Нарушение причинности в СТО. Теорема об изохронном тахионе

Путенихин П.В.
m55@mail.ru

Аннотация

Теория относительности неприменима к сверхсветовым сигналам, поскольку она неизбежно приводит к нарушению причинности. По этой же причине теория относительности неприменима и к тахионам. Всегда можно найти такую ИСО, в которой скорость тахиона равна бесконечности, что означает мгновенную передачу сигнала на любое расстояние. Докажем теорему. Гиперболическая кривая на диаграмме Минковского, пересекающая мировые линии ИСО в точках с равными показаниями часов, называется изохроной. Тахион, мировая линия которого связывает две точки на одной изохроне и две соответствующие им системы отсчета, называется изохронным тахионом.

Теорема об изохронном тахионе

Гиперболическая кривая на диаграмме Минковского, пересекающая мировые линии ИСО в точках с равными показаниями часов, называется изохроной. Тахион, мировая линия которого связывает две точки на одной изохроне и две соответствующие им системы отсчета, называется изохронным тахионом. Докажем теорему:

Теорема. Скорость изохронного тахиона определяется только скоростями движущихся ИСО и не зависит от значения времени изохроны.

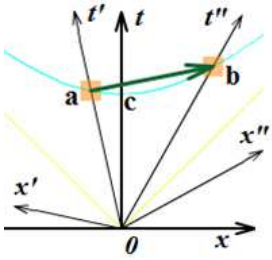

Рис.1 Обмен изохронным тахионом между двумя системами t' и t'' (A и B).

Доказывается теорема прямым вычислением.

Вычисления ведём в системе измерений, в которой скорость света равна единице. Координаты точки излучения тахиона – X_A T_A. Уравнение мировой линии ИСО A:

$$t_A = \frac{x_A}{v_A} = \frac{x_A}{tg\alpha_A}$$

где:

α_A – угол наклона мировой линии системы A к оси времени t;

$v_A = tg\alpha_A$ – скорость ИСО A.

Уравнение мировой линии изохроны:

$$t_{izo} = \sqrt{T_{izo}^2 + x_{izo}^2}$$

где T_{izo} – время изохроны.

Изохрона и мировая линия ИСО A пересекаются в точке с координатами:

$$t = t_{izo} = t_A = \sqrt{T_{izo}^2 + x_{izo}^2} = \frac{x_A}{tg\,\alpha_A}$$

$$x = x_{izo} = x_A$$

Подставляем значения из второго уравнения в первое и находим:

$$\sqrt{T_{izo}^2 + x^2} = \frac{x}{tg\alpha_A}$$

$$T_{izo}^2 + x^2 = \frac{x^2}{tg^2\alpha_A}$$

$$T_{izo}^2 = \frac{x^2}{tg^2\alpha_A} - x^2$$

$$x^2\left(\frac{1}{tg^2\alpha_A} - 1\right) = T_{izo}^2$$

$$x^2 = T_{izo}^2 \Big/ \left(\frac{1}{tg^2\alpha_A} - 1\right)$$

$$x^2 = T_{izo}^2 \Big/ \left(\frac{1 - tg^2\alpha_A}{tg^2\alpha_A}\right)$$

$$x^2 = T_{izo}^2 \frac{tg^2\alpha_B}{1 - tg^2\alpha_B}$$

$$x = \frac{T_{izo} tg\alpha_A}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_A}}$$

Из уравнения мировой линии ИСО А находим второе уравнение параметрической системы уравнений. В результате получаем систему параметрических уравнений с параметром T_{izo}:

$$\begin{cases} x = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_A}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_A}} \\ t = \dfrac{x_A}{tg\alpha_A} \end{cases}$$

Запишем окончательно систему в принятых выше обозначениях:

$$\begin{cases} X_A = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_A}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_A}} \\ T_A = \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_A}} \end{cases}$$

Таким же образом находим систему параметрических уравнений для второго конца мировой линии тахиона – точки поглощения. Координаты точки поглощения тахиона в ИСО В – X_B и T_B. Вторая система параметрических уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} X_B = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_B}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_B}} \\ T_B = \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1 - tg^2\alpha_B}} \end{cases}$$

где:

α_B – угол наклона мировой линии системы В к оси времени t;

$v_B = tg\alpha_B$ – скорость ИСО В.

