

Глава II. Эскизный проект на аппаратуру для исследования режимов ДВС в эксплуатационных условиях.

§ 1. Общие технические требования на разработку аппаратуры.

После того, как была выяснена необходимость стандартизации состава газов ДВС, рассмотрено состояние работ по борьбе с загрязнением воздуха и поставлена задача по исследованию режимов ДВС в эксплуатационных условиях, было составлено общее техническое задание на разработку аппаратуры для указанных исследований, согласованное с ЛАНЦИТА. Это техническое задание приведено в начале отчета.

Разработка аппаратуры в соответствии с блок-схемой **рис. 3** проведена по следующей методике:

1. Возможные варианты решения.
2. Обзор существующей аппаратуры и сравнение ее относительно поставленной задачи.
3. Выводы по выбору и обоснованию принципа решения и аппаратуры.
4. Выбор и обоснование принципиальной схемы.
5. Расчётная часть.
6. Оценка погрешности.
7. Заключение.

¹См. стр.1–57 в [//econf.rae.ru/article/9696](http://econf.rae.ru/article/9696). ..9697. ..9703 и №, д.б., на 1 меньше № данного файла. .

Датчик момента двигателя§ 2-1Измерение крутящего момента.

Для более точного анализа выхлопных газов необходимо располагать информацией о моменте, развиваемом двигателем внутреннего сгорания автомобиля. Характеристика момента, развиваемого двигателем, может быть снята непосредственно с вала двигателя, с коробки передач, с карданного вала или с полуосей ведущих колес.

Существуют два метода измерения крутящего момента на вращающемся валу:

- 1) метод последовательного включения датчика;
- 2) метод параллельного включения датчика.

Первый метод требует разрыва линии передач, в который включается упругий элемент с аналоговым датчиком угла поворота. Преобразование угла скручивания упругого вала в электрическую величину может производиться различными преобразователями. Наибольшее распространение получили индуктивные, индукционные, емкостные, проволочные и другие преобразователи. На рис. 6 изображена структурная схема измерения момента по первому методу.

Второй метод предполагает, что вал, передающий движение нагрузке, сам является в некоторой степени упругим. Угол закручивания вала можно фиксировать различными датчиками. Наибольшее распространение получили тензодатчики, конечные выключатели, магнитноэлектрические датчики, фотодатчики и др. На рис. 7 изображена структурная схема измерения крутящего момента по

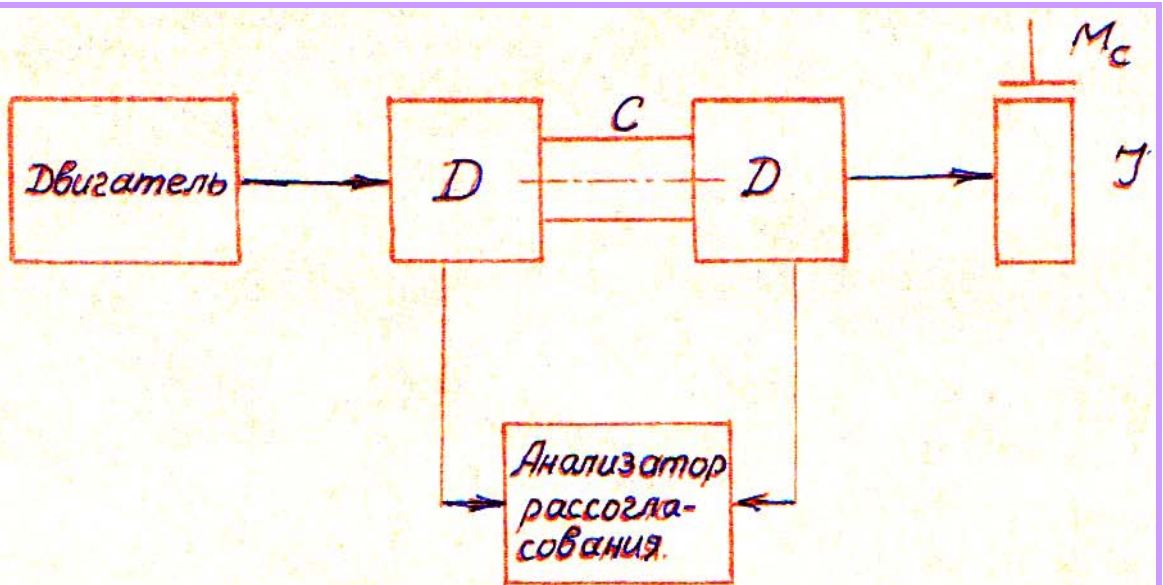


Рис. 6.

Метод последовательного включения датчика

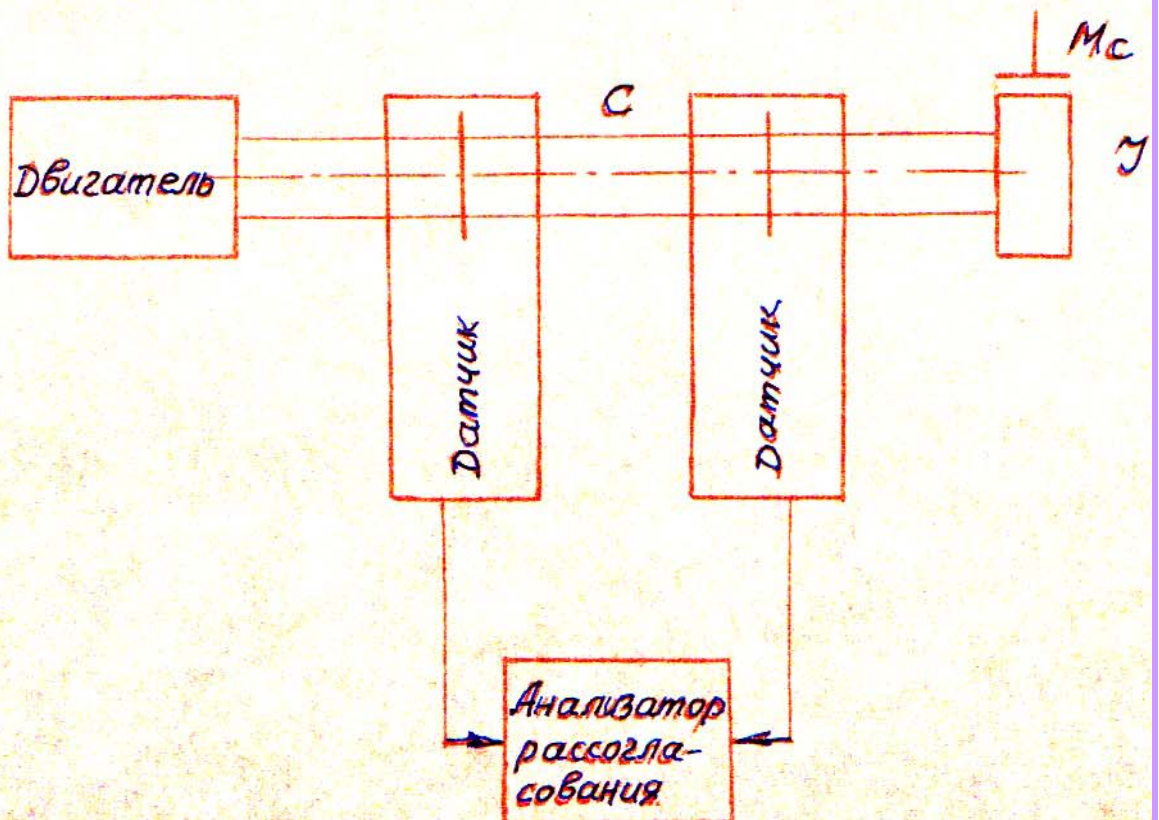


Рис. 7.

