ПРИЛОЖЕНИЕ 1

О ФОРМУЛАХ РАЗЛОЖЕНИЯ

При использовании операционного исчисления для получения оригинала функции комплексного переменного s, заданной в виде правильной дроби, применяют, как известно, теорему разложения. Однако в приложениях практически все задачи связаны с определением оригинала от произведения двух или нескольких таких функций

$$f(s)=\prod_{i=1}^{i_x} f_i(s) \quad , \qquad (\text{П } 1.1)$$

где функции $f_i(s)$ – правильные дроби с полиномами $\mathcal{Z}_i(s)$ в числителе и $\mathcal{Z}_i(s)$ в знаменателе. Причём числитель и знаменатель не имеют общих корней, а $\nu_i = 1, 2, \ldots, \nu_{ix}$ – индексы корней соответствующих характеристических уравнений функций $f_i(s)$

$$\mathcal{Z}_1(s_{\nu_1})=0;\ \mathcal{Z}_2(s_{\nu_2})=0;\ldots;\ \mathcal{Z}_i(s_{\nu_i})=0;\ \ldots;\ \mathcal{Z}_{i_x}(s_{\nu_{i_x}})=0 . \qquad (\text{П } 1.2)$$

Согласно теореме о вычетах [72,79,108] формулу разложения для случая (П 1.1) можно представить в виде

$$f(\vartheta)=\sum_{i=1}^{i_x}\sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}} \frac{\mathcal{Z}(s_{\nu_i})}{[\mathcal{Z}(s)]'_{s=s_{\nu_i}}}\, e^{s_{\nu_i}\vartheta} \quad , \qquad (\text{П } 1.3)$$

где сумма вычетов берется по всем особым точкам s_{ν_i}, а один штрих наверху означает первую по s производную от полинома знаменателя [70]. Входящие в (П 1.3) полиномы могут быть записаны в развернутом виде

$$\mathcal{Z}'(s_{\nu_1})=\mathcal{Z}_1'(s_{\nu_1})\prod_{\substack{i=1\\ i\neq 1}}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_1});\ \mathcal{Z}'(s_{\nu_2})=\mathcal{Z}_2'(s_{\nu_2})\prod_{\substack{i=1\\ i\neq 2}}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_2});\ \ldots \qquad (\text{П } 1.4)$$

$$\ldots;\ \mathcal{Z}'(s_{\nu_i})=\mathcal{Z}_i'(s_{\nu_i})\prod_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_i});\ \ldots;\ \mathcal{Z}'(s_{\nu_{i_x}})=\mathcal{Z}_{i_x}'(s_{\nu_{i_x}})\prod_{\substack{i=1\\ i\neq i_x}}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_{i_x}}) ,$$

$$\mathcal{Z}(s_{\nu_i})=\prod_{i=1}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_i})=\mathcal{Z}_i(s_{\nu_i})\prod_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}\mathcal{Z}_i(s_{\nu_i}) . \qquad (\text{П } 1.5)$$

Следует обратить внимание, что в записи общего (т.е. текущего i-го) полинома в выражении (П 1.4) перебор текущего индекса i в обозначении произведения Π происходит по всем значениям $i = 1, 2, \ldots, i_x$, кроме i-го, но этот перебор относится только к ин-

[1] Стр. 165-193 Главы 5 См. в НЭА РАЕ. URL: //econf.rae.ru/article/9531 и №, на 1 меньше № данного файла.

дексу сомножителей $\mathfrak{Z}_i$ и <u>не относится</u> к индексу корней s_{ν_i} и производной $\mathfrak{Z}_i'$ и осуществляется поэтому независимо от последних. Их индекс для каждой i -й производной <u>фиксирован</u>, что видно из записей любого иного (не общего вида) члена в выражении (П 1.4). Приведенное замечание относится также и к выражению (П 1.5).

Подставляя (П.1.4) и (П 1.5) в (П 1.3), находим

$$f(\vartheta)=\sum_{i=1}^{i_x}\sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}}\frac{\mathfrak{Z}_i(s_{\nu_i})\prod\limits_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}\mathfrak{Z}_i(s_{\nu_i})}{\mathfrak{Z}_i'(s_{\nu_i})\prod\limits_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}\mathfrak{Z}_i(s_{\nu_i})}e^{s_{\nu_i}\vartheta}=\sum_{i=1}^{i_x}\sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}}\frac{\mathfrak{Z}_i(s_{\nu_i})}{\mathfrak{Z}_i'(s_{\nu_i})}\prod_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}f_i(s_{\nu_i})e^{s_{\nu_i}\vartheta}. \quad (\text{П } 1.6)$$

Итак, окончательно оригинал произведения изображений определяется следующим образом

$$f(\vartheta)\supset f(s)=\frac{\mathfrak{Z}(s)}{\mathfrak{Z}(s)}=\prod_{i=1}^{i_x}\frac{\mathfrak{Z}_i(s)}{\mathfrak{Z}_i(s)}=\sum_{s_k}\operatorname{Res} f(s)e^{s\vartheta}= \quad (\text{П } 1.7)$$

$$=\sum_{k=1}^{k_x}\frac{\mathfrak{Z}(s_k)}{\mathfrak{Z}'(s_k)}e^{s_k\vartheta}=\sum_{i=1}^{i_x}\sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}}\frac{\mathfrak{Z}_i(s_{\nu_i})}{\mathfrak{Z}_i'(s_{\nu_i})}\left[\prod_{\substack{i=1\\ i\neq i}}^{i_x}f_i(s_{\nu_i})\right]e^{s_{\nu_i}\vartheta}.$$

При этом, как подчеркивалось выше, индекс i у функции f_i произведения Π последней части (П 1.7) пробегает все значения $i=1,2,\ldots,i_x$, кроме i -го, для <u>каждого</u> i -го значения индекса во всех остальных обозначениях этой двухсуммарной части.

В частном случае, когда $i_x = 1$, формула (П 1.7) даёт

$$f(\vartheta)=\sum_{\nu_1=1}^{\nu_{1x}}\frac{\mathfrak{Z}_1(s_{\nu_1})}{\mathfrak{Z}_1'(s_{\nu_1})}e^{s_{\nu_1}\vartheta},$$

что (опуская индекс 1) отражает теорему разложения в её известной форме записи. Таким образом, запись (П 1.7), видимо, можно рассматривать как модификацию или обобщение этой теоремы на случай определения оригинала от произведения i_x функций $f_i(s)$ комплексного переменного s.

