

А.М. Репин. Метод эквивалентных реакций (МЭР) и обобщённая формула разложения (ОФР) в анализе электромагнитных процессов (ЭМП).

Repin A.M. Method of equivalent reactions (MER) and generalized formula for expansion (GFE) in the analysis of electro-magnetic processes (EMP)

**Анонс с предисловием.** Впервые при авторском наборе и дизайне дан в **электронной** версии тезисный материал, представленный (при **предварительном** личном приглашении и обсуждении, на 7 страницах формата А4 в 1970 г.) на НТК **Томского НИИ** автоматики и электромеханики (**АиЭМ**) и **политехнического института** (ТПИ). При неожиданно поступившем в июне 1971 г. (за пару-тройку дней до сдачи сборника в типографию, видимо, из расчёта на отказ из-за невозможности выполнения) жёстком требовании – “**сократить** до 1-й (?) страницы”. И **это** – при **объёмности** **новых** формул (в тексте и таблицах). При 2-х страницах формул с **обязательными** рисунками. Причём, относящимися **непосредственно** к области с **ключевым** в заголовке словом ‘**выпрямители**’. И **после** всех-то договорённостей. После неожиданной, тёплой **встречи** (!) автора в аэропорту Томска. Более того, **после** доклада. То есть при явной **потере** своих инноваций. И очевидном **нарушении** авторских прав. К тому же публикация **очень** была нужна. В **июне 1971 г.** прошла предзащита диссертации. Осенью возможна защита. Времени на опубликование новой работы **нет**. Поэтому примерно за сутки сжатый вариант был готов. Но на 2-х страницах. Вторую, унижаясь и узнав, кто тормозитель, выпросил-таки по телефону. Хотя и с потерями. Но **главное** – **опубликовано**. Причём, обе страницы свёрнуты. Каждая в **A5**. На **одной** странице ф.А4. В разворот. Так называемый “альбомный вариант”. Качество печати - дряк. Есть и плюс. **МЭР** и **ОФР** - **впервые** в **университетском** издании. **Приоритет**. См. **НЭА. РАЕ**. //econf.rae.ru/article/6783. С возможностью читателю опубликовать **своё мнение**. **ОФР** и некоторые **частные** из неё **формулы** вскоре (1973 г.) опубликованы в **академическом** издании. См. //econf.rae.ru/article/6485. /6486. /6545. И тоже, разумеется, с возможностью прокомментировать. Предоставляемой читателю Академией естествознания (РАЕ). Её **20-летию** и **посвящается** данная работа. Полагаю, **полезная**. Или **ошибочная**?

Репин А. М.

## К РАСЧЁТУ ИСХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИМПУЛЬСНОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ<sup>1</sup>

**Анонс.** При кратком пояснении терминов и задачи даны **новые** метод, формулы и таблицы.

Различают **непрерывные** и **импульсные** состояния или режимы работы и соответствующие им процессы, протекающие в **линейной** цепи. **Импульсные** процессы формируются посредством одного или **нескольких** **нелинейных** элементов. В частности, в **многофазном** **выпрямителе** формирование **импульсных** воздействий на цепь нагрузки осуществляется **благодаря** использованию **сдвинутых** по фазе **непрерывных** ЭДС, **описываемых** **гладкой** функцией, и **включению** **вентилей** на пути тока в ветвях этих ЭДС.

При решении задач, относящихся к **непрерывным**, так и **импульсным** состояниям, целесообразнее **вначале** находить так называемую **исходную** (**И**) переменную или реакцию цепи, относительно которой **остальные** **необходимые** переменные определять, используя **законы** Кирхгофа и **дифференциальный** оператор вида

$$D = \sum_{k=0}^{k_2} a_k s^k [И], \quad (1)$$

где  $a_k$  – **постоянные** коэффициенты, зависящие от структуры цепи,  $s = d/dt$  – оператор дифференцирования.

Удобно в качестве **исходной** выбирать не изменяющуюся скачком (**риджитную**) переменную, например, **потокосцепление** (ток) в индуктивности или **заряд** (напряжение) на ёмкости.

