

А.М. Репин. Исходный машинописный вариант 1970 г. о МЭР и ОФР автора.

**Анонс** и **предисловие**. В НЭА РАЕ //conf.rae.ru/article/9455 впервые в авторском исполнении на ПК опубликован материал о **новых** (до сих пор) методе и формулах автора. О **МЭР** и **ОФР**. В машинописном виде он представлен на бумаге, как **исходный**, в 1970 г. на VII НТК Томского НИИ АиЭМ и ТПИ 1971 г. При этом текст в электронной версии (article) набран автором в текущее время и, как свежий, читабелен. Выцветшие за 45 лет рукописные буквы и знаки в формулах, так и соответствующие обозначения в тексте бумажного **оригинала**, вновь обведены вручную пастой шариковой ручки. Отсканированы. И, как скан-копии, вставлены в указанный Е-вариант (art. 9455, 17.8.2015).

Ниже, как **документ**, приведена скан-копия всего **исходного** машинописного "**оригинала**". Обновлённых по «жирности» формул и почти **исчезнувшего** текста. Потому и кавычки верхние. Для несведущих (особенно молодых), вероятно, следует пояснить. У автора **случайно** сохранился 3-й машинописный экземпляр. Бумажный. Это **лучше**, чем 4-й. После 1-го и 2-го. Все с **дополнительными** между ними копирками пачкой **закладываются** на вращающийся валик механической печатающей машинки. 1-й и 2-й - принадлежность редакций и пр. В рассматриваемом случае - Оргкомитета 7-й НТК в Томске. И канули. Навсегда. Как и многое другое. 3-й экз. автор **использовал** и при обсуждении с Томскими **коллегами** в Москве, и во время доклада, и неожиданно **последующего** скоротечного "сжатия" **исходного** 7-ми страничного материала до одной-двух страниц, и пр. В итоге **листы** помяты, порваны, пожелтели за полвека, сажа букв и цифр, что от чёрной копирки, **осыпалась** (пришлось вручную обводить их, пользуясь лупой), и т.д. При возможном (но **не** плавно, а, к сожалению, скачком) освещении грязного фона на фрагментах скан-копии, перенесённых на вордовскую (Word) страницу, пришлось, как между **Сциллой** и **Харибдой**, выбирать тонкую, как **лезвие 'Оккама'**, середину. Теперь **любой** читатель данного файла имеет для **комментария** редкую (относительно Е-публикаций на иных сайтах) возможность, предоставляемую Академией Естествознания (РАЕ). Так что, **удачи. Всем.**

РЕПИН А.М.

## К РАСЧЕТУ ИСХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИМПУЛЬСНОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

Различают непрерывные и импульсные состояния или режимы работы и соответствующие им процессы, протекающие в линейной цепи. Импульсные процессы формируются посредством одного или нескольких нелинейных элементов. В частности, в многофазном выпрямителе формирование импульсных воздействий на цепь нагрузки осуществляется благодаря использованию сдвинутых по фазе непрерывных эдс, описываемых гладкой функцией, и включению вентилей на пути тока в ветвях этих эдс.

При решении как непрерывных, так и импульсных состояний первоначально находят так называемую исходную (И) переменную или реакцию цепи, относительно которой остальные необходимые переменные определяют, используя законы Кирхгофа и дифференциальный оператор вида

$$D = \sum_{k=0}^{k_x} a_k s^k [И] \quad (1)$$

где  $a_k$  - постоянные коэффициенты, зависящие от структуры цепи,  $s = d/dt$  - оператор дифференцирования.

Удобно в качестве исходной выбирать риджитную (т.е. не изменяющуюся скачком) переменную, например, потокосцепление (ток) в индуктивности или заряд (напряжение) на емкости.

Среди методов определения реакции линейной цепи на импульсные периодические воздействия [Л.1÷4] известен метод эквивалентных реакций [Л.9], согласно которому импульсная реакция диссипативной цепи общего вида ( $k_x$ -го порядка) в  $T$ -м периоде содержит три составляющие:

1. Непрерывную реакцию  $R_H(\vartheta)_0$ ; для определения которой могут быть использованы любые методы теории линейных цепей и, в частности, модифицированная формула разложения, относящаяся к такому изящному методу как преобразование Лапласа. Такую реакцию при нулевых начальных условиях (индекс нуль) можно на основе теоремы о вычетах и принципа суперпозиции [Л.5] в общем виде представить следующим образом:

$$R_H(\vartheta)_0 = \sum_{i=1}^{i_x} \xi_i(s) \prod_{\mu=1}^{M_x} W_{i\mu}(s) = R_{HY}(\vartheta)_0 + R_{HP}(\vartheta)_0, \quad (2)$$