Если теперь вместо i_x положить в (П 1.7) $\mu_x^+=\mu_x+1$, обозначить эту добавляемую функцию через $\mathcal{E}(s)$ с индексами полюсов

$\nu = 1,2,\ldots,\nu_x$, которая будет отражать какое-либо воздействие, а остальные μ_x функций обозначить через $W_\mu(s)$ с индексами полюсов $\xi_\mu = 1,2,\ldots,\xi_{\mu x}$, полагая, что эти функции будут отражать некоторые структурные коэффициенты[x/], то отклик или реакцию $R(\vartheta)$ линейной цепи на непрерывное воздействие $\mathcal{E}(\vartheta)$ можно представить (согласно (П 1.7) и вынося одну сумму) в виде

$$R(\vartheta) = \mathcal{E}(s)\prod_{\mu=1}^{\mu_x} W_\mu(s) = \sum_{\nu=1}^{\nu_x} A_\nu e^{s_\nu \vartheta} + \sum_{\mu=1}^{\mu_x}\sum_{\xi_\mu=1}^{\xi_{\mu x}} A_{\mu\xi_\mu} e^{s_{\xi_\mu}\vartheta} = R_y(\vartheta) + R_n(\vartheta), \qquad (\text{П } 1.8)$$

$$A_\nu = \left[\prod_{\mu=1}^{\mu_x} W_\mu(s_\nu)\right] \mathcal{Z}_\mathcal{E}(s_\nu) / \mathcal{J}'_\mathcal{E}(s_\nu), \qquad (\text{П } 1.8')$$

$$A_{\mu\xi_\mu} = \mathcal{E}(s_{\xi_\mu})\left[\prod_{\substack{\mu=1\\ \mu\neq\mu}}^{\mu_x} W_\mu(s_{\xi_\mu})\right] \mathcal{Z}_{W_\mu}(s_{\xi_\mu}) / \mathcal{J}'_{W_\mu}(s_{\xi_\mu}). \qquad (\text{П } 1.8'')$$

Составляющая $R_y(\vartheta)$ определяется суммой вычетов только в полюсах $\mathcal{E}(s)$ и, значит, по форме совпадая с воздействием $\mathcal{E}(\vartheta)$, представляет собой <u>установившуюся</u> (принужденную) часть реакции.

Составляющая $R_n(\vartheta)$, напротив, не зависит от корней воздействия и, следовательно, отражая <u>переходную</u> (свободную) часть реакции, содержит только экспоненты.

На основании принципа суперпозиции результат (П 1.8) легко распространяется и на общий случай i_x воздействий $\mathcal{E}_i(\vartheta)$ с индексами полюсов $\nu_i = 1,2,3,\ldots,\nu_{ix}$, что очевидным образом даёт формулу (1.10) приведенную в первой главе.

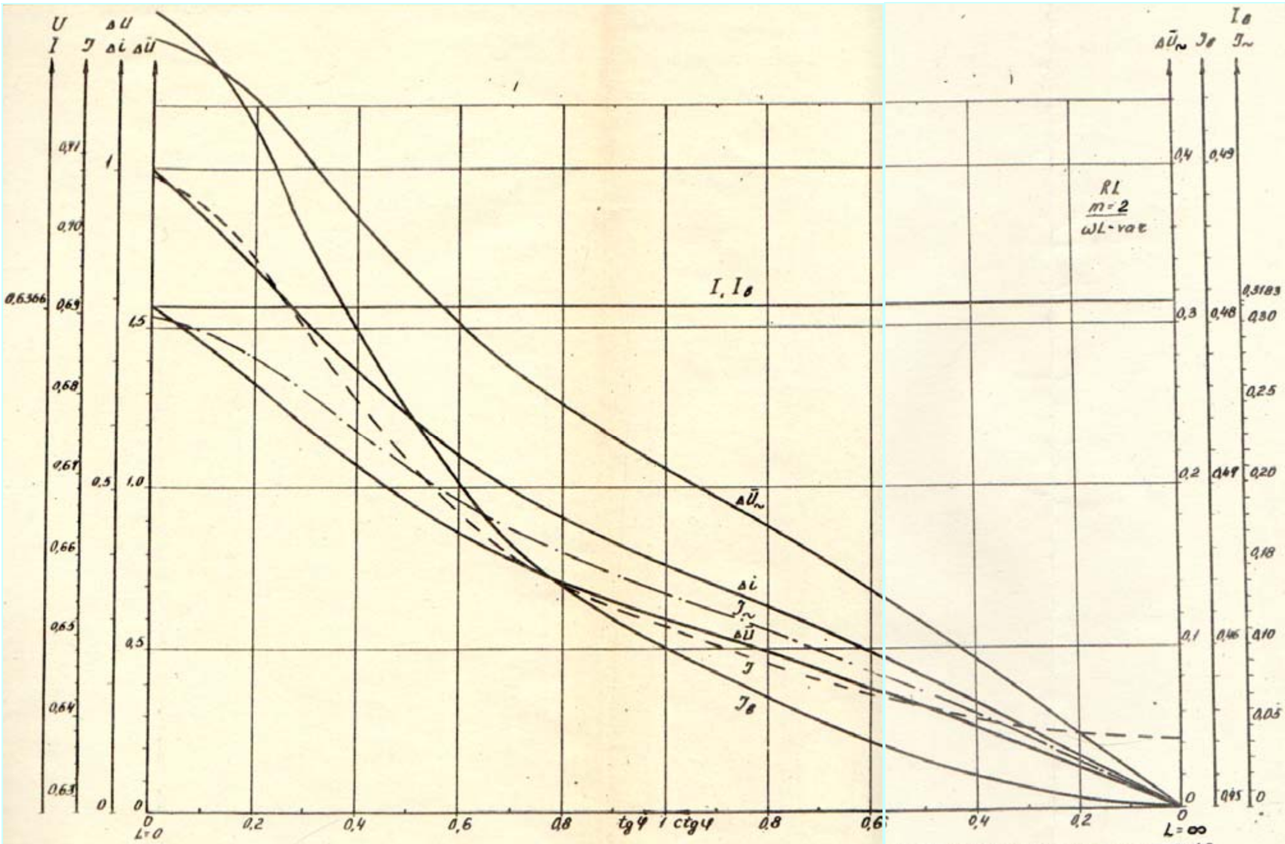
---

x/ В зависимости от конкретной задачи это могут оказаться собственные, взаимные, входные проводимости или сопротивления, передаточные функции отдельных звеньев (структур) или цепи в целом.

