ТЕОРЕМА ТЕБО В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Эрдниев Батыр Пюрвеевич[1], *Горяев Владимир Михайлович*[2], *Эрдниев Арслан Батырович*[3]

[1]*Калмыцкий государственный университет, доктор педагогических наук, профессор кафедры математики, информатики и методики преподавания*
[2]*Калмыцкий государственный университет, кандидат педагогических наук, доцент, зав. кафедрой информационных технологий*

[3]*Калмыцкий государственный университет, аспирант кафедры математики, информатики и методики преподавания*

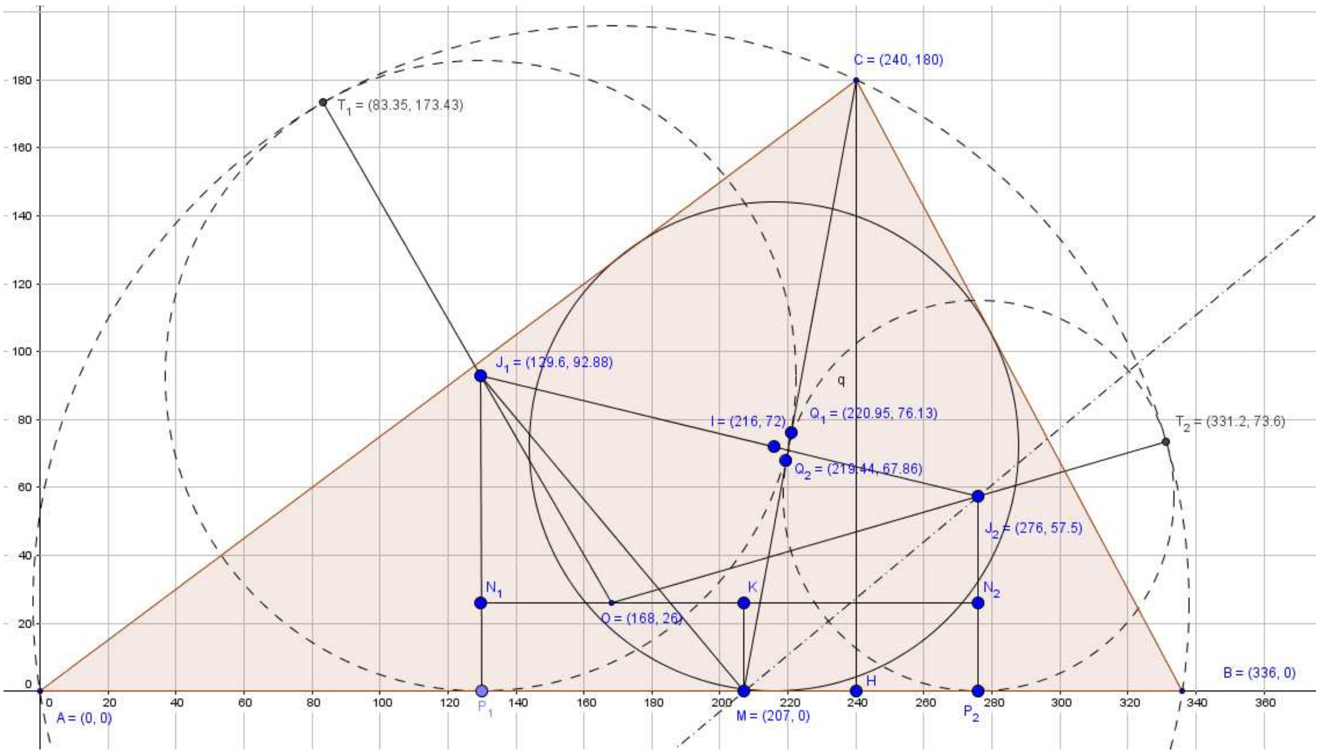
Виктор Тебо практически наш современник (1882-1960). Открыл более 100 теорем классической геометрии. В планиметрии известны три теоремы. Теорема Тебо – название данное различным проблемам планиметрии, которые известны как теорема Тебо I, II, и III.

Третья теорема Тебо:

На стороне АВ треугольника АВС выбрана произвольная точка М. В криволинейные треугольники АМС и ВМС вписаны по окружности V_1 и V_2. Окружность V_1, вписанная в криволинейный треугольник АМС касается отрезков АМ в точке P_1, МС в точке Q_1 и описанной окружности треугольника АВС в точке T_1, аналогично V_2. Требуется доказать, что линия центров этих окружностей V_1 , V_2 и центр J вписанной окружности треугольника АВС- коллинеарны, т.е. лежат на одной прямой.

Опорный чертеж

A(0,0), B(336,0),C(240,180); ΔACH_3- египетский, ΔAH_3B- латинский, A=36°52´, B=61°56´, C=81°12´, ΔАВС- треугольник Джона Саттерли.