где

$$R_{HY}(\vartheta)_0 = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}} A_{i\nu_i} e^{s_{\nu_i} \vartheta}; \quad R_{HP}(\vartheta)_0 = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{\mu=1}^{M_x} \sum_{\xi_{\mu}=1}^{\xi_{\mu x}} A_{i\mu\xi_{\mu}} e^{s_{\xi_{\mu}} \vartheta} \quad (2')$$

соответственно установившаяся и переходная непрерывные составляющие реакции цепи на  $i_x$  воздействий  $\xi_i$ , которые как и структурные коэффициенты  $W_{i\mu}$ , представляют собой правильные дроби с полиномами  $Z(s)$  в числителе и  $\mathcal{Z}(s)$  в знаменателе;  $s$  - оператор;  $\nu_i = 1, 2, \dots, \nu_{ix}$ ,  $\xi_{\mu} = 1, 2, \dots, \xi_{\mu x}$  - индексы соответствующих полюсов. Входящие в (2') коэффициенты равны

$$A_{i\nu_i} = \frac{\mathcal{Z}_{\xi_i}(s_{\nu_i})}{\mathcal{Z}'_{\xi_i}(s_{\nu_i})} \left[ \prod_{\mu=1}^{M_x} W_{i\mu}(s_{\nu_i}) \right] = f(s_{\nu_i}), \quad (3)$$

$$A_{i\mu\xi_{\mu}} = \xi_i(s_{\xi_{\mu}}) \frac{\mathcal{Z}_{W_{i\mu}}(s_{\xi_{\mu}})}{\mathcal{Z}'_{W_{i\mu}}(s_{\xi_{\mu}})} \left[ \prod_{\substack{\mu=1 \\ \mu \neq \mu}}^{M_x} W_{i\mu}(s_{\xi_{\mu}}) \right] = f(i, s_{\xi_{\mu}}), \quad (4)$$

где один штрих наверху означает взятие первой по  $s$  производной от знаменателя соответствующей дробно-рациональной функции.

Для получения формулы реакции цепи от действия одного источника достаточно в выражениях (2 + 4) положить  $i_x$  равным единице

2. Реакцию цепи, обусловленную ненулевыми начальными условиями (начальным запасом энергий в реактивностях), общими для всего переходного импульсного состояния. Эта реакция также может быть найдена на основе формулы (2), если в ней вместо  $i_x$  активных воздействий записать  $p_x = k_x + l_x$  пассивных воздействий, отражающих заряды на  $k = 1, 2, \dots, k_x$  конденсаторах и магнитную энергию в  $l = 1, 2, \dots, l_x$  индуктивностях. Поэтому определение такой реакции не имеет принципиальных отличий от предыдущего. Если начальные координаты помещены в конце  $(n-1)$ -го периода, то по теореме запаздывания временной сдвиг учитывается умножением полученного изображения на  $e^{s(n-1)\vartheta_n}$ , где  $\vartheta_n$  - период. В результате переходная непрерывная реакция от действия общей начальной энергии записы-

дается в виде

$$R_{np}(v) = \sum_{f=1}^{p_x} A_{kf} e^{s_f [v + (n-1)v_n]} \quad (5)$$

$$A_{kf} = \frac{1}{Z'_W(s_f)} \left[ \sum_{k=1}^{k_x} U_k \tilde{z}_{Wk}(s_f) + \sum_{l=1}^{l_x} U_l \tilde{z}_{Wl}(s_f) \right] \quad (5')$$

Здесь индекс  $\mu$  опущен, поскольку знаменателя передаточных функций, определяемые целью в целом, а не местом включения источника, одинаковы для всех воздействий; числитель  $\tilde{z}_{Wk} = \tilde{z}_{Wk}/s$ . Составляющие (5) определяются суммой вычетов только в полюсах  $W(s)$  и дают поэтому лишь экспоненциально затухающие члены, что и подчеркнута выше.