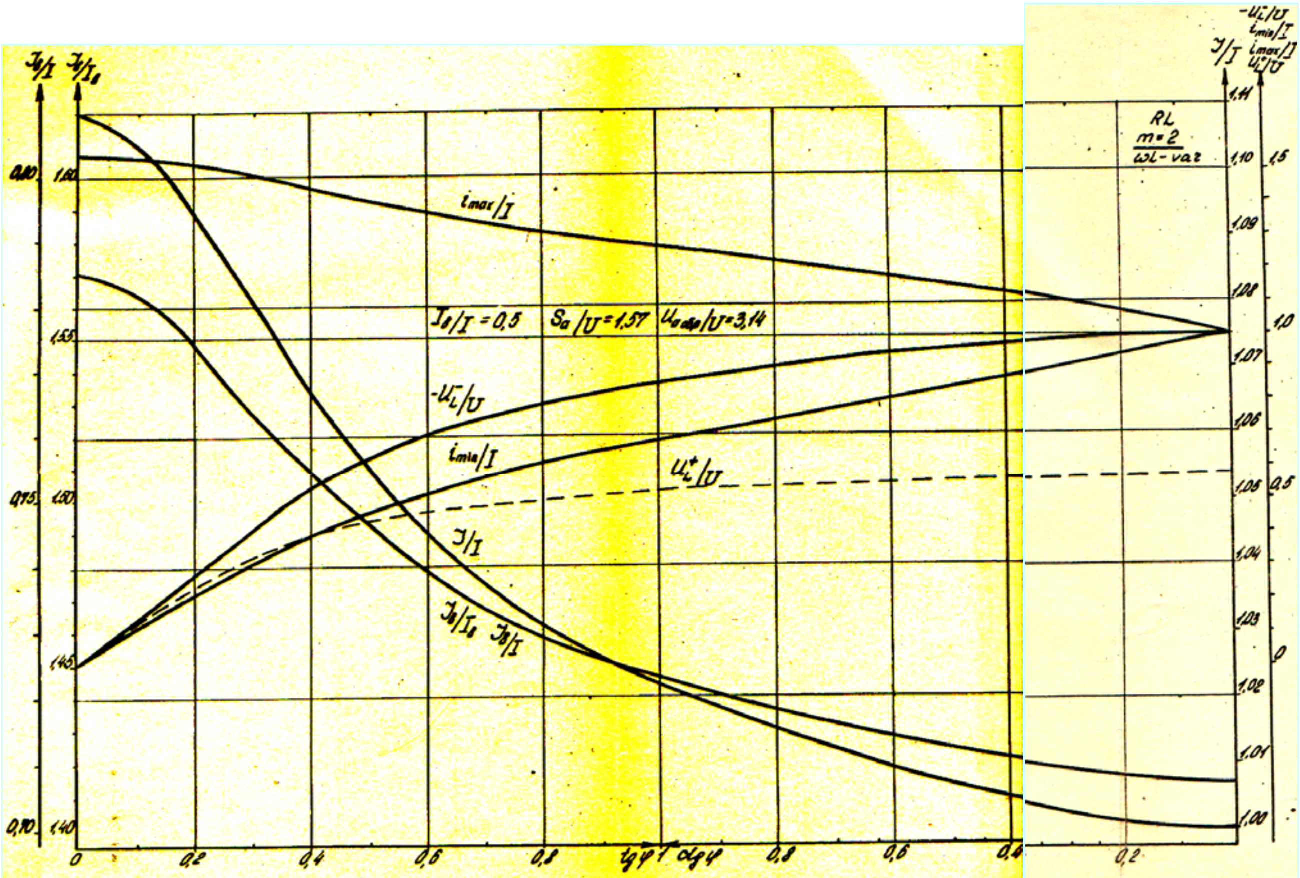
NB. По формулам (теоремам) разложения автора см. также: Изв. АН СССР, ЭиТ. 1973. № 5, с.157–164. http://econf.rae.ru/article/6485, ..6486, ..6545. Докторская диссертация автора. – М. 1986, С.37. http://econf.rae.ru/article/5334, http://econf.rae.ru/pdf/2010/06/2ab56412b1.pdf.

Теорема разложения: Произведению изображений соответствует сумма оригиналов.

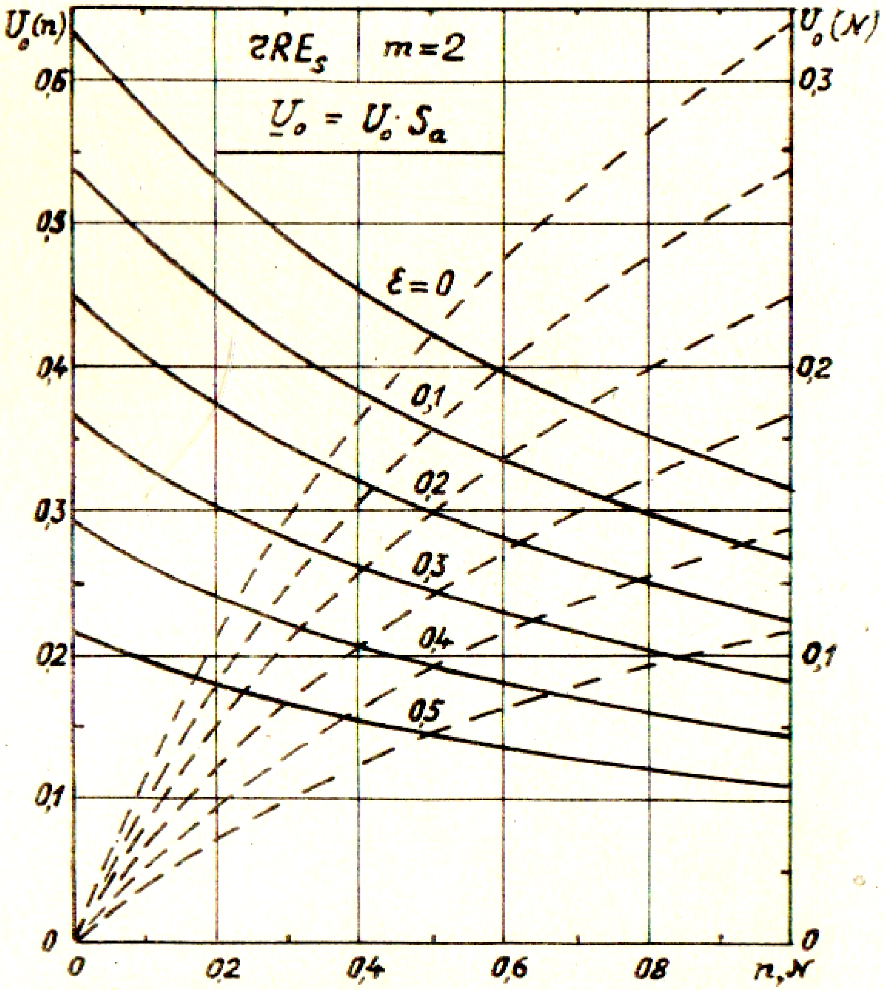
Из обобщённой формулы автора получаются, как частные, многие известные и новые теоремы: 1-я теорема/формула и более удобная модификация 2-й теоремы Хэвисайда (вероятно, Коши). Формулы включения. Теорема вещественной свёртки или умножения изображений (вероятно, Меллина, иногда неточно именуемая теоремой Бореля). И другие, известные в более сложной, интегральной форме.