**Метод эквивалентных реакций (МЭР).** Среди методов определения реакции **линейной** цепи на **импульсные** воздействия [1–4] известен **МЭР** [9], согласно которому **импульсная** реакция диссипативной цепи общего вида ( $k$ -го порядка) в  $n$ –м периоде содержит **три** составляющих<sup>2</sup>:

1. **Непрерывную** реакцию  $R_H(t)$ . Для её определения могут быть использованы **любые** методы теории **линейных** цепей. В частности, модифицированная автором **формула** разложения (**обобщённая** на **любое** число изображений в отличие от обычно используемых лишь одного-двух, в их произведении), относящаяся к известной в математике теории **преобразования Лапласа**. Такую реакцию при **нулевых начальных условиях** (НУ, ННУ, индекс нуль, 0) можно на основе теоремы о **вычетах** и принципа суперпозиции [5] представить в **общем** виде **следующим** образом:

<sup>1</sup> Подготовлено, обсуждено и передано в Москве **осенью 1970 г.** по предложению коллег из ТПИ, Томск. При получении сообщения “Принято. Высылайте официально. С актом.”, отправлено 29.1.71. Доклад 12.5.71.

<sup>2</sup> В таком простом и очевидном виде сообщено на НТК **МЭИС 1967–69** гг. Публикация в Трудах **МЭИС 1970 г.** [9]

(Начало С.2).

$$R_H(\vartheta) \Rightarrow \sum_{i \in I} \xi_i(s) \prod_{\mu=1}^{M_i} W_{i,\mu}(s) \subset R_{HY}(\vartheta)_0 + R_{HP}(\vartheta)_0, \quad (2)$$

где

$$R_{HY}(\vartheta)_0 = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}} A_{i\nu_i} e^{s_{\nu_i} \vartheta}; \quad R_{HP}(\vartheta)_0 = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{\mu=1}^{M_i} \sum_{\nu_{\mu}=1}^{\nu_{\mu x}} A_{i,\mu\nu_{\mu}} e^{s_{\nu_{\mu}} \vartheta} \quad (2')$$

– соответственно, установившаяся и переходная непрерывные составляющие реакции цепи на  $i_x$  воздействий  $\xi_i$ , которые, как и структурные коэффициенты  $W_{i,\mu}$ , представляют собой правильные дроби с полиномами  $\zeta(s)$  в числителе и  $Z(s)$  в знаменателе;  $s$  – оператор (по Лапласу);  $\nu_i = 1, 2, \dots, \nu_{ix}$ ;  $\nu_{\mu} = 1, 2, \dots, \nu_{\mu x}$  – индексы соответствующих полюсов.

Входящие в (2') коэффициенты:

$$A_{i\nu_i} = \frac{\zeta_{\xi_i}(s_{\nu_i})}{\zeta'_i(s_{\nu_i})} \left[ \prod_{\mu=1}^{M_i} W_{i,\mu}(s_{\nu_i}) \right] = f(i, s_{\nu_i}), \quad (3)$$

$$A_{i,\mu\nu_{\mu}} = \xi_i(s_{\nu_{\mu}}) \frac{\zeta_{W_{i,\mu}}(s_{\nu_{\mu}})}{\zeta'_{W_{i,\mu}}(s_{\nu_{\mu}})} \left[ \prod_{\mu \neq \mu}^{M_i} W_{i,\mu}(s_{\nu_{\mu}}) \right] = f(i, s_{\nu_{\mu}}), \quad (4)$$

где штрих означает взятие первой по  $s$  производной от знаменателя соответствующей дробно-рациональной функции.

Поскольку  $i_x$  – целое число (множество), оно принадлежит натуральному числу  $N$  (множеству).  $\forall i_x \in N$ . Для получения формул реакции линейной цепи от наиболее рассматриваемых в литературе случаев действия одного источника, очевидно, достаточно в выражениях (2–4) положить  $i_x$ , равным 1. При одной  $f(s)$  получим формулу с ошибочным названием 'теорема Хевисайда'.

2. Реакцию линейной цепи, обусловленную ненулевыми НУ (начальным запасом энергий в реактивностях), общую для всего переходного импульсного состояния. Эта реакция тоже может быть найдена на основе формулы (2), если в ней  $i_x$  (активных воздействий) заменить на число  $P_x = k_x + l_x$  пассивных воздействий, отражающих заряды на  $k = 1, 2, \dots, k_x$  конденсаторах и магнитную энергию в  $l = 1, 2, \dots, l_x$  индуктивностях. Поэтому определение такой реакции не имеет принципиальных отличий от предыдущего. Если начало координат помещено в конце  $(n-1)$ -го периода, то по теореме запаздывания временной сдвиг учитывается умножением полученного изображения на  $e^{s(n-1)\vartheta_n}$ , где  $\vartheta_n$  – период. В результате переходная непрерывная реакция от воздействия общей начальной энергии записывается в виде