Метод параллельного включения датчика

методу параллельного включения датчиков. Опыт показывает, что, если наибольший угол скручивания между двумя максимально разнесенными сечениями мал, т.е. не превышает I^0 , то следует применять тензодатчики. При угле скручивания вала больше I^0 , кроме перечисленных датчиков, можно применять специально сконструированные для данного вала, индуктивные датчики.

Остановимся подробнее на каждом методе измерения.

§ 2-2

Обзор существующих методов

измерения вращающихся моментов

1. Метод последовательного включения датчиков момента

В автомобильной промышленности для измерения крутящих моментов нашли применение в основном два вида датчиков: индуктивный и магнитоупругий.

а) Индуктивный датчик.

В 1961 г. на заводе им. Лихачева в стендовых условиях производили измерения крутящего момента при помощи индуктивного датчика, сконструированного в Московском автомеханическом институте [1]. Датчик отличался от ранее изготовленных большей линейностью характеристики и обеспечивал точность измерения не ниже 2%. Схема такого датчика изображена на рис. 8.

На торсион датчика I напрессовываются латунные кольца 2, которые являются магнитными изоляторами. К этим кольцам крепятся зубчатые кольца 3 магнитного ротора. При подаче крутящего момента шейки торсиона скручиваются и кольца магнитного ротора поворачиваются друг относительно друга, так, что воздушный зазор "б" в левой паре кольца изменяется в одну сторону, а в правой в другую. При этом магнитное сопротивление цепи одной

