7) и (А.10), площадь s_π можно записать как

$$s_\pi = \pi^2 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3 \cdot \lambda_\pi^2, \quad (A.12)$$

а объём v_π, с учётом (А.10), записать как

$$v_\pi = \pi^2 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3 \cdot \lambda_\pi^3. \quad (A.13)$$

Приравняв (А.11) и (А.12), получим:

$$(\sqrt{2}\cdot\pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = (1 \pm \vartriangle y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3. \quad (A.14)$$

Запишем площадь $s_{\pi F}$ как

$$s_{\pi F} = 4 \cdot \pi^2 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^2 \cdot \mathrm{u}_{\pi l}^2, \quad (A.15)$$

где $\mathrm{u}_{\pi l} = 1 \cdot l$ – единичная длина, $\dim\, l = \mathrm{L}$ – длина; единица длины системы единиц СГС – сантиметр.

Найдём площадь s_π в виде

$$s_\pi = \psi_\pi \cdot s_{\pi F} \cdot \mathrm{u}_{\pi l}^2, \quad (A.16)$$

где ψ_π – постоянная масштабной инвариантности (см. Приложение В, формула (В.59)):

$$\psi_\pi = \alpha_\pi^9 \cdot \beta_\pi^3 \cdot \frac{8\pi^6}{\sqrt{\pi}}. \quad (A.17)$$

Исходя из равенства (А.12) и (А.16) определим длину λ_π как

$$\lambda_\pi = 2 \cdot \sqrt{\frac{\psi_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}} \cdot \mathrm{u}_{\pi l}, \quad (A.18)$$

где α_π – электромагнитная постоянная, β_π – константа параметрической связи.

Для определения s_π и λ_π необходимо определить α_π и β_π.

Для определения α_π и β_π запишем выражение:

$$\frac{\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}}{\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e}}=\frac{(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{n}}{(\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi})^{n}}\,. \tag{A.19}$$

Для $n=3$ (A.19) запишется как

$$\frac{\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}}{\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e}}=\frac{(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{3}}{(\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi})^{3}} \tag{A.20}$$

Запишем (A.20) в виде

$$(\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi})^{3}=\frac{\alpha_{\pi e}^{4}\cdot\beta_{\pi e}^{4}}{\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}}\,. \tag{A.21}$$

Из (A.21):

$$\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi}=\left[\frac{(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{4}}{\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}}\right]^{1/3}. \tag{A.22}$$

$$\mathrm{f}_{\pi s}=\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi}\,, \tag{A.23}$$

$\mathrm{f}_{\pi s}$ – скалярный параметр структуры пространства-времени.

Для определения α_{π} запишем выражение:

$$\frac{[\alpha\cdot\beta]_{\pi}}{\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}}=\frac{(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{n}}{[\alpha\cdot\beta]_{\pi}^{n}}\,. \tag{A.24}$$

Если $n=3$, то (A.24) запишется в виде

$$[\alpha\cdot\beta]_{\pi}^{4}=(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{3}\cdot\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}\,. \tag{A.25}$$

Из (A.25):

$$[\alpha\cdot\beta]_{\pi}=\left[(\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e})^{3}\cdot\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}\right]^{1/4}. \tag{A.26}$$

Обозначим отношение (A.26) к (A.22) как:

$$\mathrm{k}_{\pi}^{4}=\frac{[\alpha\cdot\beta]_{\pi}}{\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi}}\,. \tag{A.27}$$

Из (A.27) коэффициент асимметрии k_{π}:

$$\mathrm{k}_{\pi}=\left(\frac{[\alpha\cdot\beta]_{\pi}}{\alpha_{\pi}\cdot\beta_{\pi}}\right)^{1/4}. \tag{A.28}$$

Электромагнитная постоянная α_{π} определяется как $\alpha_{\pi}=\alpha_{\pi e}/\mathrm{k}_{\pi}$. (A.29)

Константа параметрической связи β_{π} определяется как $\beta_{\pi}=\mathrm{f}_{\pi s}/\alpha_{\pi}$. (A.30)

Для нахождения значений $\mathrm{f}_{\pi s}$ и α_{π} необходимо определить параметры $\alpha_{\pi 0}$ и $\overline{\beta}_{\pi}$, $\alpha_{\pi e}$ и $\beta_{\pi e}$.