I (216,72), окружность с центром I, вписанная в ΔABC, касающаяся трех сторон a,b и c (r=72)

O(168, 26), описанная окружность с центром O, проходящая через a,b и c (r=170)

V_1(129,6;92,88), окружность с центром V_1, вписанная в криволинейный ΔAMC, касающаяся сторон AM в точке P_1(129,60) стороны MC в точке Q_1 на удалении MQ_1=77,4. Касается дуги AC в точке $T_1(83\frac{156}{241}; 173\frac{108}{241}) \approx$ (83,65;173,43)	V_2(276;57,5), окружность с центром V_2, вписанная в криволинейный ΔBMC, касающаяся сторон BM в точке P_2(276,0) стороны MC в точке Q_2 на удалении MQ_2=69. Касается дуги BC в точке T_2(331,2; 73,6).

Первое векторное подтверждение следствия теоремы Тебо

$\overrightarrow{V_1J} == \begin{pmatrix} 216 & -129{,}6 \\ 72 & -92{,}88 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 86{,}4 \\ -20{,}88 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{JV_2} == \begin{pmatrix} 276 & -216 \\ 57{,}5 & -72 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ -14{,}5 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{V_1J} = 1{,}44 \cdot \overrightarrow{JV_2}, \begin{cases} 86{,}4 = 1{,}44 \cdot 60 \\ -20{,}88 = 1{,}44 \cdot (-14{,}5) \end{cases}$$

Вторая арифметическая проверка линии центров OV_iT_i, касающихся окружностей, т.к. $\underline{OT_i=OV_i+r_i=170}$.

Проверка

OV_1=

$\sqrt{(129{,}6-168)^2+(92{,}88-26)^2}=$

$\sqrt{38{,}44^2+66{,}88^2}=$

$0{,}01\sqrt{3840^2+6688^2}=0{,}01\cdot 32\cdot$

$\sqrt{120^2+209^2}=0{,}01\cdot 32\cdot 241=77{,}12$

$OT_1= OV_1+r_1=77{,}12+92{,}88=170.$

Триада 120,209,241

OV_2=

$\sqrt{(267-168)^2+(57{,}5-26)^2}=\sqrt{108^2+31{,}5^2}=$

$0{,}5\sqrt{216^2+63^2}=0{,}5\cdot 9\cdot\sqrt{24^2\cdot 7^2}=\sqrt{112{,}5}=$

$4{,}525$

$OT_2= OV_2+r_2=112{,}5+57{,}5=170.$

Триада 24,7,25

На чертеже хорошо видно, что если M≡L(200,0), т.е. CL- биссектриса, то J≡Q1≡Q2, а прямая $V_1V_2 \perp CL$.

Характеристические иррациональные уравнения:

$OV_1+V_1T_1=170$

$$\sqrt{\left(\frac{5}{6}r_1-39\right)^2+(r_1-26)^2}+r_1=170$$

$$\frac{25}{36}r_1^2-223r_1^2-26703=0$$

$$r_1^2+321{,}12r_1-38452{,}32=0$$

$$r_1=-160{,}56+253{,}44=92{,}88.$$

$QM_1=\frac{5}{6}92{,}88=77{,}4$

$$\begin{cases}XV_1=129{,}6\\YV_1=92{,}88\end{cases}$$

$OV_2+V_2T_2=170$

$$\sqrt{(1{,}2r_1+39)^2+(r_2-26)^2}+r_2=170$$

$$1{,}44r_2^2-381{,}6r_2^2-26703=0$$

$$r_2^2+256r_2-18543{,}75=0$$

$$r_2=-132{,}5+190=57{,}5.$$

$QM_2=\frac{6}{5}\cdot 57{,}5=69.$

$$\begin{cases}XV_2=276\\YV_1=57{,}5\end{cases}$$

В работе были использованы «правильные» числовые параметры, порождающие точные табличные значения для всех характеристических точек чертежа. В наших предыдущих работах такая методика используется для теорем Эйлера, Гамильтона, Фейрбаха. Наше исследование направлено принципиальное изменение позиции по определению содержания курса аналитической геометрии, который по аналогии с аналитической химией, аналитической механики и т.д. становится содержательно конкретным и изучение аналитических методов в геометрии становится действительно методом изучения феноменов математической культуры.

Список литературы:

1. Гайдук Ю., Хованский А. Краткий обзор исследований по геометрии треугольника. «Математика в школе», № 5, 1958
2. Мякишев А. Элементы геометрии треугольника. Библиотека «Математическое просвещение», выпуск 19. М., МЦНМО, 2009
3. Эрдниев Б.П., Горяев В.М., Баталаев А.В. 8 –WEB- матрица геометрических представлений простых и ассоциированных с ними составных чисел джоинт-ряда // Исследования в области естественных наук. 2015. № 4 [Электронный ресурс]. URL: http://science.snauka.ru/2015/04/9182 (дата обращения: 12.04.2015).
4. Горяев В.М. Задача о лотосе в курсе математики // Международный журнал экспериментального образования, 2015, №. 2, 70–71.
5. Эрдниев Б.П., Горяев В.М., Эрдниев А.Б. Выделение и уточнение смысловых единиц геометрии треугольника на примере задания №18 ЕГЭ-2015 // Научный электронный архив. URL: http://econf.rae.ru/article/9492 (дата обращения: 11.01.2016).
6. Эрдниев Б.П.,Горяев В.М.,Эрдниев А.Б. Забытая теорема (закон У.Гамильтона) в цифровой модели // Научный электронный архив. URL: http://econf.rae.ru/article/9731 (дата обращения: 11.01.2016).