3. Реакцию цепи, обусловленную местными начальными условиями (в момент вступления  $n$ -го импульса), т.е. запасом энергий в реактивных элементах, приобретенных от действия пачки прошедших  $(n-1)$  импульсов данного источника, <sup>принужденных движущихся</sup> зная изображение  $\tilde{\varepsilon}_1^{(n)}(s)$  первого, одиночного (индекс штрих) импульса и пользуясь теоремой запаздывания и формулой суммы членов геометрической прогрессии, не трудно получить изображение пачки импульсов, если начало координат помещено в момент вступления первого импульса

$$\tilde{\varepsilon}^{(n)}(s) = \tilde{\varepsilon}_1^{(1)}(s) \frac{1 - e^{-s(n-1)v_n}}{1 - e^{-sv_n}} \quad (6)$$

К особенностям функции (6) относятся особые точки функции  $\tilde{\varepsilon}_1^{(1)}(s)$  и нули знаменателя  $1 - e^{-sv_n}$ . В функциональном отношении изображение одиночного импульса есть изображение отрезка той же непрерывной функции  $\tilde{\varepsilon}(v)_0$ , существующей в интервале действия одного импульса (периода)

$$\tilde{\varepsilon}_1^{(1)}(v) = \begin{cases} \tilde{\varepsilon}(v)_0 & \leftarrow 0_{(n)} \leq v \leq v_{n(-)} \\ 0 & \leftarrow v \leq 0_{(-)} ; v_{n(+)} \leq v \end{cases} \quad (7)$$

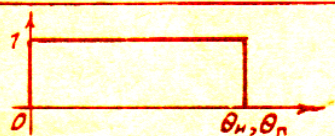

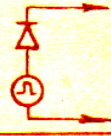
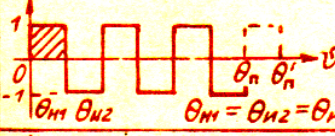
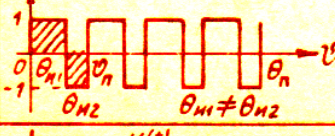
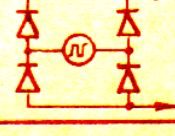
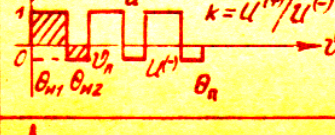

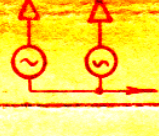
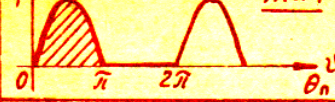
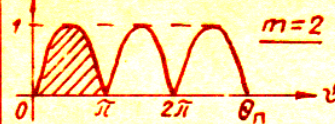
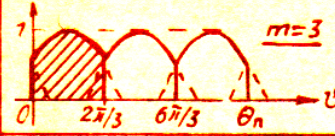
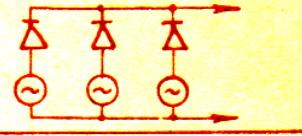

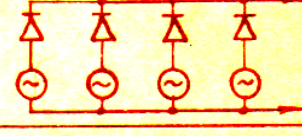

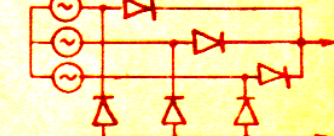
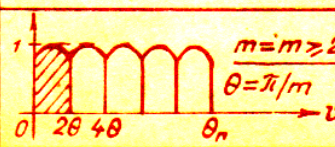
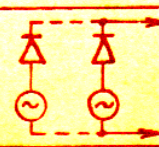
Следовательно, такое изображение [Л. 8], <sup>также определяемое, как показано Романовским В.Б., в виде</sup>

$$\tilde{\varepsilon}_1^{(1)}(s) = \int_0^{\infty} \tilde{\varepsilon}(v)_0 e^{-sv} dv = \int_0^{v_n} \tilde{\varepsilon}(v)_0 e^{-sv} dv,$$

в связи с ограниченностью функции  $\tilde{\varepsilon}_1^{(1)}(v)$  имеет конечное значение при всех  $s$ , и к нему применимо правило Лейбница о дифферен-

\* Сумма изображений непрерывной реакции и изображения пачки позднее названа Шевцовым "Лапласовским изображением текущего отрезка функции". Для сокращения можно при необходимости назвать просто "текущим" L-изображением. В отличие от обычно используемых во всей литературе изображений для установившегося режима, которые и являются частным случаем "текущего" и получаются из (6) путём экстраполяции числа периодов  $n$  к бесконечности ( $n \rightarrow \infty$ ). - А.М.Р. 9.5.1985.