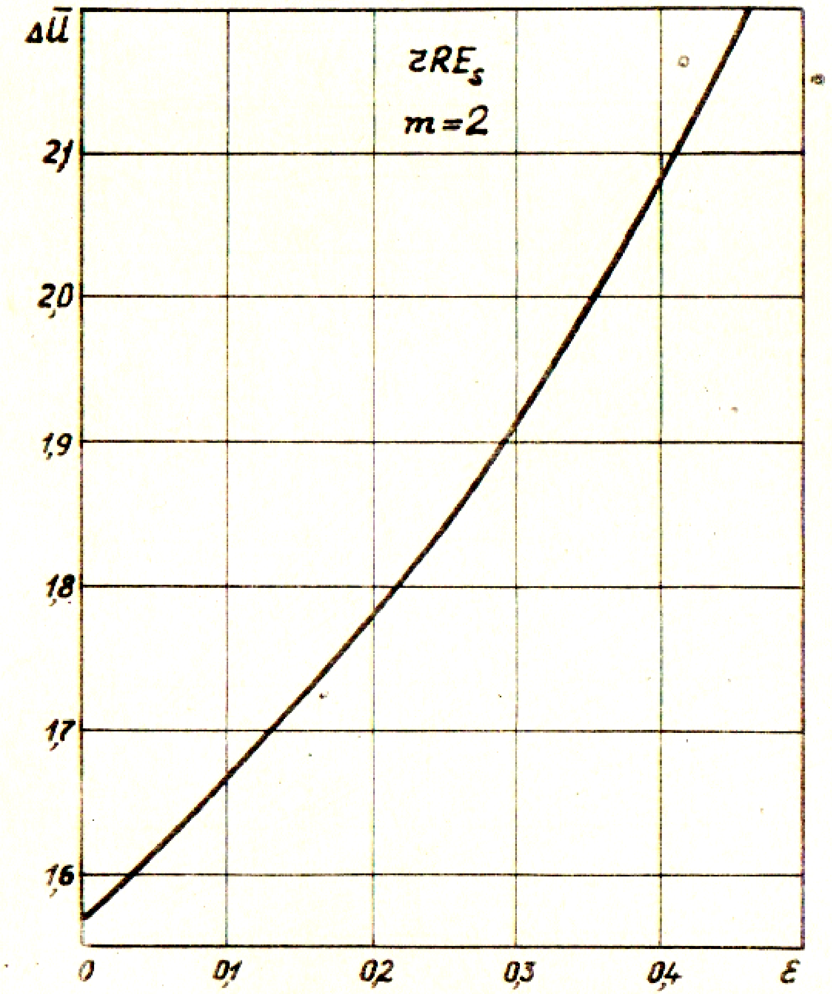
Параметрические зависимости пульсаций и средних и действующих значений токов нагрузки, вентиля и фазы при θ=Sa/R.