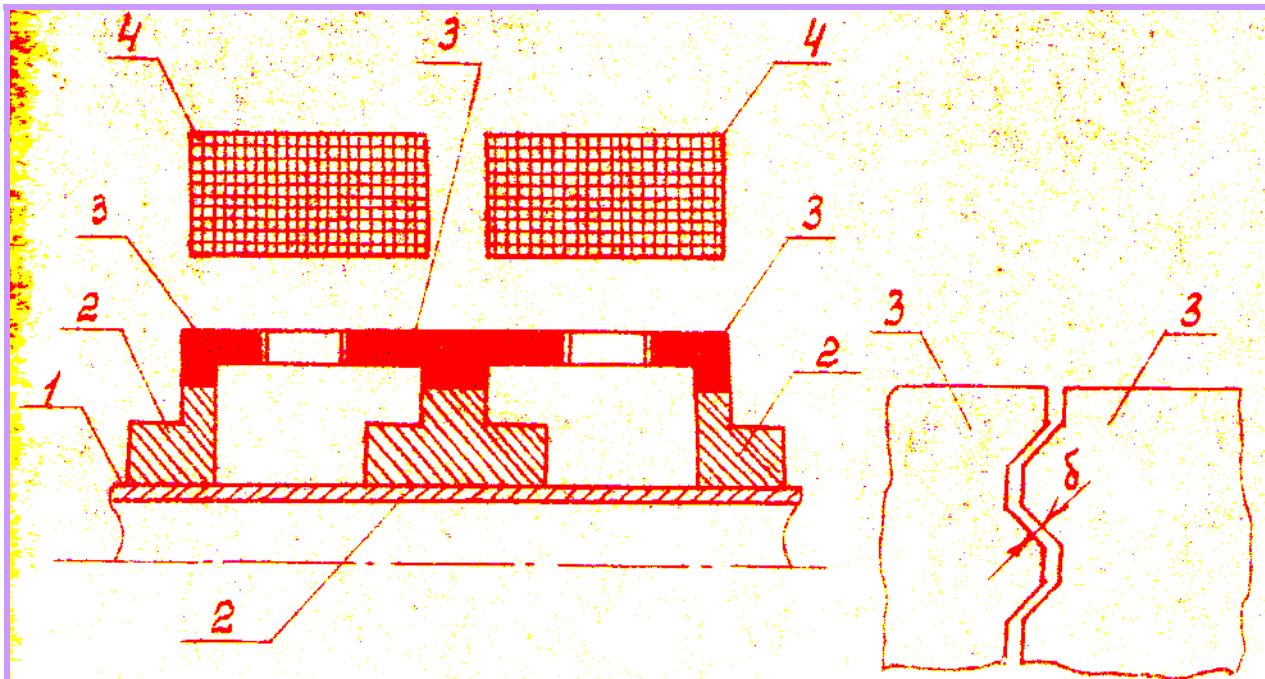


Рис. 8

индуктивный датчик

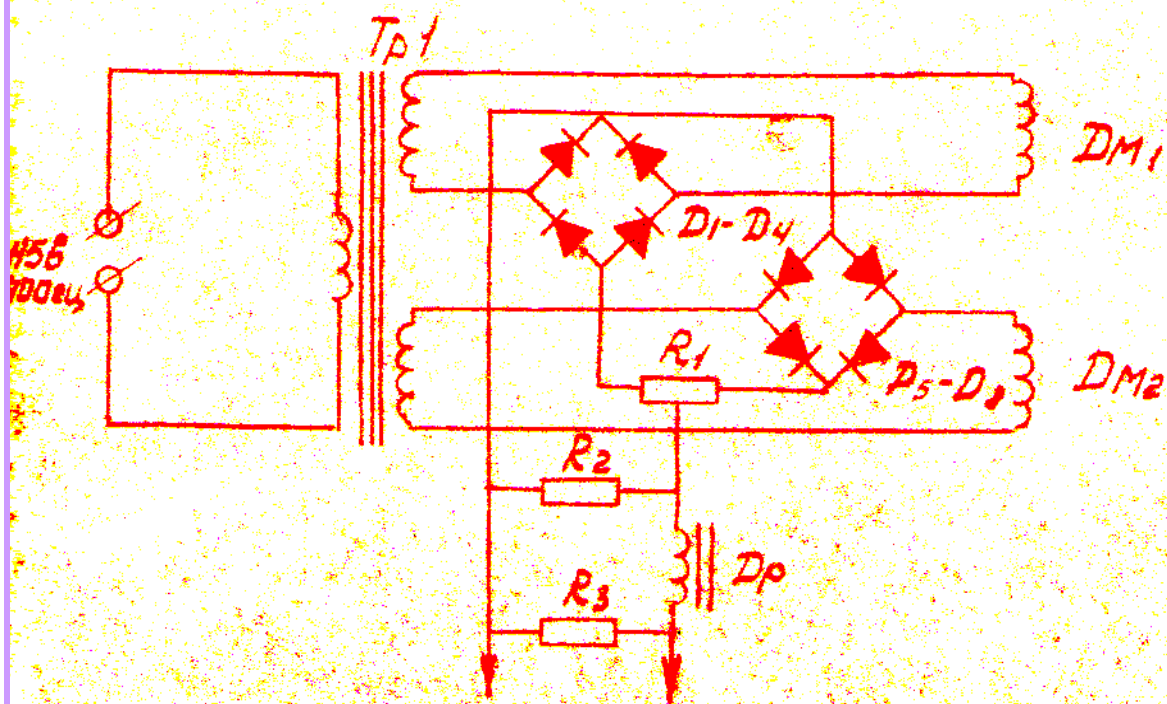


Рис. 9

Электрическая схема включения датчиков

катушки 4 увеличивается, а другой - уменьшается.

В результате электрическое сопротивление катушки становится неодинаковым, что вызывает разбаланс в мостовой схеме рис. 4.

К недостаткам можно отнести большие габариты муфты (диаметр $d = 150$ мм, длина $l = 250$ мм) и необходимость преобразования напряжения аккумулятора.

Еще один индуктивный датчик нашел широкое применение в автомобильной промышленности. Этот датчик разработан в НАМИ [2] и отличается от выше описанного немного уменьшенными габаритами ($d = 120$ мм $l = 150$ мм) и схемой измерения. В комплект измерительной аппаратуры входят:

- 1) генератор несущей частоты на 5000 гц;
- 2) усилитель мощности;
- 3) регистрирующий прибор.

Схема может быть выполнена на полупроводниках и не требует преобразования напряжения аккумулятора. Несмотря на это, сравнительно большие габариты ограничивают его применение, хотя автор рекомендует ставить его непосредственно на автомобиле.

б) Магнитоупругий датчик

В нефтяной и газовой промышленности нашли применение магнитоупругие датчики серии ДМ. Габариты датчика приблизительно такие же, что и у индуктивных датчиков. Они рассчитаны на питание от сети 36в 50 гц, потребляемая мощность 2,5 вт.

Максимальное выходное напряжение вторичной цепи равно 1,5в. Основная погрешность 1,5%. Погрешность в диапазоне колебания температур от -20°C до $+60^{\circ}\text{C}$ не более $\pm 0,5\%$ на 10°C .

Датчики выпускаются серийно под шифром ДМ.

Принцип действия датчика описан в литературе [3].

П. Метод параллельного включения

датчика моментов

Датчики моментов, используемые в методе параллельного включения, можно разделить на две группы: контактные и бесконтактные. К контактным датчикам относятся тензодатчики (тензосопротивления и полупроводниковые тензодатчики). К бесконтактным датчикам относятся импульсные, магнитоэлектрические и фотодатчики. Остановимся подробнее на рассмотрении каждой группы.

а) Проволочные тензодатчики

Определение крутящего момента при помощи тензодатчиков сводится к наклеиванию тензосопротивлений и полупроводниковых тензодатчиков на различные звенья в трансмиссии.

В основу работы проволочного тензодатчика лежит явление тензоэффекта, заключающегося в изменении активного сопротивления проводников при их механической деформации. Основным показателем является коэффициент относительной тензочувствительности K .

$$K = \frac{\varepsilon(R)}{\varepsilon(L)} = 1 + 2\mu \quad (I)$$

где: $\varepsilon(R)$ - относительное изменение сопротивления

$\varepsilon(L)$ - относительное изменение длины

μ - коэффициент Пуассона для металлов $\mu = 0,24 \pm 0,4$

Таким образом, из ф-лы (I) видно, что ток, проходящий через тензосопротивление может измениться в 1,8 раза, что фиксируется при помощи мостовой схемы. Схема измерения бывает обычно громоздкая, т.к. токи очень незначительные, а точность измерения достаточно высокая. Тензосопротивления наклеиваются специальными клеями на испытуемый вал. Чтобы исключить

температурную погрешность и погрешность изменяющегося переходного сопротивления контакта токоъемника, то общая погрешность измерения может превышать 5-10%. Этим недостатком не обладают полупроводниковые тензодатчики, которые в настоящее время находят все большее применение.

б) Полупроводниковые тензодатчики

Измерение крутящих моментов путем применения полупроводниковых тензодатчиков может быть реализовано двумя способами.

Первый способ предполагает наклеивание датчиков на валы или специальные втулки. О величине момента судят по деформации вала или втулки, измеряемой тензодатчиками.

Во втором способе, который удобен для измерения момента, развиваемого двигателем, датчики наклеиваются на специальные динамометрические вкладыши, помещенные между двигателем и фундаментом, на котором он установлен.

Основные свойства полупроводниковых тензодатчиков, отличающие их от проволочных и фольговых, являются малые размеры, очень высокая чувствительность (на два порядка выше, чем у тензосопротивлений), высокий уровень выходного сигнала, что исключает применение сложных измерительных схем.

Часто оказывается весьма удобным преобразовать непрерывный выходной сигнал моста в последовательность электрических импульсов, частота или скважность которых определяется измеряемой деформацией.

В последние годы нашла применение схема, изображенная на рис 12.