Для определения значений параметров $\alpha_{\pi 0}$ и $\overline{\beta}_{\pi}$ запишем уравнение (A.14) в виде

$$(\sqrt{2}\cdot\pi)^{3}\cdot\pi^{2}\cdot\alpha_{\pi 0}\cdot\overline{\beta}_{\pi}=(1+\vartriangle y_{\pi}\cdot\alpha_{\pi})^{3}, \tag{A.31}$$

в котором:

$$\overline{\beta}_{\pi}=1+\overline{\beta}_{\pi 0}\,; \tag{A.32}$$

$$\vartriangle y_{\pi 0}=\sqrt[4]{2\cdot\pi}\,; \tag{A.33}$$

$$\varphi_{\pi 0}=\frac{\alpha_{\pi 0}}{\overline{\beta}_{\pi 0}},\ (\varphi_{\pi 0}=\sqrt{2}\cdot\pi). \tag{A.34}$$

Правая часть (A.31) представляет собой многочлен (A.4) для $n=3$:

$$(1+x)^{3}=1+3x+3x^{2}+x^{3}\,. \tag{A.35}$$

Обозначив $x=\vartriangle y_{\pi 0}\cdot\alpha_{\pi 0}$, запишем (A.35) в виде

$$(1+\vartriangle y_{\pi 0}\cdot\alpha_{\pi 0})^{3}=1+3\cdot\vartriangle y_{\pi 0}\cdot\alpha_{\pi 0}+3\cdot\vartriangle y_{\pi 0}^{2}\cdot\alpha_{\pi 0}^{2}+\vartriangle y_{\pi 0}^{3}\cdot\alpha_{\pi 0}^{3}\,. \tag{A.36}$$

Известно [4, с. 44], что уравнение (A.35) можно записать в общем виде как:

$$ax^{3}+bx^{2}+cx+d=0\,. \tag{A.37}$$

Используя любой из известных методов решения кубических уравнений, найдем действительный корень уравнения (A.31) – параметр $\alpha_{\pi 0}$.

Для определения значений параметров $\alpha_{\pi e}$ и $\beta_{\pi e}$ запишем (А.14) в виде:

$$(\sqrt{2}\cdot\pi)^3\cdot\pi^2\cdot\alpha_{\pi e}\cdot\beta_{\pi e}=(1-\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e})^3, \tag{А.38}$$

в котором

$$\beta_{\pi e}=1+\frac{\overline{\beta}_{\pi 0}}{(1+\overline{\beta}_{\pi 0})^3}. \tag{А.39}$$

Правая часть (А.38) представляет собой многочлен (А.5) для $n=3$:

$$(1-x)^3=1-3x+3x^2-x^3 .: \tag{А.40}$$

Обозначив $x=\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e}$, запишем (А.40) в виде

$$(1-\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e})^3=1-3\cdot\vartriangle y_{\pi e}\cdot\alpha_{\pi e}+3\cdot\vartriangle y_{\pi e}^2\cdot\alpha_{\pi e0}^2-\vartriangle y_{\pi e}^3\cdot\alpha_{\pi e}^3. \tag{А.41}$$

Для нахождения коэффициента $\vartriangle y_{\pi e}$ в (А.41) запишем квадратное уравнение

$$\frac{1}{\varphi_{\pi 0}}\cdot\alpha_{\pi x}^2+\alpha_{\pi x}-\overline{\beta}_{\pi}=0. \tag{А.42}$$

Отношение корней уравнения (А.42) запишем как:

$$\Delta_{\pi x}=\frac{\alpha_{\pi x2}}{\alpha_{\pi x1}}. \tag{А.43}$$

Находим $\vartriangle y_{\pi e}$ как

$$\vartriangle y_{\pi e}=\frac{\Delta_{\pi x}}{\vartriangle y_{\pi 0}^3}. \tag{А.44}$$

Используя любой из известных методов решения кубических уравнений, найдем действительный корень уравнения (А.38) – параметр $\alpha_{\pi e}$.