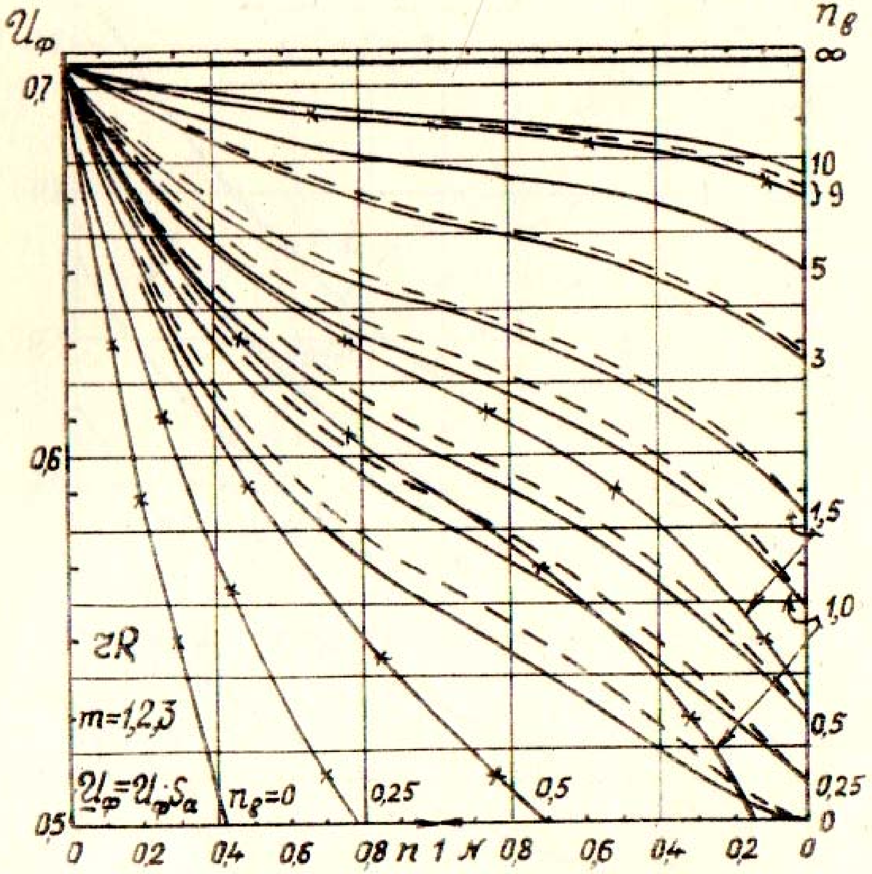
Текущие относительные характеристики



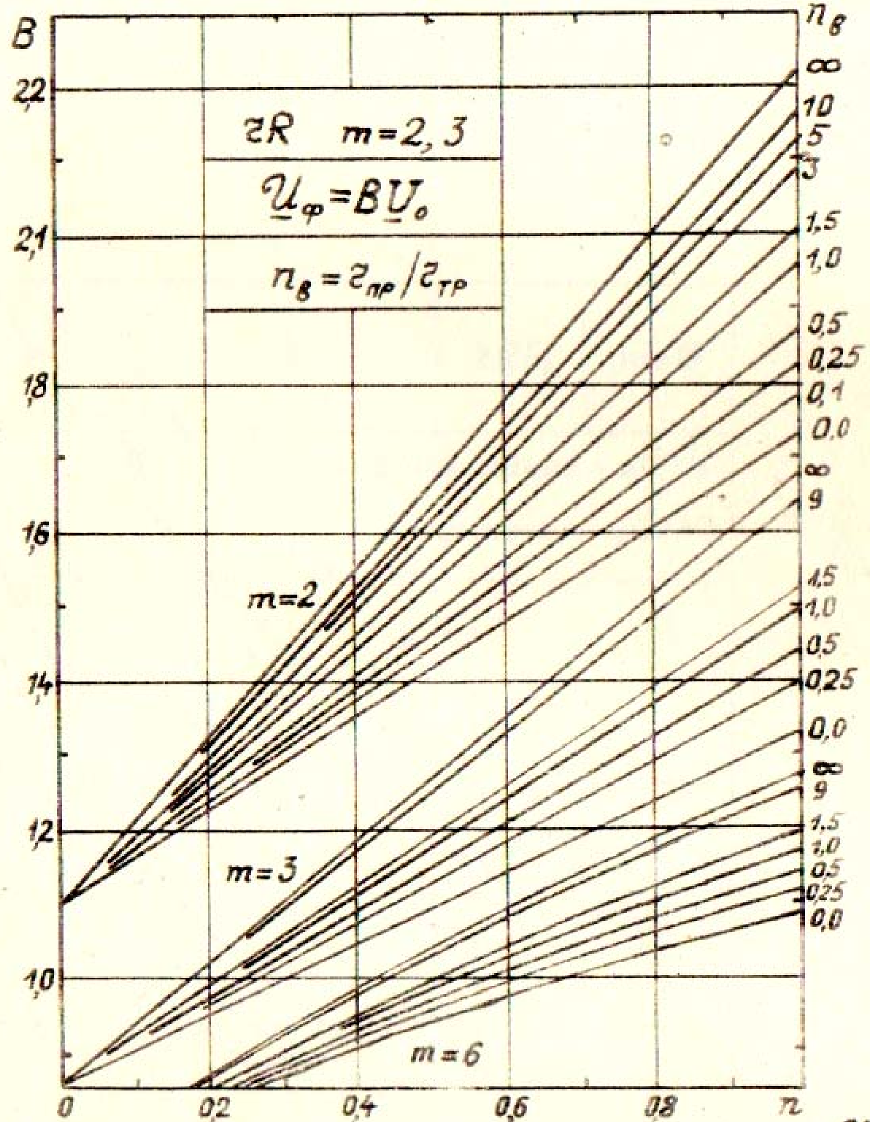
Параметрические (нагрузочные) зависимости среднего значения напряжения нагрузки. (При $m=1$ масштаб ординат делится на два, для схемы Греца делятся на два дискреты ε).



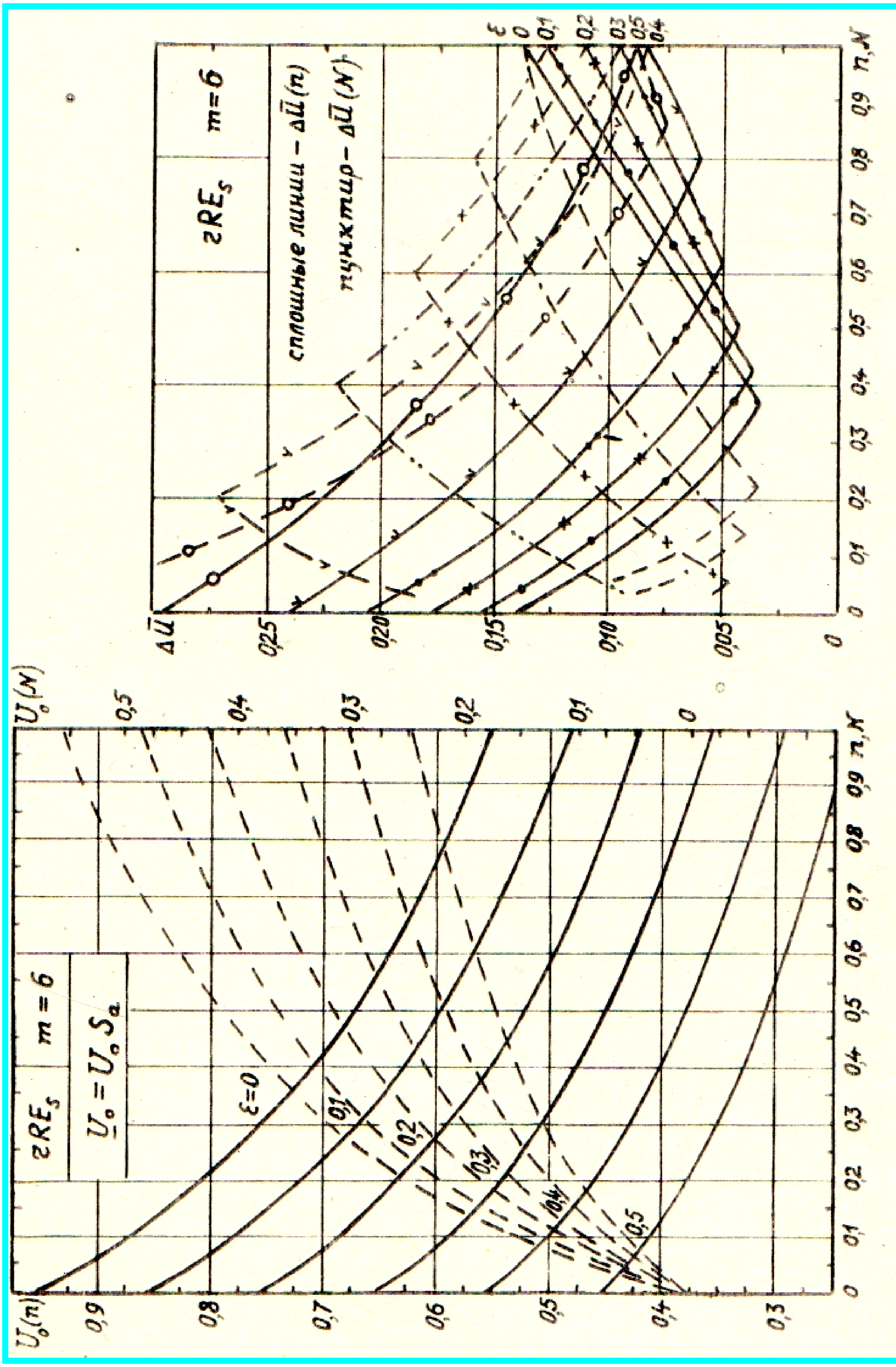
Параметрические зависимости пульсации (при любых n) (При $m=1$ масштаб ординаты умножается на два, для схемы Греца делится на два масштаб абсциссы).