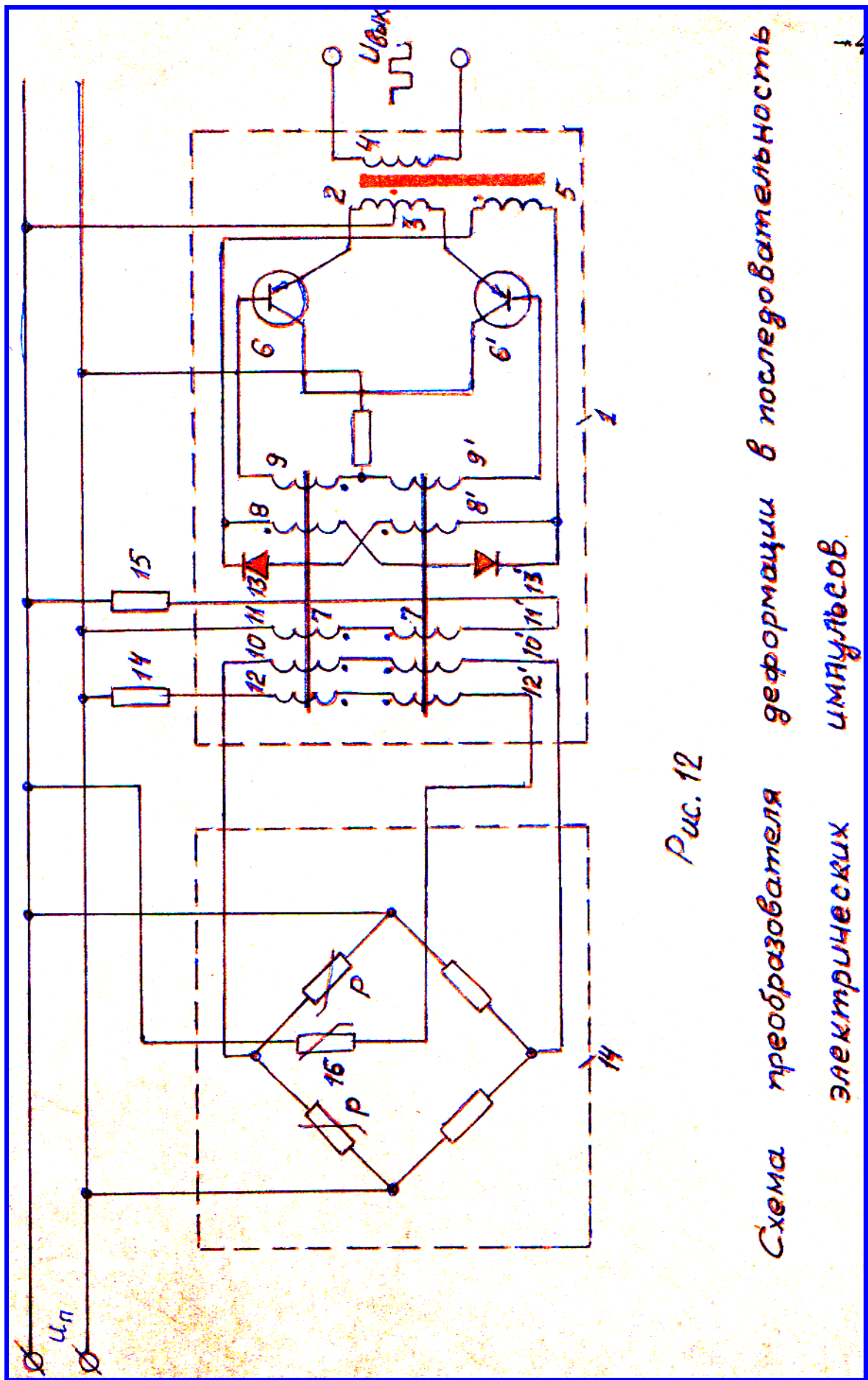


Рис. 12

Схема преобразователя деформации в последовательность электрических импульсов.

Преобразователь 1 состоит из выходного трансформатора 2 с тремя обмотками - первичной 3, имеющей вывод средней точки, вторичной 4 и обмоткой обратной связи 5, двух транзисторов 6 и 6' и двух подмагничиваемых переключающих трансформаторов 7 и 7', каждый из которых имеет первичные или рабочие обмотки 8 и 8', обмотки, питающие цепи баз транзисторов 9 и 9', а также обмотки управления 10-12 и 10'-12'. В контуры обмоток 8 и 8' включены диоды 13 и 13'.

Сердечник трансформатора 2 в процессе работы не насыщается и может быть выполнен из любого материала. Насыщающиеся трансформаторы 7 и 7' имеют сердечник из материала с прямоугольной петлей гистерезиса. Питание преобразователя осуществляется от источника постоянного напряжения.

Тензометрический мост 14, в одно или несколько плеч которого включены полупроводниковые тензодатчики, питается от того же источника U_n , а его диагональ нагружена на обмотки 10, 10' преобразователя 1, играющие роль обмоток управления. Обмотки 11, 11' питаются от источника U_n через сопротивление 15 и выполняют функции обмоток смещения. Обмотки 12, 12' включены через термосопротивление 16, расположенное вблизи тензодатчиков, и используются для температурной компенсации.

Принцип действия моста и преобразователя подробно описан в литературе [5]. Расчёт параметров и характеристик преобразователя приведен в литературе [6].

К недостаткам полупроводниковых тензодатчиков относится отсутствие серийного выпуска их и большой разброс параметров, особенно от изменения окружающей температуры. Эти недостатки

делает метод применимым только в случае проведения эксперимента.

в) Импульсные датчики

Конечные выключатели или датчики импульсов используются при применении фазо-импульсного способа измерения крутящих моментов. Способ замера является бесконтактным и состоит в следующем.

На упругий вал 1 (рис. 13) на максимально удаленном расстоянии друг от друга закрепляются две звездочки 2 с одинаковым количеством зубьев. Зубья каждой звездочки входят в прорези конечных выключателей 3, которые представляют из себя генератор высокой частоты. При проходе зубца в щели, генерация прекращается и напряжение на его выходе становится равным 0. Таким образом, при вращении звездочки на выходе конечного выключателя мы будем снимать импульсы, частота и длительность которых прямо пропорциональна скорости вращения вала. Если приложенный момент $M_c = 0$, то можно добиться, что импульсы, идущие с двух датчиков, будут находиться в фазе. Если $M_c > 0$, то вал начинает нагружаться и скручиваться. На фазометре получим две последовательности импульсов, сдвинутых относительно друг друга на время

$$\tau = K_1 \cdot \Delta \varphi \quad (2)$$

где: K_1 - коэффициент пропорциональности

$\Delta \varphi = k \cdot M_{кр}$ - угол закручивания упругого вала.

Сдвиг фаз может быть зафиксирован на триггере. Длительность импульсов, снимаемых с триггера будет пропорциональная скручивающему моменту. Такой метод измерения применяется в ВНИИСТРОЙДОРМАШ и описан в литературе [1]. Погрешность измерения может составлять 2-3%. Способ весьма эффективен и не требует больших экономических затрат.

г) Магнитоэлектрические датчики

Принцип действия магнитоэлектрического датчика очень сходен с принципом действия конечного выключателя.

На упругий вал, передающий крутящий момент, закрепляются две звездочки I (рис. 15), изготовленные из магнитомягкого материала.

Против каждой из звездочек укреплены неподвижно индукционно-импульсные преобразователи Д1 и Д2, состоящие из небольшого постоянного магнита 3 цилиндрической формы ($d = 30$ мм $l = 8$ мм), с надетой на него катушкой из стеклотекстолита, на который намотано проводом ПЭ-0,1 около 1000 витков.

Преобразователи установлены так, чтобы зазор между магнитом и зубьями звездочки был не более $0,5 \pm 1$ мм. При прохождении зубьев звездочки мимо полюсов магнитов происходит замыкание магнитного потока через воздушный зазор, в результате чего в обмотке магнита возникают сравнительно короткие импульсы напряжения частотой

$$f = \frac{m \cdot n}{60} \quad (3)$$

где: n - число оборотов вала в минуту

m - число зубьев звездочки.