Для определения скорости света в вакууме $c_{\pi 0}$ **з**апишем длину λ_π в виде

$$\lambda_\pi=\psi_\pi\cdot c_{\pi 0}\cdot\tau_{\pi 0}=\frac{\psi_\pi}{\sqrt{\pi}\cdot \mathrm{f}_{\pi s}}\cdot c_{\pi 0}\cdot \mathrm{u}_{\pi t}, \tag{А.45}$$

здесь $\mathrm{u}_{\pi t}=1\cdot t$ – единичное время, $\dim\, t=\mathrm{T}$ – время; единица времени системы единиц СГС – секунда; $\tau_{\pi 0}$ – интервал времени:

$$\tau_{\pi 0}=\frac{1}{\sqrt{\pi}\cdot \mathrm{f}_{\pi s}}\cdot \mathrm{u}_{\pi t}. \tag{А.46}$$

Приравняв (А.18) и (А.45), найдем $c_{\pi 0}$:

$$c_{\pi 0}=2\cdot\sqrt{\frac{\pi\cdot \mathrm{f}_{\pi s}}{\psi_\pi}}\cdot\frac{\mathrm{u}_{\pi l}}{\mathrm{u}_{\pi t}}. \tag{А.47}$$

Имея в виду выражение (В.31) (см. Приложение В), запишем постоянную Ридберга $R_{\pi 0\infty}$ в виде

$$R_{\pi 0\infty}=\frac{2\cdot\pi^2\cdot\alpha_\pi^2}{\lambda_\pi}. \tag{А.48}$$

Имея в виду (А.14), определим время жизни $\tau_{\pi 0\mathrm{nS}}$ короткоживущего нейтрона в виде

$$\tau_{\pi 0\mathrm{nS}}=\frac{1}{\mathrm{f}_{\pi s}}\cdot u_{\pi t}=\frac{(\sqrt{2}\cdot\pi)^3\cdot\pi^2}{(1+\vartriangle y_\pi\cdot\alpha_\pi)^3}\cdot u_{\pi t}, \tag{А.49}$$

а время жизни $\tau_{\pi 0\mathrm{nL}}$ долгоживущего нейтрона определим из (А.49), при условии $\vartriangle y_\pi\cdot\alpha_\pi=0$, как

$$\tau_{\pi 0\mathrm{nL}}=(\sqrt{2}\cdot\pi)^3\cdot\pi^2\cdot u_{\pi t}. \tag{А.50}$$

5. Приложение В. Определение постоянной масштабной инвариантности

Для определения постоянной масштабной инвариантности ψ_π запишем массу $M_{\pi x}$ как

$$M_{\pi 0x}=M_{\pi 0}/\psi_\pi. \tag{В.1}$$

Массу $M_{\pi 0x}$ можно также записать в виде

$$M_{\pi 0x} = b \cdot \rho_{\pi 0x} \cdot R^3_{\pi 0x}\,, \tag{B.2}$$

где плотность $\rho_{\pi 0x}$ запишем как

$$\rho_{\pi 0x} = \psi^4_\pi \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}}\,, \tag{B.3}$$

а массу $M_{\pi 0}$ в виде

$$M_{\pi 0} = a \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi \cdot \lambda_\pi)^3\,; \tag{B.4}$$

здесь a и b – коэффициенты формы.