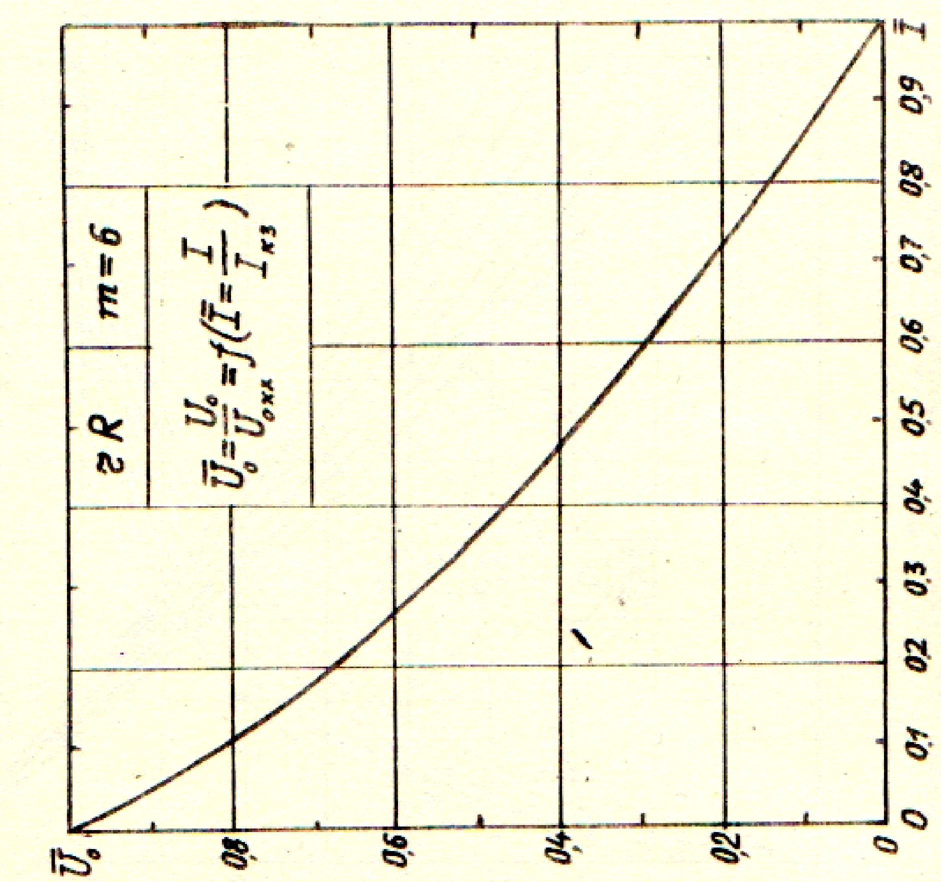
Параметрические зависимости действующего значения напряжения вторичной обмотки трансформатора для m=1,2 – сплошные линии, m=3 – пунктир, схемы Греца – с крестиками.



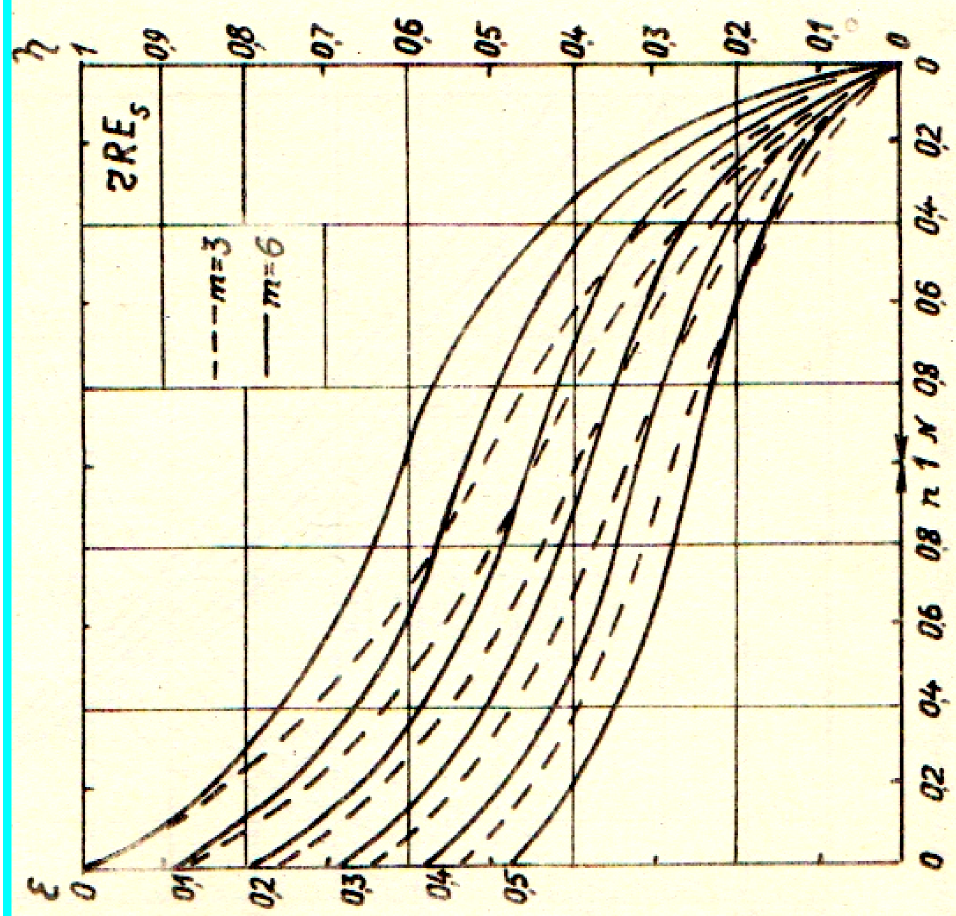
Зависимости расчетного коэффициента $B = \frac{U_ф}{U_0}$ (Для m=1 значения B при m=2 умножаются на два)