Угол скручивания упругого вала 2 определяется, рассмотренным выше, фазо-импульсным методом.

Погрешность измерения такого метода зависит от числа зубьев и внешнего диаметра звездочки. Датчики описаны в литературе [8] и рекомендуются к применению при значительных углах скручивания.

д) Фотоэлектрический датчик

Принцип измерения крутящего момента при помощи применения фотоэлектрического датчика не отличается от принципа измерения с применением ^{рчи}концевого выключателя. В качестве датчика используется фотоэлемент, который выдает импульс напряжения при его освещении. Освещение фотоэлемента прерывается при помощи зубьев диска. Таким образом, получаем две последовательности импульсов, сдвинутых друг относительно друга по фазе. Фотоэлектрический датчик питается от постоянного источника тока $U_n = 12\text{В}$ и применяется при значительных углах скручивания упругого вала ($\gamma_{\text{min}} > 4^\circ$). Погрешность измерения составляет $3 \pm 5\%$.

В литературе [77] описан серийно выпускаемый фотоэлектрический датчик, который включается последовательно в трансмиссию автомобиля.

Выводы.

В этом параграфе описаны все известные методы измерения крутящего момента на вращающемся валу. Из описанных методов следует, что все они экономически равноценны и их применение решают конструктивные соображения и технические требования.

§ 2-3

Изучение задачи

Перед нами поставлена задача измерения крутящего момента на валу двигателя внутреннего сгорания автомобиля "Волга".

Измерение должно производиться в дорожных условиях, это значит, что датчики момента должны удовлетворительно работать при температуре $-30^\circ + 50^\circ\text{C}$, быть влагостойкими и виброустойчивыми. Вся конструкция измерительной аппаратуры должна выдерживать ударные нагрузки до $5g$

Погрешность измерения не должна превышать 3% от максимального значения момента. Борт автомобиля располагает двумя источниками питания напряжением 12,6в, емкостью 54 а/ч.

Согласно техническому заданию, измерение должно производиться без изменения конструкции автомобиля. Измерительная аппаратура должна иметь возможность устанавливаться на другой автомобиль (этой же марки) без каких-либо переделок.

Из перечисленных требований следует, что последовательный метод измерения крутящего момента применить нельзя, так как он требует разрыва трансмиссии автомобиля. Этот метод оправдывает себя только в стендовых испытаниях.

Тензометрирование полуоси или карданного вала автомобиля, как следует из § 2-2а, требует сверления вала и установки токоъемника. Остается рассмотреть только параллельный метод измерения момента. В параллельном методе, как было указано выше, могут быть применены либо ^{счн}концевые переключатели, либо магнитоэлектрические датчики. Принципиальной разницы между ними нет, но исходя из технических требований, целесообразно применить ^{счн}концевой выключатель типа КВДЗ-15, который (рис.17) выпускается серийно Таллинским заводом измерительной аппаратуры.

Рассмотрим возможность применения параллельного метода измерения крутящего момента на карданном валу автомобиля "Волга". (рис.18).

1. Трансмиссия автомобиля "Волга"

На рис.16 изображена схема трансмиссии автомобиля "Волга".

Двигатель внутреннего сгорания автомобиля 1 развивает момент, передавая его на коробку переключения скорости 2.

где: M_{max} - максимальный момент (кгсм)

l - расстояние между измеряемыми сечениями (см)

J_{np} - момент инерции сечения вала (см)⁴

G - модуль упругости материала $G = 84 \cdot 10^4$ кг/см²

$$J_{np} = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4) = \frac{3,14 \cdot 625}{32} (1 - 0,64) = 21,6 \text{ см}^4$$

где: D - внешний диаметр (см)

d - внутренний диаметр (см)

$$c = \frac{d}{D} = \frac{4,5}{5} = 0,9$$

$$\theta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{63,546 \cdot 100 \cdot 80}{84 \cdot 10^4 \cdot 21,6} = 2^\circ$$

Если две звездочки I3 и I2 (рис. I6) разместить на двух противоположных концах карданных валов, то угол закручивания увеличится в два раза, т.е. $\theta_{max} = 4 \pm 5^\circ$

Выводы.

Из изучения поставленной задачи следует, что наиболее приемлемым методом измерения крутящего момента в наших условиях является параллельный метод.

В качестве упругого элемента используется сам карданный вал, имеющий максимальный угол закручивания $\theta_{max} = 4 \pm 5^\circ$.

§ 2-4

Обоснование и выбор

схемы измерения момента

Схема измерения должна быть выполнена на полупроводниках и удовлетворять техническим требованиям. Выходным устройством схемы может быть шлейф осциллографа, вольтметр постоянного тока, миллиамперметр типа М24 (I кл.), либо устройство, фиксирующее импульсы различной длительности.