Запишем все уравнения координат начала и окончания мировой линии тахиона:

$$\begin{cases} X_B = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_B}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}}; \quad T_B = \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}}; \\ X_A = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_A}{\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \quad T_A = \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \end{cases}$$

Тангенс угла β наклона траектории изохронного тахиона к оси t определяем из уравнения:

$$tg\beta = \frac{X_B - X_A}{T_B - T_A}$$

Подставляем в уравнение найденные выше значения координат:

$$\begin{cases} X_B - X_A = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_B}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}} - \dfrac{T_{izo} tg\alpha_A}{\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \\ T_B - T_A = \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}} - \dfrac{T_{izo}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_B - X_A = \dfrac{T_{izo} tg\alpha_B \sqrt{1-tg^2\alpha_A} - T_{izo} tg\alpha_A \sqrt{1-tg^2\alpha_B}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \\ T_B - T_A = \dfrac{T_{izo}\sqrt{1-tg^2\alpha_A} - T_{izo}\sqrt{1-tg^2\alpha_B}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_B}\sqrt{1-tg^2\alpha_A}}; \end{cases}$$

Вычисляем тангенс угла β наклона его мировой линии к оси времени как зависимость от параметра T_{izo}:

$$tg\beta = \frac{X_B - X_A}{T_B - T_A} = \frac{T_{izo} tg\alpha_B \sqrt{1-tg^2\alpha_A} - T_{izo} tg\alpha_A \sqrt{1-tg^2\alpha_B}}{T_{izo}\sqrt{1-tg^2\alpha_A} - T_{izo}\sqrt{1-tg^2\alpha_B}}$$

$$tg\beta = \frac{tg\alpha_B \sqrt{1-tg^2\alpha_A} - tg\alpha_A \sqrt{1-tg^2\alpha_B}}{\sqrt{1-tg^2\alpha_A} - \sqrt{1-tg^2\alpha_B}}$$

Тангенс наклона мировой линии движущейся системы численно равен её скорости в долях от скорости света, следовательно:

$$v_T = \frac{v_B\sqrt{1-v_A^2} - v_A\sqrt{1-v_B^2}}{\sqrt{1-v_A^2} - \sqrt{1-v_B^2}} \qquad (1)$$

Как видим из уравнения, скорость изохронного тахиона определяется только скоростями движущихся ИСО и не зависит от значения времени изохроны, что и требовалось доказать.

Анализ уравнений

Рассмотрим частный случай уравнения, когда одна из систем отсчета неподвижна, например, $v_A = tg\alpha_A = 0$:

$$v_T = \frac{v_B}{1-\sqrt{1-v^2{}_B}}$$

Теперь для примера вычислим значения скоростей тахиона для нескольких частных случаев «круглых» скоростей движения ИСО В – 0,6с и 0,8с:

$$v_T = \frac{0{,}6}{1-\sqrt{1-0{,}6^2}} = \frac{0{,}6}{1-0{,}8} = \frac{0{,}6}{0{,}2} = 3$$

$$v_T = \frac{0{,}8}{1-\sqrt{1-0{,}8^2}} = \frac{0{,}8}{1-0{,}6} = \frac{0{,}8}{0{,}4} = 2$$

Скорость тахиона в этих случаях точно равна, соответственно, трём и двум скоростям света. Найдём теперь скорость тахиона в предельном случае, когда обе ИСО находятся в покое, то есть $v_A=v_B=v=0$. Для разрешения неопределенности деления 0/0 найдём обратную величину этого отношения (скорости тахиона):

$$\frac{1}{v_T} = \lim_{v\to 0}\frac{1-\sqrt{1-v^2}}{v} = \lim_{v\to 0}\left(\frac{1}{v} - \frac{\sqrt{1-v^2}}{v}\right) = \lim_{v\to 0}\left(\frac{1}{v} - \sqrt{\frac{1-v^2}{v^2}}\right) =$$

$$\lim_{v\to 0}\left(\frac{1}{v} - \sqrt{\frac{1}{v^2}-1}\right) = \lim_{v\to 0}\left(\frac{1}{v} - \sqrt{\frac{1}{v^2}}\right) = \lim_{v\to 0}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v}\right) = 0$$

Следовательно, скорость тахиона v_T в этом случае стремится к бесконечности. Следует заметить, что это не совсем верно – как такового обмена тахионов в этом случае нет, поскольку обе системы слились в одну. В этом случае правильнее говорить о двух равных изохронах, но в разных системах отсчета, разнесённых пространственно. В этом случае между двумя покоящимися системами тахион должен двигаться с бесконечно большой скоростью, чтобы показания часов были равными.