Таблица изображений  $\mathcal{E}(s)_n$  пакки периодической последовательности импульсов (неуправляемые выпрямители)

№	Форма пакки импульсов	$\mathcal{E}(s)_n$	Примеры схем
1		$\frac{1}{s}(1 - e^{-s\theta_n})$	
2		$\frac{(1 - e^{-s\theta_n})(1 - e^{-sn\theta_n})}{s(1 - e^{-s\theta_n})}$	
3		$\frac{1}{s}(1 + e^{-sn\theta_n}) \operatorname{th} \frac{s\theta_n}{2}$	
4		$\frac{(1 - e^{-sn\theta_n})(1 - 2e^{-s\theta_n} + e^{-s\theta_n})}{s(1 - e^{-s\theta_n})}$	
5		$\frac{(1 - e^{-sn\theta_n})(1 - [1 + k(1 - e^{-s\theta_n})]e^{-s\theta_n})}{s(1 - e^{-s\theta_n})}$	
6		$\frac{(1 - e^{-s\theta_n})(1 + e^{-sn\theta_n})}{s(1 + e^{-s\theta_n})}$	
7		$\frac{1 - e^{-sn2\pi}}{(1 + s^2)(1 - e^{-s\pi})}$	
8		$\frac{1 - e^{-sn\pi}}{(1 + s^2) \operatorname{th} \frac{s\pi}{2}}$	
9		$\frac{(s + \sqrt{3}) \operatorname{cth} \frac{s\pi}{3}}{2(1 + s^2)} (1 - e^{-sn\frac{2\pi}{3}})$	
10		$\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{s + \operatorname{cth} \frac{s\pi}{4}}{1 + s^2} (1 - e^{-sn\frac{\pi}{2}})$	
11		$\frac{s\sqrt{3} + \operatorname{cth} \frac{s\pi}{6}}{2(1 + s^2)} (1 - e^{-sn\frac{\pi}{3}})$	
12		$\frac{s \operatorname{Cos} \theta + \sin \theta \operatorname{Cth} s \theta}{1 + s^2} (1 - e^{-sn2\theta})$	

$\pi$  - число исходных (заштрихованных) импульсов

стрелками указано подключение нагрузки

Таблица изображений  $\mathcal{E}(s)_n = \mathcal{E}_1(s)_n A_n^{(m)}$  пары периодической последовательности импульсов (управляемые выпрямители)

$$A_n^{(m)} = \frac{1 - e^{-s n \pi}}{(1 + s^2)(1 - e^{-s n \pi})}$$

№	Форма пары импульсов	$\mathcal{E}_1(s)_n$	Примеры схем
1		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha + e^{-s(\pi - \alpha)}$	
2		$(s \text{Sin } \alpha + \text{Cos } \alpha)(1 - e^{-s\pi})$	
3		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha -$ $- [\text{Cos}(\theta_n + \alpha) + s \text{Sin}(\theta_n + \alpha)] e^{-s\theta_n}$	
4		$k + e^{-s\pi} + (1 - k)(\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha) e^{-s\alpha}$	
4'		$1 + e^{-s\pi/2}(1 - k) e^{-s\pi/2} (\text{Sin } \alpha \text{Ch } s\alpha + s \text{Cos } \alpha \text{Sh } s\alpha)$	
5		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha + [\text{Sin}(\frac{\pi}{3} + \alpha) - s \text{Cos}(\frac{\pi}{3} + \alpha)] e^{-s2\pi/3}$ $+ [\text{Sin}(\frac{\pi}{3} - \alpha) + s \text{Cos}(\frac{\pi}{3} - \alpha) +$ $+ [\text{Sin}(\frac{\pi}{3} + \alpha) - s \text{Cos}(\frac{\pi}{3} + \alpha)] e^{-s2\pi/3}$	
6		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha + (\text{Sin } \alpha - s \text{Cos } \alpha) e^{-s\pi/2}$ $\text{Sin}(\frac{\pi}{4} - \alpha) + s \text{Cos}(\frac{\pi}{4} - \alpha) +$ $+ [\text{Sin}(\frac{\pi}{4} + \alpha) - s \text{Cos}(\frac{\pi}{4} + \alpha)] e^{-s\pi/2}$	
7		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha - [\text{Cos}(\frac{\pi}{3} + \alpha) + s \text{Sin}(\frac{\pi}{3} + \alpha)] e^{-s\pi/3}$ $\text{Sin}(\frac{\pi}{6} - \alpha) + s \text{Cos}(\frac{\pi}{6} - \alpha) +$ $+ [\text{Sin}(\frac{\pi}{6} + \alpha) - s \text{Cos}(\frac{\pi}{6} + \alpha)] e^{-s\pi/3}$	
8		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha - [\text{Cos}(2\theta + \alpha) + s \text{Sin}(2\theta + \alpha)] e^{-s2\theta}$ $\text{Sin}(\theta - \alpha) + s \text{Cos}(\theta - \alpha) +$ $+ [\text{Sin}(\theta + \alpha) - s \text{Cos}(\theta + \alpha)] e^{-s2\theta}$	
9		$\text{Cos } \alpha + s \text{Sin } \alpha + e^{-s(2\pi/3 - \alpha)} -$ $- [\text{Cos}(\frac{\pi}{3} + \alpha) + s \text{Sin}(\frac{\pi}{3} + \alpha)] e^{-s2\pi/3}$ $\text{Sin}(\frac{\pi}{6} - \alpha) + s \text{Cos}(\frac{\pi}{6} - \alpha) + e^{-s(\pi/3 - \alpha)} +$ $+ [\text{Sin}(\frac{\pi}{6} + \alpha) - s \text{Cos}(\frac{\pi}{6} + \alpha)] e^{-s2\pi/3}$	
10		$\frac{1}{2} k [s(1 - e^{-s\pi/3}) + \sqrt{3}(1 + e^{-s\pi/3})] +$ $+ s(e^{-s\alpha} - e^{-s\pi/2}) [k \text{Sin}(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \text{Sin}(\frac{\pi}{3} + \alpha)] +$ $+ (e^{-s\alpha} - e^{-s\pi/2}) [k \text{Cos}(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \text{Cos}(\frac{\pi}{3} + \alpha)]$	