(Конец стр.2 в машинописном оригинале)  
(Начало С.3).

$$R_{HP}(\vartheta) = \sum_{i=1}^{P_x} A_{ke} e^{s_i [\vartheta + (n-1)\vartheta_n]} \quad (5)$$

$$A_{ke} = \frac{1}{Z'_W(s_i)} \left[ \sum_{k=1}^{k_x} U_k \zeta_{W_k}(s_i) + \sum_{l=1}^{l_x} U_l \zeta_{W_l}(s_i) \right]. \quad (5')$$

Здесь  $\zeta_{W_k} = \zeta_{W_k}/s$ ; индекс  $\mu$  опущен, поскольку знаменатели передаточных функций, определяемые цепью в целом, а не местом включения источника, одинаковы для всех воздействий.

Составляющие (5) определяются суммой вычетов только в полюсах  $W(s)$  и содержат поэтому лишь члены, затухающие по экспоненте, что и выделено выше.

3. Реакцию цепи, обусловленную местными НУ (в момент вступления  $n$ -го импульса), т.е. запасом энергий в реактивностях, приобретённых от действия пачки прошедших  $(n-1)$  импульсов данного источника. Зная при нулевых общих начальных условиях изображение  $\xi_1^{(1)}(s)$  первого, одиночного (индекс (1)) импульса и пользуясь теоремой запаздывания и формулой суммы членов геометрической прогрессии, не трудно получить изображение  $\xi^{(s)}_n$  пачки импульсов, если начало координат помещено в момент вступления первого импульса:

$$\xi^{(s)}_n = \xi_1^{(1)}(s) \frac{1 - e^{-s(n-1)\vartheta_n}}{1 - e^{-s\vartheta_n}} \quad (6)$$

К особенностям функции (6) относятся особые точки функции  $\mathcal{E}_1^{(l)}(s)$  и нули знаменателя  $1 - e^{-sT_n}$ . В функциональном отношении изображение одиночного импульса есть изображение отрезка той же непрерывной функции  $\mathcal{E}(v)_0$ , существующей в интервале действия одного импульса (периода):

$$\mathcal{E}_1^{(l)}(v) = \begin{cases} \mathcal{E}(v)_0 & \leftarrow 0_{(+)} \leq v \leq T_{n(-)} \\ 0 & \leftarrow v \leq 0_{(-)} ; T_{n(+)} \leq v \end{cases} \quad (7)$$

Следовательно, такое изображение, определяемое согласно [8] в виде

$$\mathcal{E}_1^{(l)}(s) = \int_0^\infty \mathcal{E}(v)_0 e^{-sv} dv = \int_0^{T_n} \mathcal{E}(v)_0 e^{-sv} dv, \quad (8)$$

в связи с ограниченностью функции  $\mathcal{E}_1^{(l)}(v)$ , имеет конечное значение при всех  $s$  и к нему применимо правило Лейбница о дифференцировании под знаком интеграла [7]

(конец стр.3 в машинописном оригинале)

(Начало С.4)

$$\frac{d}{ds} \mathcal{E}_1^{(l)}(s) = \int_0^{T_n} \frac{\partial}{\partial s} [\mathcal{E}_1^{(l)}(v) e^{-sv}] dv = - \int_0^{T_n} v \mathcal{E}_1^{(l)}(v) e^{-sv} dv.$$

Замечая, что последний интеграл не существует только при  $s \rightarrow \infty$ , т.е.  $\mathcal{E}_1^{(l)}(s)$  дифференцируема во всей комплексной плоскости, кроме бесконечно удалённой точки, находим, что изображение одиночного импульса не содержит особенностей в конечной области.

Знаменатель  $(1 - e^{-sT_n}) = 0$  даёт бесконечное число сопряжённых полюсов  $s_j = \pm j\omega$ , ( $\omega = 0, 1, \dots, \infty$ ), расположенных на всей комплексной оси. Однако, при конечном значении числа импульсов (пачке) дробный множитель в (6) конечен в этих полюсах [7], изображение  $\mathcal{E}(s)_n$  пачки импульсов есть целая функция и не даёт в общей реакции цепи непрерывных установившихся составляющих. Можно обосновать и так: их нет, поскольку  $\mathcal{E}(s)_n$  рассматривается как начальные условия, которые при  $t \rightarrow \infty$  стремятся к 0, что соответствует и физической сущности процессов (явлений). Поэтому в установившемся импульсном режиме (при числе импульсов  $n \rightarrow \infty$ ) математическое решение получается в форме ряда Фурье [7 и др.].