Второй предельный случай – скорость движущейся ИСО равна скорости света. Скорость тахиона в этом случае будет также равна скорости света:

$$v_T = \frac{1}{1-\sqrt{1-1^2}} = \frac{1}{1-0} = \frac{1}{1} = 1$$

Итак, теорема утверждает, что для заданных скоростей обменивающихся систем все мировые линии изохронных тахионов параллельны друг другу. Наглядно показать это можно на последовательности кадров, полученных из динамической флэш-диаграммы Минковского [1]:

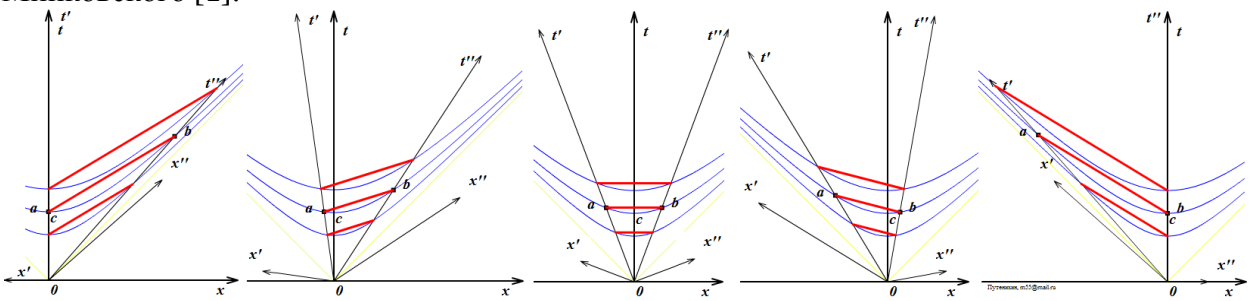

Рис.2 Обмен изохронными тахионами в пять разных моментов времени. Каждый кадр диаграммы соответствует своей паре систем t' и t'' (A и B).

Изохроны показаны синими гиперболическими кривыми. Желтыми линиями показаны мировые линии света. Красным цветом выделены мировые линии изохронных тахионов, соответствующие каждой из изохрон. Точки a и b – начало и конец мировой линии одного из тахионов в одноименных ИСО A и B. Точка c – время соответствующей изохроны T_{izo}. Каждый кадр флэш-диаграмм Минковского относится к соответствующей паре движущихся систем отсчета. Крайние кадры относятся к случаю неподвижности одной из ИСО и скорости другой, близкой к скорости света. В этих случаях скорости изохронных тахионов также имеют скорости, близкие к скорости света. На среднем кадре диаграммы (симметричное положение систем отсчета) скорости систем отсчета разнонаправленны и равны друг другу. В этом случае мировые линии изохронных тахионов горизонтальны и их скорости, согласно (1), равны бесконечности:

$$v_T = \frac{v_B\sqrt{1-v_A^2} - v_A\sqrt{1-v_B^2}}{\sqrt{1-v_A^2} - \sqrt{1-v_B^2}} = \frac{v\sqrt{1-v^2} - v\sqrt{1-v^2}}{\sqrt{1-v^2} - \sqrt{1-v^2}} = \frac{v-v}{1-1} = \frac{0}{0}$$

В числителе разность стремится к нулю, в знаменателе она равна нулю точно (более высокий порядок малости). Решить неопределённость можно, как и выше, вычислением обратной величины скорости:

$$\frac{1}{v_T} = \frac{1-1}{v-v} = \frac{1}{v-v} - \frac{1}{v-v} = 0$$

Откуда делаем вывод, что скорость тахиона равна бесконечности. Интересен случай, когда обе скорости ИСО стремятся к какому-либо определенному значению, не равному нулю или скорости света (единице). В этом случае, мировая линия тахиона стремится к касательной к изохроне в точке пересечения её мировыми линиями ИСО. Мировая линия такого тахиона является хордой на изохроне. Поэтому при сближении мировых линий ИСО хорда вырождается в касательную. Уравнение касательной нас интересует только в части её наклона, который равен производной от уравнения изохроны:

$$t'_{izo} = \left(\sqrt{T_{izo}^2 + x_{izo}^2}\right)' = \frac{1}{2}\frac{2x_{izo}}{\sqrt{T_{izo}^2 + x_{izo}^2}} = \frac{x_{izo}}{\sqrt{T_{izo}^2 + x_{izo}^2}}$$

Точка, в которой мы вычисляем наклон касательной, это точка пересечения мировых линий ИСО (они совпадают) и изохроны:

$$x = \frac{T_{izo}v_0}{\sqrt{1-v_0^2}}$$

Подставляем это значение в уравнение производной в искомой точке:

$$t'_{izo} = \frac{\frac{T_{izo}v_0}{\sqrt{1-v_0^2}}}{\sqrt{T_{izo}^2 + \frac{T_{izo}^2 v_0^2}{1-v_0^2}}} = \frac{T_{izo}v_0}{\sqrt{1-v_0^2}\sqrt{T_{izo}^2 + \frac{T_{izo}^2 v_0^2}{1-v_0^2}}} = \frac{v_0}{\sqrt{1-v_0^2}\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{1-v_0^2}}}$$