Определим из (B.2), с учётом (B.4), длину $R_{\pi 0x}$:

$$R_{\pi 0x} = \sqrt[3]{\frac{M_{\pi 0x}}{b \cdot \rho_{\pi 0x}}} = \sqrt[3]{\frac{\rho_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot a \cdot \ \alpha_\pi \cdot \beta_\pi \cdot \lambda_\pi \ ^3}{\psi_\pi \cdot b \cdot \psi^4_\pi \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}}}}\,, \tag{B.5}$$

или, после преобразования:

$$R_{\pi 0x} = \frac{\lambda_\pi \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\psi_\pi \cdot \sqrt[3]{\psi^2_\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{b}}\,. \tag{B.6}$$

Найдём отношение $R_{\pi 0x}$ к длине $R_{\pi 0g}$, записанной в виде

$$R_{\pi 0g} = M_{\pi 0} \cdot \frac{G_{\pi 0}}{c^2_{\pi 0}} = a \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi \cdot \lambda_\pi)^3 \cdot \frac{G_{\pi 0}}{c^2_{\pi 0}}\,, \tag{B.7}$$

$$\frac{R_{\pi 0x}}{R_{\pi 0g}} = \frac{c^4_{\pi 0} \cdot m^2_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot \psi_\pi}{h^2_{\pi 0} \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot G_{\pi 0} \cdot a \cdot \alpha^2_\pi \cdot \beta^2_\pi \cdot \sqrt[3]{\psi^2_\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{b}}\,. \tag{B.8}$$

В виду того, что

$$\frac{c^4_{\pi 0} \cdot m^2_{\pi 0\mathrm{P}}}{h^2_{\pi 0} \cdot \rho_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot G_{\pi 0}} = 1\,, \tag{B.9}$$

(B.8) может быть записано в виде

$$\frac{R_{\pi 0x}}{R_{\pi 0g}} = \frac{\psi_\pi}{a \cdot \alpha^2_\pi \cdot \beta^2_\pi \cdot \sqrt[3]{\psi^2_\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{b}}\,. \tag{B.10}$$

Рассмотрим три возможных варианта.

1. Первый вариант:

$$R_{\pi 0x} / R_{\pi 0g} = 1\,. \tag{B.11}$$

Тогда (B.10), после возведения в куб, запишется как

$$\frac{\psi_\pi}{a^2 \cdot \alpha^6_\pi \cdot \beta^6_\pi} \cdot \frac{1}{b} = 1^3\,. \tag{B.12}$$

$$\psi_{\pi 1} = \alpha^6_\pi \cdot \beta^6_\pi \cdot a^2 \cdot b\,. \tag{B.13}$$

2. Второй вариант:

$$R_{\pi 0x} / R_{\pi 0g} = \alpha_\pi / \beta_\pi\,. \tag{B.14}$$

Тогда (B.10) после возведения в куб запишется как

$$\frac{\psi_\pi}{a^2 \cdot \alpha^6_\pi \cdot \beta^6_\pi} \cdot \frac{1}{b} = \left(\frac{\alpha_\pi}{\beta_\pi}\right)^3\,. \tag{B.15}$$

$$\psi_{\pi 2} = \alpha^9_\pi \cdot \beta^3_\pi \cdot a^2 \cdot b\,. \tag{B.16}$$

3. Третий вариант:

$$R_{\pi 0x} / R_{\pi 0g} = \alpha_\pi \cdot \beta_\pi\,. \tag{B.17}$$

Тогда (B.10) после возведения в куб запишется как

$$\frac{\psi_\pi}{a^2 \cdot \alpha^6_\pi \cdot \beta^6_\pi} \cdot \frac{1}{b} = (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3\,. \tag{B.18}$$

$$\psi_{\pi 3} = \alpha^9_\pi \cdot \beta^9_\pi \cdot a^2 \cdot b\,. \tag{B.19}$$

Из (B.13), (B.16) и (B.19) следует, что ψ_π определить невозможно, не зная численного значения $a^2 \cdot b$.

Для определения $a^2 \cdot b$ запишем соотношение:

$$L_{\pi 0x} = L_{\pi 0y} / \psi_{\pi}, \tag{B.20}$$

$L_{\pi 0x}$ и $L_{\pi 0y}$ – параметры с размерностью см^{-1}.