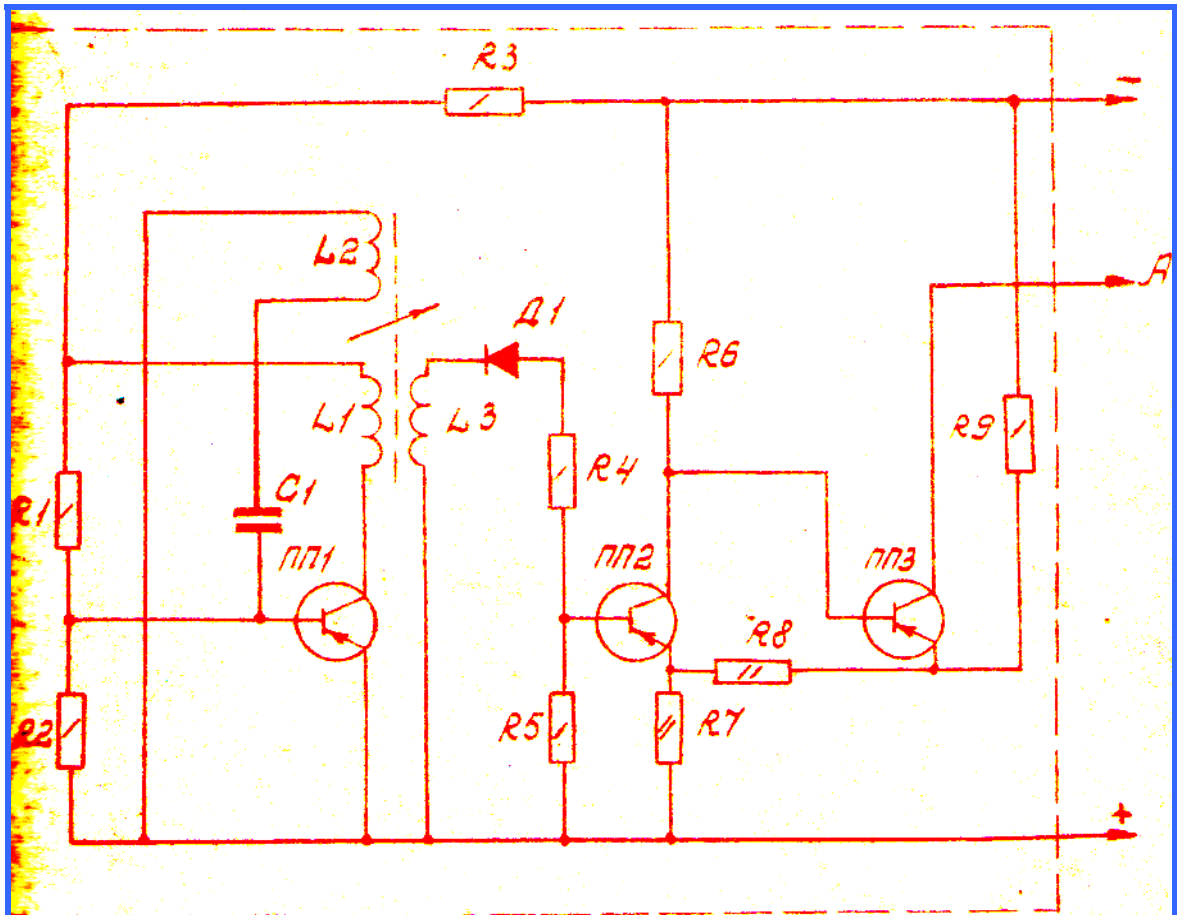


Рис. 17

Электрическая схема КВД3-15

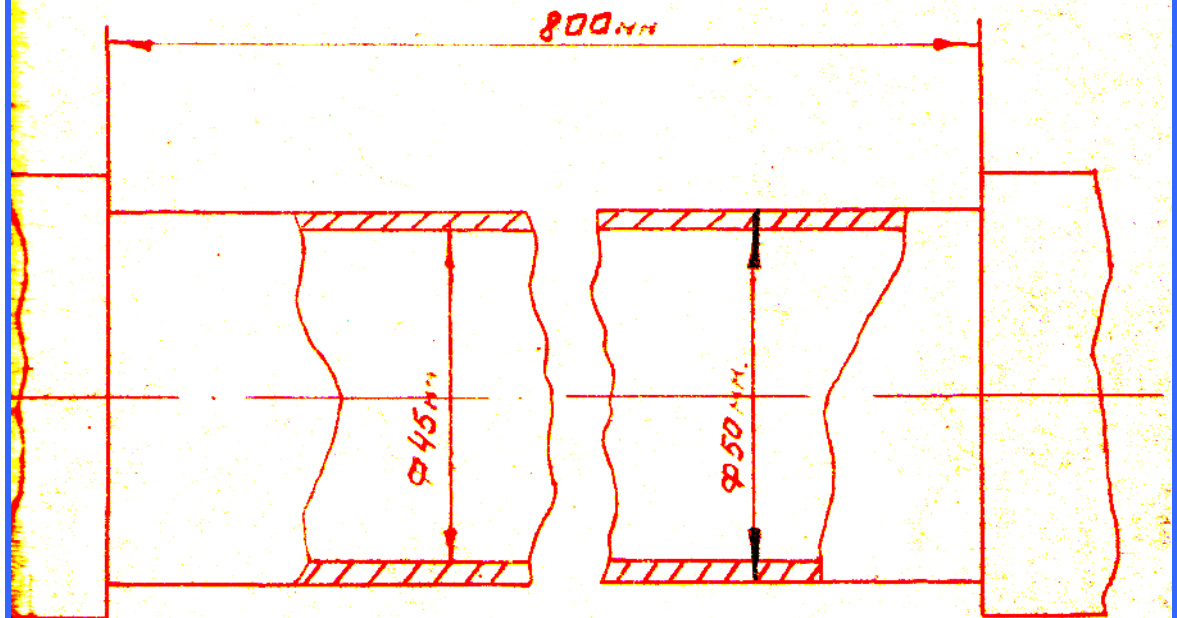


Рис. 18

Эскиз карданного вала

В первоначальном варианте разработаем схему измерения для первых трёх вышеперечисленных выходных устройств.

Блок-схему измерения момента можно представить в виде изображенном на рис. 19.

Схема работает следующим образом.

Прямоугольные импульсы с датчиков D_1 и D_2 , сдвинутые по времени, поступают на формирующие устройства $\PhiУ_1$ и $\PhiУ_2$ (см. рис. 20).

Формирующие устройства формируют остроконечные импульсы от задних фронтов запускающих импульсов и посылают их на триггер. Таким образом, с триггера будут сниматься прямоугольные импульсы, длительность которых пропорциональна сдвигу между зубьями звездочки.

Измерительное устройство должно выдавать среднее значение напряжения (тока), изменяющееся в зависимости от изменения длительности импульсов.

Произведем выбор принципиальной схемы, расчет и оценку погрешности каждого узла приведенной блок-схемы.

1. Датчик момента

В качестве датчика момента, как уже было указано выше, целесообразно применить концевой выключатель КВДЗ-15. На рис. 17 приведена его электрическая схема, которая состоит из генератора и двухкаскадного усилителя на транзисторах.

При введении в щель между катушками базовой и коллекторной обмоток металлической пластины происходит уменьшение коэффициента обратной связи, вызывающее срыв генераций. Нормально закрытый выходной транзистор ППЗ открывается, что вызывает перепад напряжения. Выключатель практически безинерционный и может питать

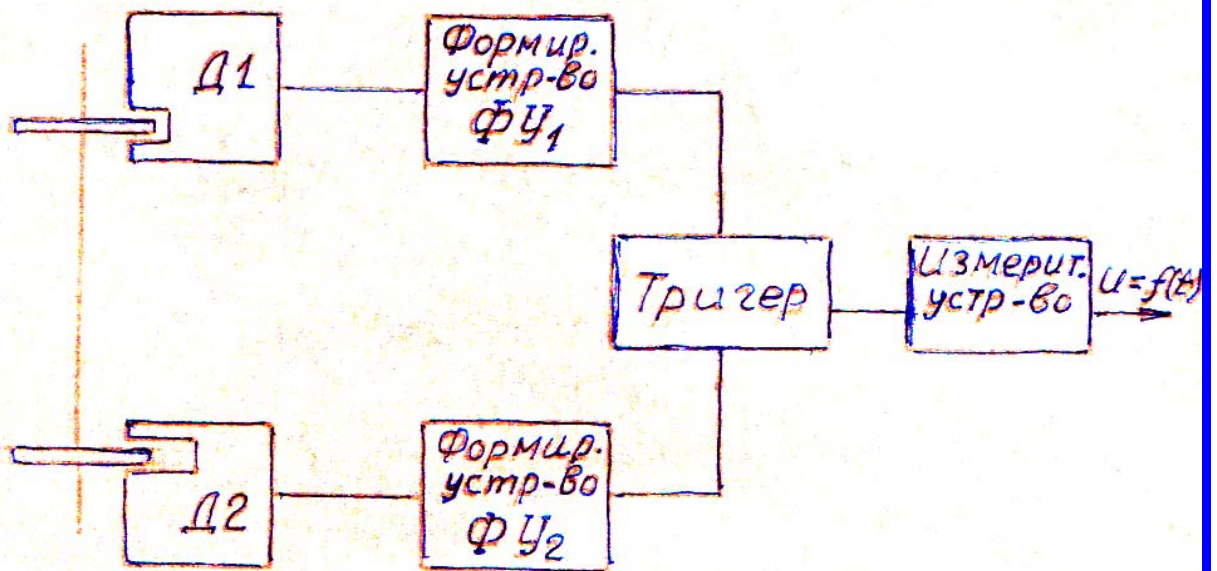


Рис. 19.