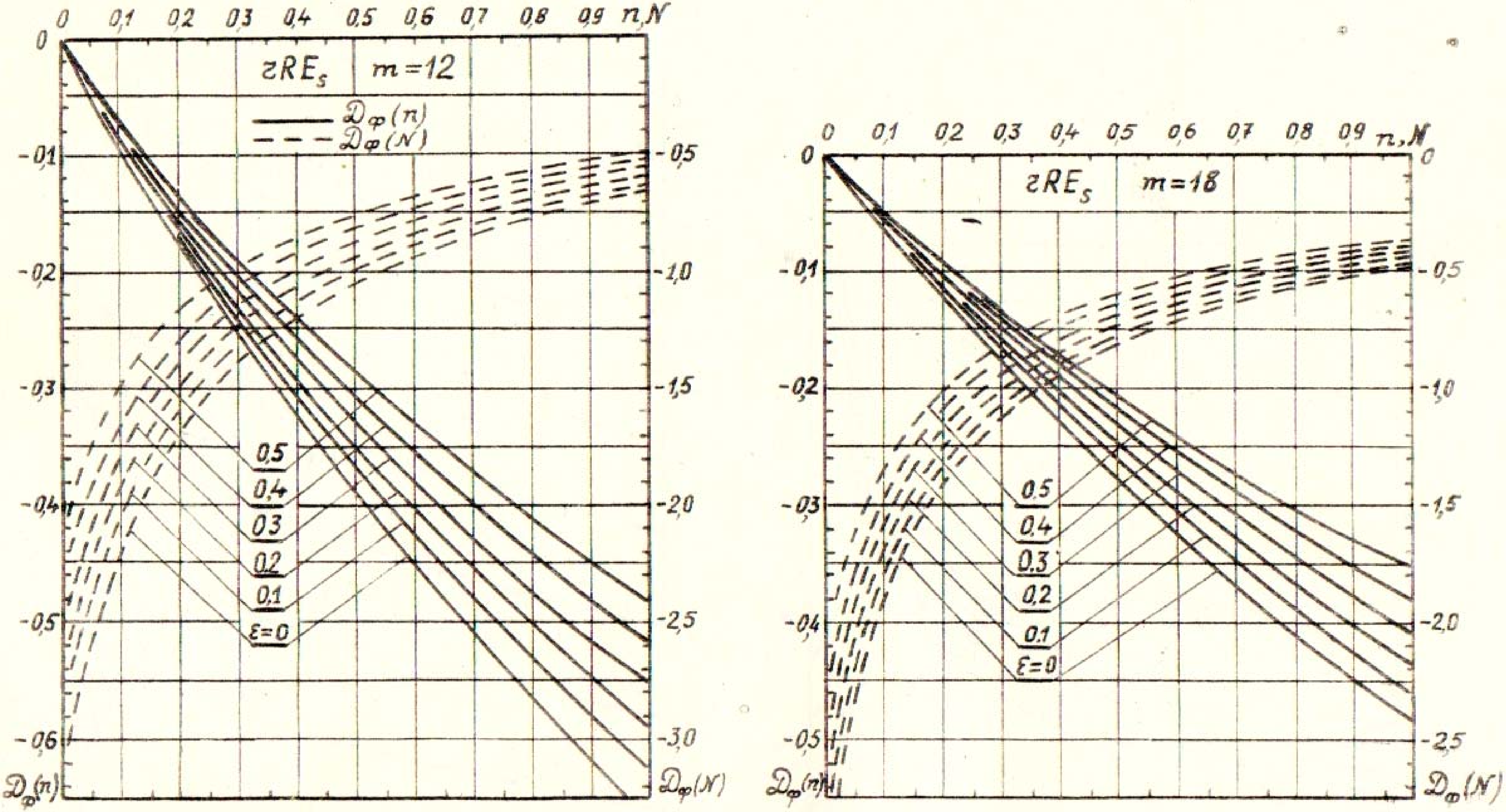
Нагрузочные характеристики



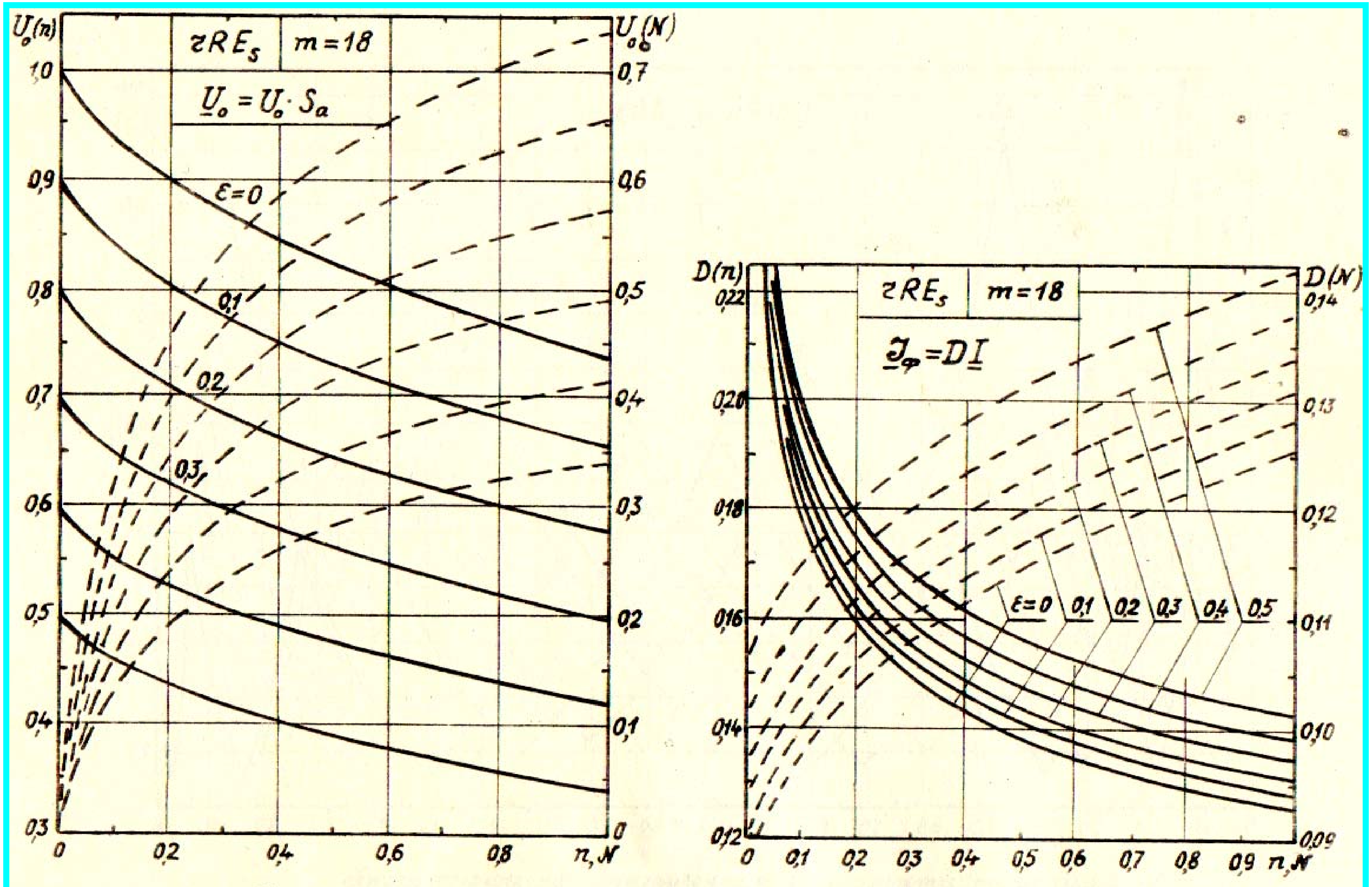
Нормированная внешняя характеристика



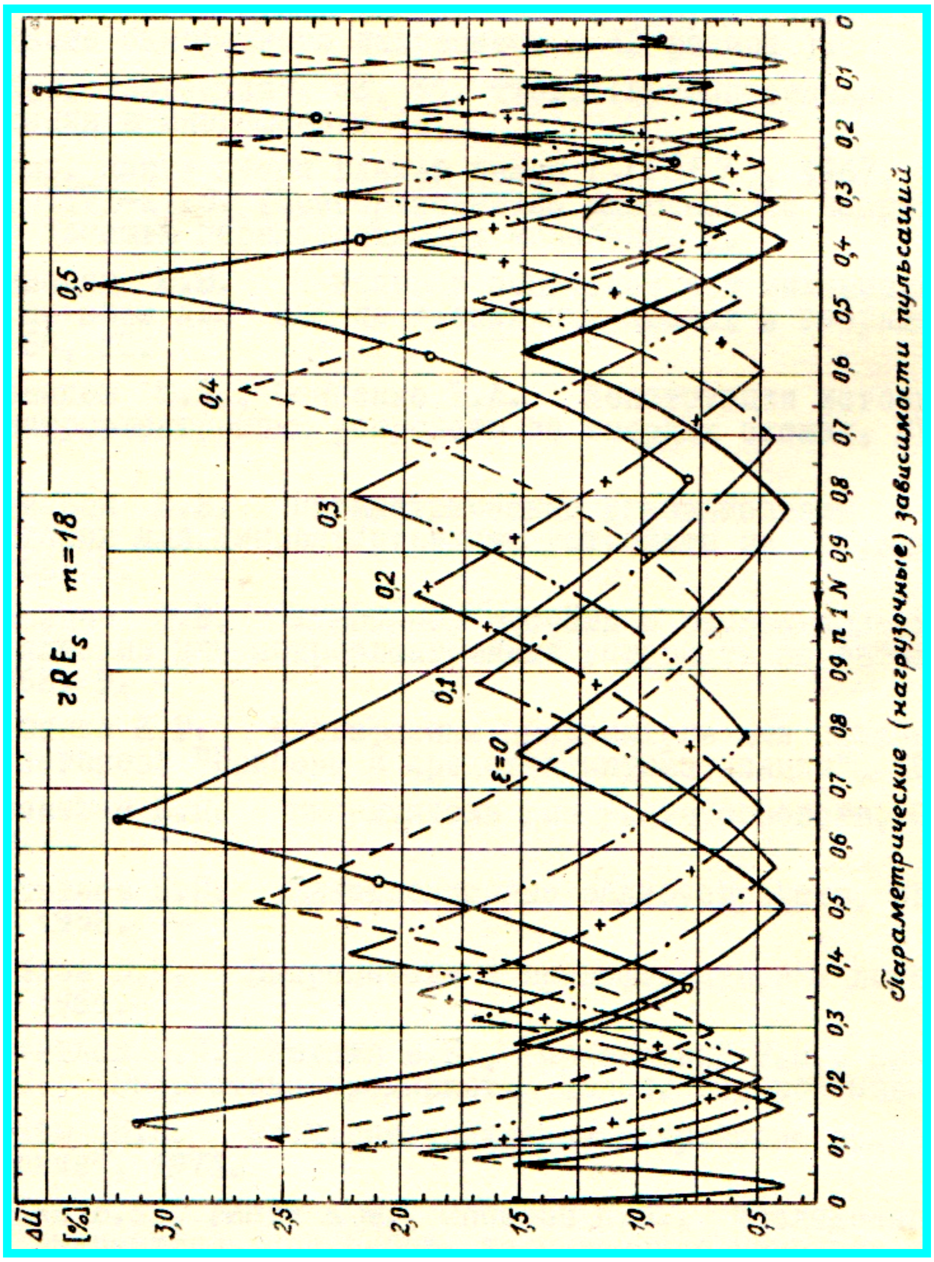
Параметрические зависимости кпд



Параметрические (нагрузочные) зависимости расчетного коэффициента $Д_ф$, необходимого при определении действующего значения напряжения фазы вторичной обмотки трансформатора



Параметрические и текущие относительные характеристики



Значения $n_{гk}$, $N_{гk}$, уровня пульсации $\Delta\bar{u}$ (коэффициента $k_п$, в частности, теоретически около 0,4 % при $\varepsilon = 0$) в крайних справа точках на перегибе линий соответствуют при всех k = [1, k_x = 7] работе выпрямителя в граничных режимах. И, следовательно, при наименьших уровнях пульсации и удвоенной частотной её кратности П = 2П' = 36.

NB. По P_{rk}-явлениям см. также докторскую диссертацию автора 1986 г. Её электронную версию, стр. 48-53, 31.5.2010. http://econf.rae.ru/article/5330, http://econf.rae.ru/pdf/2010/06/96ea64f3a1.pdf.