Запишем соотношение:

$$l_{\pi 0x}^{2} = V_{\pi 0} \cdot L_{\pi 0x}. \tag{B.21}$$

Извлечем квадратный корень из (В.21), получим:

$$l_{\pi 0x} = \sqrt{V_{\pi 0} \cdot \frac{L_{\pi 0y}}{\psi_{\pi}}}. \tag{B.22}$$

Запишем соотношение:

$$\frac{l_{\pi 0x} \cdot L_{\pi 0y}}{\pi} = \sqrt[4]{\pi}. \tag{B.23}$$

Возведем (В.23) в 4-ю степень, получим:

$$\frac{l_{\pi 0x}^{4} \cdot L_{\pi 0y}^{4}}{\pi^{4}} = \pi. \tag{B.24}$$

С учетом (В.21), (В.24) запишется как

$$V_{\pi 0}^{2} \cdot \frac{L_{\pi 0y}^{6}}{\psi_{\pi}^{2}} = \pi^{5}. \tag{B.25}$$

Из (В.25) найдем $V_{\pi 0}$:

$$V_{\pi 0} = \frac{\sqrt{\pi^{5}} \cdot \psi_{\pi}}{L_{\pi 0y}^{3}}. \tag{B.26}$$

Имея в виду (В.16), запишем (В.26) как

$$V_{\pi 0} = \frac{\sqrt{\pi^{5}} \cdot \alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot a^{2} \cdot b}{L_{\pi 0y}^{3}}. \tag{B.27}$$

Приравнивая (А.13) и (В.27)

$$\pi^{2} \cdot \ \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}\ {}^{3} \cdot \lambda_{\pi}^{3} = \frac{\sqrt{\pi^{5}} \cdot \alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot a^{2} \cdot b}{L_{\pi 0y}^{3}}, \tag{B.28}$$

получаем:

$$\lambda_{\pi}^{3} \cdot L_{\pi 0y}^{3} = \frac{\sqrt{\pi^{5}} \cdot \alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot a^{2} \cdot b}{\pi^{2} \cdot \ \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}\ {}^{3}} = \sqrt{\pi} \cdot \alpha_{\pi}^{6} \cdot a^{2} \cdot b. \tag{B.29}$$

Извлекая кубический корень из (В.29), получим:

$$\lambda_{\pi} \cdot L_{\pi 0y} = \sqrt[3]{\sqrt{\pi} \cdot \alpha_{\pi}^{6} \cdot a^{2} \cdot b} = \alpha_{\pi}^{2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{\pi} \cdot a^{2} \cdot b}. \tag{B.30}$$

Из условия

$$\lambda_{\pi} \cdot L_{\pi y} = 2 \cdot \pi^{2} \cdot \alpha_{\pi}^{2}, \tag{B.31}$$

приравнивая (В.30) и (В.31), получим:

$$\alpha_{\pi}^{2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{\pi} \cdot a^{2} \cdot b} = 2 \cdot \pi^{2} \cdot \alpha_{\pi}^{2}. \tag{B.32}$$

Равенство (В.32) выполняется при условии, если $\sqrt{\pi} \cdot a^{2} \cdot b = 8 \cdot \pi^{6}$ и тогда

$$a^{2} \cdot b = \frac{8 \cdot \pi^{6}}{\sqrt{\pi}}. \tag{B.33}$$

С учётом (В.16) и (В.33), запишем ψ_{π} в виде

$$\psi_{\pi} = \alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot \frac{8 \cdot \pi^{6}}{\sqrt{\pi}}. \tag{B.34}$$

Запишем ψ_{π} в виде

$$\psi_{\pi} = \frac{\alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot l_{\pi 0\text{P}}}{k_{\pi 0}}, \tag{B.35}$$

где

$$l_{\pi 0\mathrm{P}} = \psi_{\pi} \cdot \lambda_{\pi} . \tag{B.36}$$

С учётом (А.2) и (В.36), запишем:

$$\alpha_{\pi}^{9} \cdot \beta_{\pi}^{3} \cdot a^{2} \cdot b = \frac{\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} \cdot l_{\pi 0\mathrm{P}}}{k_{\pi 0}} . \tag{B.37}$$