Блок-схема измерения момента.

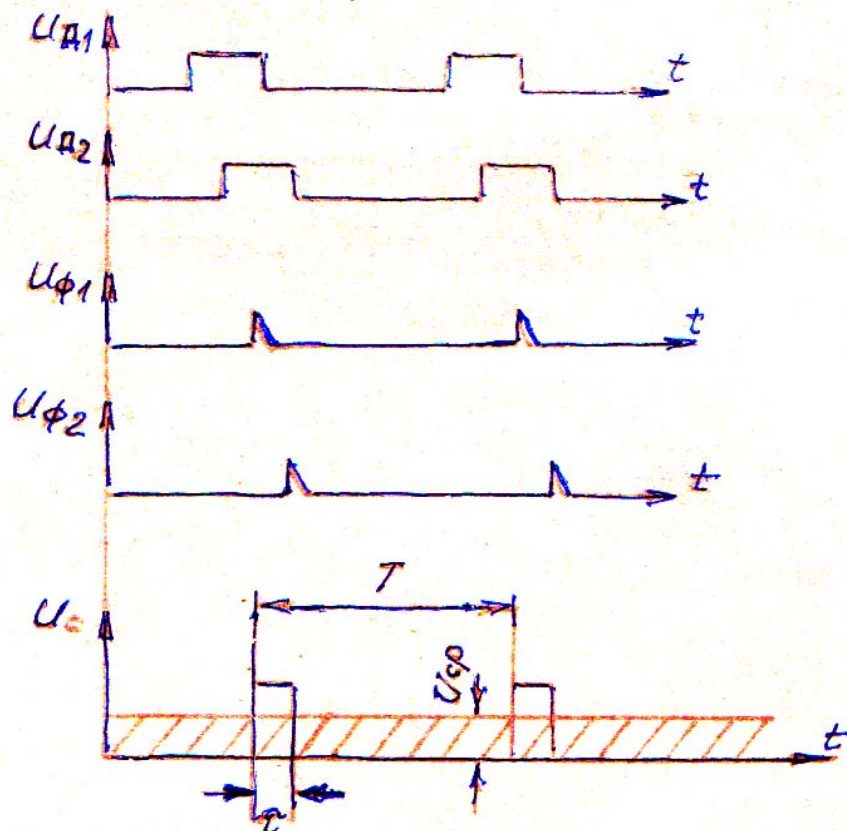


Рис. 20.

Осциллограмма работы блок-схемы.

обмотку реле. Срок службы выключателя не зависит от числа срабатываний и сохраняет свои характеристики при температуре окружающего воздуха от -30° до $+50^{\circ}\text{C}$ и относительной влажности до 100% при температуре $+25^{\circ}\text{C}$.

Технические данные выключателя.

Источник питания - 15В \pm 20%

Размеры металлической пластины, обеспечивающей срабатывание выключателя:

ширина не менее - 8 мм

толщина не менее - 0,5 мм

Дифференциал хода, т.е.

разность между моментом

включения и отключения при

входе и выходе пластинки не

более - 0,3 мм

Габаритные размеры - 55x45x28 мм

Вес выключателя не более - 90 г

Из описания выключателя следует, что он прост в исполнении и надёжен в работе. Дифференциал хода выключателя характеризует погрешность измерения, которая в свою очередь зависит от числа зубьев звёздочки и её внешнего диаметра.

II. Расчёт звёздочки

Определяем диаметр и число зубьев звёздочки, исходя из заданной точности измерения и погрешности срабатывания концевого выключателя. Предположим, что погрешность измерения, отнесенная к концевому выключателю, составляет $2/3$ от общей заданной погрешности измерения, т.е. 2%. Тогда точность измерения угла равна

$$\Delta = \frac{\theta_{\max} \cdot 2}{100} = \frac{6 \cdot 2}{100} = 0,1^\circ \quad (5)$$

Внешний диаметр звездочки равен

$$d = \frac{L}{\pi}$$

где: L - длина окружности.

Длина окружности может быть определена точностью измерения угла и погрешностью срабатывания концевого выключателя.

$$L = \frac{360^\circ \cdot \delta}{\Delta} = \frac{360 \cdot 0,3}{0,1} = 1080 \text{ мм} \quad (6)$$

где: δ - дифференциал хода

Откуда определяем диаметр звездочки

$$d = \frac{1080}{3,14} = 340 \text{ мм}$$

Ширина зуба звёздочки l определяется величиной угла закручивания вала и должна быть больше чем $2\theta_{\max}$

Принимаем $l = 120$ и определяем число зубьев

$$m = \frac{360^\circ}{2l} = 15$$

Таким образом, звёздочка с диаметром $d = 340$ мм

и числом зубьев $m = 15$, в совокупности с концевым выключателем (рис.17)

КВД3 обеспечивает точность измерения 2% от максимальной величины угла закручивания. Звёздочку следует изготавливать из листовой стали толщиной $0,6 \pm 0,8$ мм. Эскиз звёздочки изображён на рис.14.

III. Составление и описание

-65-

принципиальной схемы измерения

В иллюстрации

На рис. ~~19~~³² изображена принципиальная схема измерения момента, включающая в себя формирующие устройства ФУ₁ и ФУ₂, тригер Тр1 и усилитель тока У1.

Положительные импульсы с концевого выключателя поступают на формирующее устройство, собранное на триодах ПП1 и ПП2 (ПП3 и ПП4).

Формирующее устройство формирует остrokонечные импульсы положительной полярности от переднего и заднего фронта запускающего импульса. (См. осциллограмму рис. 21). Остrokонечные импульсы, сдвинутые по времени, поступают на тригер, собранный на триодах ПП5, ПП6 и формируют прямоугольные импульсы, длительность которых зависит от угла закручивания карданного вала. Далее происходит усиление импульсов усилителем постоянного тока У1, собранного на триодах ПП7, ПП8. Выход усилителя позволяет измерять как средний ток, так и среднее напряжение, которое является только функцией угла закручивания карданного вала.

Приведенная принципиальная схема не требует анализа и расчета, так как является действующей и применяется во ВНИИСТРОЙДОРМАШ.