Для получения изображения бесконечной ( $n \rightarrow \infty$ , установившийся режим) последовательности периодических импульсов необходимо экспоненту  $e^{-s n \pi}$  положить равной нулю.

цировании под знаком интеграла [Л.7]

$$\frac{d}{ds} \mathcal{E}_1^{(1)}(s) = \int_0^{v_m} \frac{\partial}{\partial s} [\mathcal{E}_1^{(1)}(v) e^{-sv}] dv = - \int_0^{v_m} v \mathcal{E}_1^{(1)}(v) e^{-sv} dv.$$

Замечая, что последний интеграл не существует только при  $s \rightarrow \infty$ , т.е.  $\mathcal{E}_1^{(1)}(s)$  дифференцируема во всей комплексной плоскости, кроме бесконечно удаленной точки, находим, что изображение одиночного импульса не содержит особенностей в конечной области.

Знаменатель  $(1 - e^{-sv_n}) \neq 0$  даёт бесконечное число сопряжённых полюсов  $s_j = \pm jv$ , ( $v = \alpha, 1, \dots, \infty$ ), расположенных на всей комплексной оси. Однако, при конечном значении числа импульсов (пачке) дробный сомножитель в (6) конечен в этих полюсах, и изображение  $\mathcal{E}(s)_n$  пачки импульсов является целой функцией, не давая в общей реакции цепи непрерывных установившихся составляющих, что соответствует физике явления (ибо  $\mathcal{E}(s)_n$  рассматривается как нач. уст.  $\rightarrow$  при  $t \rightarrow \infty$  стремится к 0). Таким образом, реакция линейной цепи на периодические воздействия представляется в виде конечной суммы алгебраических членов.

Для удобства пользования в таблице приведен ряд полученных автором изображений пачки импульсов, отражающих характерные для выпрямителей сигналы.

(Конец стр. 6)

## ЛИТЕРАТУРА

1. С.Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Изд-во "Высшая школа", 1967.
2. А.С. Розенфельд, Б.С. Якинсон. Переходные процессы и обобщенные функции. Изд-во "Наука", 1966.
3. Б.Б. Баранчук. Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными постоянными при включении периодической эдс. "Радиотехника", № 3, 1953.
4. Г.В. Зевеко. Простой метод расчета переходного и установившегося процессов в линейной цепи при воздействии последовательности повторяющихся импульсов напряжения. "Электромеханика", Изв. ВУЗов, № 10, 1963.
5. Г.И. Атабеков. Теоретические основы электротехники, ч. I, Изд-во "Энергия", 1970.
6. М.И. Коиторевич. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. Изд-во "Наука", 1964.
7. С. Сешу, И. Балабанян. Анализ линейных цепей, ГЭИ, 1963.
8. В.Б. Романовский. О построении изображений кусочно-непрерывных функций, Тр. ЛЭИС, вып. I, 1956.
9. А.М. Репин. Переходные процессы в многофазном выпрямителе с конечной катушкой индуктивности, Тр. ИЭИС, вып. 2, 1970.

(Конец стр. 7) Сент.—Окт. 1970.

© А.М. Репин. 1969-71. -73. -85. 2011. 6-15.8.2015