Возведем (В.37) в квадрат и, преобразуя, найдем G_{01}:

$$\frac{h_{\pi 0} \cdot G_{\pi 01}}{c_{\pi 0}^{3}} = \alpha_{\pi}^{16} \cdot \beta_{\pi}^{4} \cdot a^{4} \cdot b^{2} \cdot k_{\pi 0}^{2} \cdot \frac{c_{\pi 0}^{3}}{h_{\pi 0}} . \tag{B.38}$$

и, окончательно:

$$G_{\pi 01} = \alpha_{\pi}^{18} \cdot \beta_{\pi}^{6} \cdot a^{4} \cdot b^{2} \cdot \lambda_{\pi}^{2} \cdot \frac{c_{\pi 0}^{3}}{h_{\pi 0}} . \tag{B.39}$$

Имея в виду (В.14), запишем:

$$R_{\pi 0x} = R_{\pi 0F} \cdot \frac{\alpha_{\pi}}{\beta_{\pi}} , \tag{1.40}$$

где

$$R_{\pi 0F} = \frac{2 \cdot c_{\pi 0}^{2}}{G_{\pi 02}} \cdot \mathrm{u}_{\pi m}^{-1} \cdot \mathrm{u}_{\pi l}^{2} ; \tag{B.41}$$

$\mathrm{u}_{\pi m} = 1 \cdot m$ – единичная масса, $\dim\, m = \mathrm{M}$ – масса; единица массы системы единиц СГС – грамм.

$$M_{\pi 0x} = b \cdot R_{\pi 0x}^{3} \cdot \frac{m_{\pi}}{\lambda_{\pi}^{3}} . \tag{B.42}$$

Запишем $\mathrm{u}_{\pi\rho s}$ – единичную поверхностную плотность массы в виде

$$\mathrm{u}_{\pi\rho s} = \mathrm{u}_{\pi m} \cdot \mathrm{u}_{\pi l}^{-2} . \tag{B.43}$$

С учетом (В.43), запишем $M_{\pi 0x}$ в виде

$$M_{\pi 0x} = \frac{1}{\psi_{\pi}} \cdot \frac{2 \cdot c_{\pi 0}^{4}}{G_{\pi 02}^{2}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-1} . \tag{B.44}$$

Приравнивая (В.42) и (В.44), получим:

$$\frac{2 \cdot \pi^{2}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{8 \cdot c_{\pi 0}^{6}}{G_{\pi 02}^{3}} \cdot \frac{\alpha_{\pi}^{3}}{\beta_{\pi}^{3}} \cdot \frac{m_{\pi}}{\lambda_{\pi}^{3}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-3} = \frac{2 \cdot c_{\pi 0}^{4}}{G_{\pi 02}^{2}} \cdot \frac{\lambda_{\pi}}{l_{\pi 0\mathrm{P}}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-1} . \tag{B.45}$$

Разделив (В.45) на $\dfrac{2 \cdot c_{\pi 0}^{4}}{G_{\pi 02}^{2}} \cdot \lambda_{\pi}$, получаем:

$$\frac{8 \cdot \pi^{2} \cdot c_{\pi 0}^{2}}{\sqrt{\pi} \cdot G_{\pi 02}} \cdot \frac{\alpha_{\pi}^{3}}{\beta_{\pi}^{3}} \cdot \frac{h_{\pi 0}}{c_{\pi 0} \cdot \lambda_{\pi}^{5}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-2} = \frac{1}{l_{\pi 0\mathrm{P}}} . \tag{B.46}$$

Так как

$$\lambda_{\pi} = \frac{k_{\pi 0}}{\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}} , \tag{B.47}$$

то, возведя (В.46) в квадрат, получим:

$$\frac{64 \cdot \pi^{4}}{\pi} \cdot \frac{\alpha_{\pi}^{16} \cdot \beta_{\pi}^{4}}{k_{\pi 0}^{10}} \cdot \frac{h_{\pi 0}^{2} \cdot c_{\pi 0}^{2}}{G_{\pi 02}^{2}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} = \frac{c_{\pi 0}^{3}}{h_{\pi 0} \cdot G_{\pi 02}} . \tag{B.48}$$