а) Схема измерения среднего значения напряжения.

Если информацию о моменте требуется получать в виде среднего значения напряжения, то к выходу схемы рис. ~~17~~³² необходимо подключить схему, изображенную на рис. 22.

Пусть на вход схемы (рис. 22) поступает положительный импульс. Конденсатор С₁ начнет заряжаться с постоянной времени, равной $\tau_1 = R_1 C_1$, причем $\tau_1 \gg \tau_{u \max}$, где $\tau_{u \max}$ - максимальная

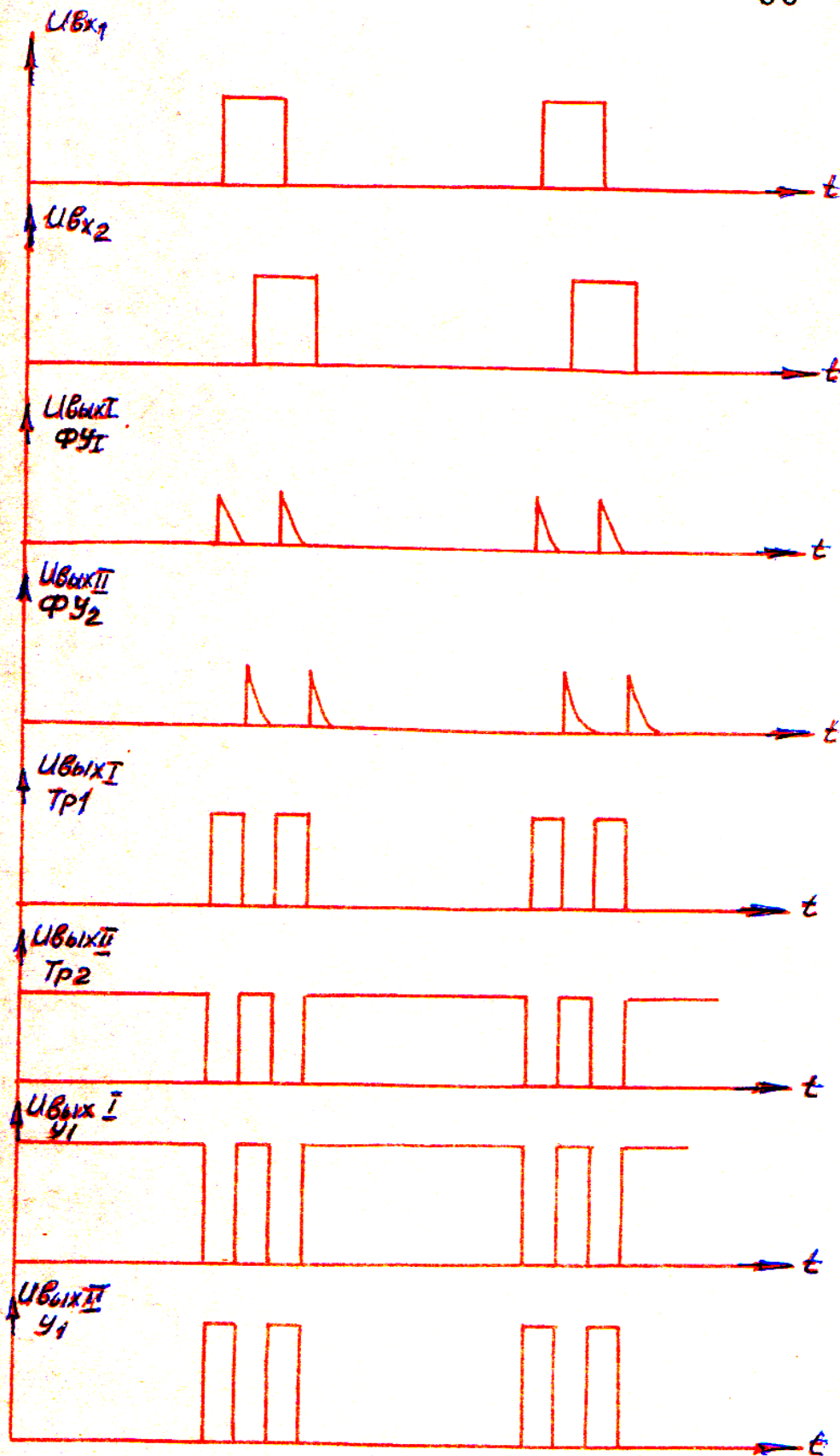


Рис. 21. Осциллограммы преобразователя момента в длительность импульса

длительность импульса. Максимальная длительность импульса определяется из максимального скручивания вала и минимального

числа оборотов $\tilde{\tau}_{u \max} = 0,03$ сек.

Тогда $\tilde{\tau}_1 = 10\tilde{\tau}_{u \max} = 0,3$ сек.

Принимаем $R_1 = 200\text{к}$, $C_1 = 1,5\text{мкф}$.

Когда положительный импульс прекращается, происходит разряд конденсатора C_1 через диод Д2 и сопротивление R_2 . Продолжительность времени разряда должна быть также значительно больше длительности импульса $\tilde{\tau}_{u \max}$.

Среднее значение напряжения на конденсаторе C_1 будет являться только функцией длительности импульсов и не зависит от частоты их следования. Докажем это математически.

Конденсатор C_1 получает некоторый заряд q , величина которого пропорциональна $\tilde{\tau}$,

$$q = \frac{1}{T} \int_0^{\tilde{\tau}} i dt \quad (7)$$

где ток

$$i = \frac{U_0}{R_1} e^{-\frac{t}{R_1 C_1}}$$

$$\text{Тогда } q = \frac{1}{T} \int_0^{\tilde{\tau}} \frac{U_0}{R_1} e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} dt = \frac{U_0 C_1}{T} (1 - e^{-\frac{\tilde{\tau}}{R_1 C_1}}) \quad (8)$$

Среднее количество электричества, поступившее на конденсатор за один оборот вала, если звездочка имеет m зубьев, равно

$$Q_{\text{ср}} = m q = \frac{m U_0 C_1}{T} (1 - e^{-\frac{\tilde{\tau}}{R_1 C_1}}) \quad (9)$$

$$\text{где } e^{-\frac{\tilde{\tau}}{R_1 C_1}} = 1 - \frac{\tilde{\tau}}{R_1 C_1} + \left(\frac{\tilde{\tau}}{R_1 C_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + \dots \quad (10)$$

Учитывая, что $\tilde{\tau} \ll R_1 C_1$ и ряд знакочередующийся, ограничимся только членами ряда, не выше первой степени. Тогда

$$Q_{\text{ср}} = \frac{m U_0 \tilde{\tau}}{R_1 T}, \quad (11)$$

а средние напряжения на конденсаторе $U_{\text{ср}} = \frac{Q_{\text{ср}}}{C} = \frac{m U_0 \tilde{\tau}}{R_1 C_1 T} \quad (12).$