Заканчивая преобразования, получаем:

$$t'_{izo} = \frac{v_0}{\sqrt{1-v_0^2}\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{1-v_0^2}}} = \frac{v_0}{\sqrt{1-v_0^2 + \left(1-v_0^2\right)\frac{v_0^2}{1-v_0^2}}} = \frac{v_0}{\sqrt{1-v_0^2+v_0^2}} = v_0$$

Значение производной мы нашли как зависимость времени t от расстояния x. Скорость же тахиона является обратной величиной, то есть:

$$v_T = \frac{1}{t'_{izo}} = \frac{1}{v_0}$$

Это значит, что скорость тахиона между двумя ИСО, движущимися с одинаковой скоростью, имеет значение, обратное по величине скорости этих ИСО. Если, например, обе ИСО неподвижны, то, как показано выше, скорость тахиона будет равна бесконечности. Для ИСО, движущихся со скоростью света (близкой к ней), скорость тахиона также будет равна скорости света (незначительно превышать её). Отметим, что эти результаты является предельными, поскольку при равенстве скоростей этих систем отсчета они сливаются, и как такового обмена тахионами между ними быть не может, мировая линия тахиона вырождается в мировую точку.

Доказанную теорему можно сформулировать и в ином виде. Теорема: на семействе гиперболических кривых вида $y^2=x^2+a^2$, хорды, отсечённые центральными лучами, параллельны.

Выводы

Полученные результаты показывают, что в зависимости от наблюдателя скорость одного и того же изохронного тахиона может быть как незначительно превышающей скорость света, так и бесконечно большой, мгновенной. Это прямо ведёт к возникновению в специальной теории относительности нарушения причинности и парадокса, который назовём «парадоксом дуальности» скорости тахиона. Суть парадокса состоит в том, что две ИСО с точки зрения различных наблюдателей обмениваются одним и тем же тахионом как мгновенно, так и «медленно» - со скоростью, незначительно превышающей скорость света. То есть, в первом случае сеанс связи реально осуществляется даже между системами на разных концах Вселенной. Во втором случае реальный сеанс связи в разумные сроки (сравнимые с продолжительностью жизни наблюдателей) невозможен. Это означает, что специальная относительность для одного и того же наблюдателя системы с изохронным тахионом даёт одновременно два взаимоисключающих предсказания: связь есть и связи нет. Следовательно, специальная относительность не может применяться к сверхсветовым процессам, в частности, для описания тахионов. Заметим, что в данном случае речь не идёт о движении во времени и возникновении причинно-следственных парадоксов. Любой тахион, отправленный из одной движущейся системы отсчета в другую, с точки зрения получателя-релятивиста одновременно и был получен, и не был получен.

Единственной причиной парадокса является игнорирование обстоятельства, что скорость инварианта (скорость света) является предельной скоростью движения (сигнала), что ***в специальной теории относительности не существует скоростей выше скорости света.*** С другой стороны, противоречащая относительности гипотетическая (то есть, не существующая) частица тахион получила вполне логичное подтверждение своего существования: обмен квантовых запутанных частиц некоей квантовой информацией. Для того чтобы устранить это новое противоречие с относительностью, квантовую механику наделили мистическими свойствами: нелокальностью. Как ни называй агента (переносчика) этой квантовой информации – тахионом, квантино, информионом, ньютино – нет никаких иных разумных объяснений поведению запутанных частиц. Нелокальность – это либо цирковой фокус, то есть обман, либо мистика и всякие связанные с нею потусторонние и «тонкие» миры, либо всё-таки обмен какой-то материальной сверхсветовой субстанцией. Досветовые скорости – это граница применимости специальной относительности.

Литература

1. Путенихин П.В., Теорема об изохронном тахионе, [Гиперболическая кривая на диаграмме Минковского, пересекающая мировые линии ИСО в точках с равными показаниями часов, называется изохроной. Тахион, мировая линия которого связывает две точки на одной изохроне и две соответствующие им системы отсчета, называется изохронным тахионом. Доказана теорему. Содержит анимированные флэш-диаграммы Минковского], 2014, URL:
PAE0
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/itachyo.shtml
http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/14088.html
http://www.scorcher.ru/theory_publisher/show_art.php?id=535
http://n-t.ru/tp/rz/it.htm