Окончательно:

$$G_{\pi 02} = 64 \cdot \pi^{3} \cdot \frac{\alpha_{\pi}^{16} \cdot \beta_{\pi}^{4}}{k_{\pi 0}^{10}} \cdot \frac{h_{\pi 0}^{3}}{c_{\pi 0}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} . \tag{B.49}$$

С учётом (В.47), (В.49) запишется как

$$G_{\pi 02} = 64 \cdot \pi^{3} \cdot \left(\frac{\alpha_{\pi}}{\beta_{\pi}} \right)^{6} \cdot \frac{1}{\lambda_{\pi}^{10}} \cdot \frac{h_{\pi 0}^{3}}{c_{\pi 0}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} \tag{B.50}$$

Так как $64 \cdot \pi^{3} = 16 \cdot b^{2}$, то

$$G_{\pi 02} = 16 \cdot b^2 \cdot \left(\frac{\alpha_\pi}{\beta_\pi} \right)^6 \cdot \frac{1}{\lambda_{\pi 0\mathrm{e}}^{10}} \cdot \frac{h_{\pi 0}^3}{c_{\pi 0}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} . \tag{B.51}$$

Разделив (B.39) на (B.51), получим:

$$\frac{G_{\pi 01}}{G_{\pi 02}} = \alpha_\pi^{12} \cdot \beta_\pi^{12} \cdot \lambda_{\pi 0\mathrm{e}}^{12} \cdot \frac{a^4}{16} \cdot \frac{c_{\pi 0}^4}{h_{\pi 0}^4} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} . \tag{B.52}$$

Если

$$G_{\pi 01} = G_{\pi 02} , \tag{B.53}$$

то правая часть (B.52) запишется как

$$\alpha_\pi^{12} \cdot \beta_\pi^{12} \cdot \lambda_{\pi 0\mathrm{e}}^{12} \cdot \frac{a^4}{16} \cdot \frac{c_{\pi 0}^4}{h_{\pi 0}^4} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{4} = 1 . \tag{B.54}$$

Тогда

$$a^4 \cdot k_{\pi 0}^{12} = 16 \cdot \frac{h_{\pi 0}^4}{c_{\pi 0}^4} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-4} \tag{B.55}$$

и, извлекая корень 4-й степени из (B.55), получим:

$$a \cdot k_{\pi 0}^3 = 2 \cdot \frac{h_{\pi 0}}{c_{\pi 0}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-1} \tag{B.56}$$

или

$$2 \cdot \pi^2 \cdot \ \alpha_\pi \cdot \beta_\pi \cdot \lambda_\pi \ ^3 = 2 \cdot \frac{h_{\pi 0}}{c_{\pi 0}} \cdot \mathrm{u}_{\pi\rho s}^{-1} \quad (a = 2 \cdot \pi^2). \tag{B.57}$$

$$m_{\pi 0\mathrm{P}} \cdot l_{\pi 0\mathrm{P}} = m_\pi \cdot \lambda_\pi = \frac{h_{\pi 0}}{c_{\pi 0}} . \tag{B.58}$$

Таким образом, соотношения (B.31) и (B.58) выполняются при условии (B.14), а это значит, что постоянная масштабной инвариантности ψ_π равна $\psi_{\pi 2}$:

$$\psi_\pi = \psi_{\pi 2} = \alpha_\pi^9 \cdot \beta_\pi^3 \cdot \frac{8 \cdot \pi^6}{\sqrt{\pi}} . \tag{B.59}$$

Список литературы

1. Мостовой Ю П, Мухин К Н, Патаракин О О *УФН* **166** 987–1022 (1996)
2. Серебров А П *УФН* **185** 1179–1201 (2015)
3. Bowman J David et al., arXiv:1410.5311
4. Корн Г и Корн Т *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (М.: Наука, 1974)
5. Двайт Г Б *Таблицы интегралов и другие математические формулы* (М.: Наука, 1977)
6. Mohr Peter J, Taylor Barry N and Newell David B *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1527 (2012)