Таким образом, реакция линейной цепи на периодические воздействия математически есть конечная сумма алгебраических членов.

Для удобства пользования в таблице приведен ряд готовых, полученных автором изображений пачки из  $n$  импульсов, отражающих характерные для выпрямителей сигналы.

(конец стр. 4 в машинописном оригинале)

(Начало С. 5)

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург С.Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. М.: Изд-во "Высшая школа". 1967.
2. Розенфельд А.С., Яхинсон Б.С.. Переходные процессы и обобщённые функции. М.: Изд. "Наука". 1966.
3. Баранчук Е.И. Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными постоянными при включении периодической ЭДС. "Радиотехника". № 3, 1953.
4. Зевеке Г.В. Простой метод расчёта переходного и установившегося процессов в линейной цепи при воздействии последовательности повторяющихся импульсов напряжения. "Электромеханика", Изв. ВУЗов. № 10, 1963.
5. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, ч.1. М.: Изд. "Энергия". 1970.
6. Конторович М.И. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. М.: Изд. "Наука". 1964.
7. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей. М.: "ГЭИ". 1963.
8. Романовский В.Б. О построении изображений кусочно-непрерывных функций. Л.: Тр. ЛЭИС, вып.1. 1956.
9. Репин А.М. Переходные и установившиеся процессы в многофазном выпрямителе с конечной катодной индуктивностью. М.: Тр. МЭИС, вып. 2. 1970.

(конец стр. 5 в машинописном оригинале)

12.11.70

Таблица изображений  $\xi(s)_n$  пачки периодической последовательности импульсов

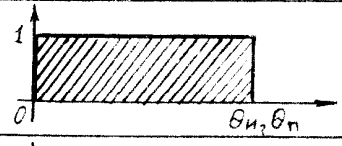
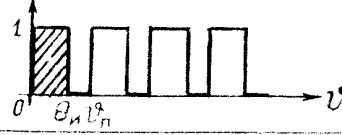
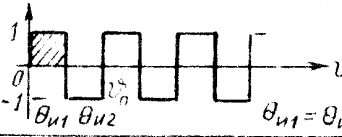
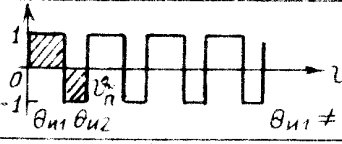
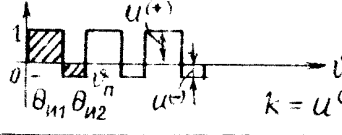
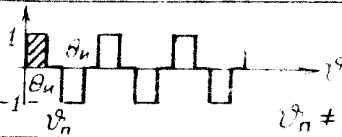
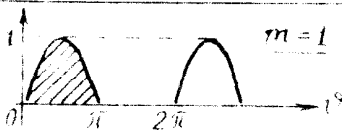
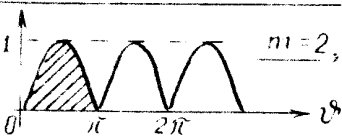
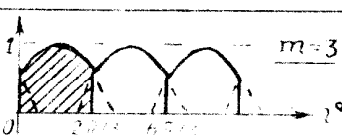

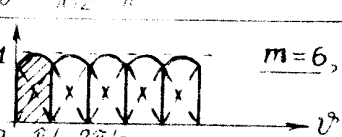
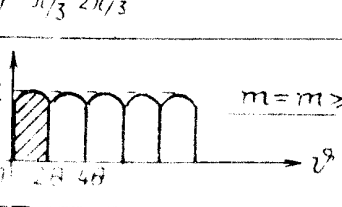
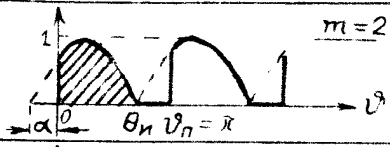
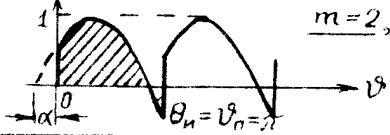
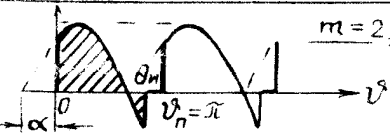
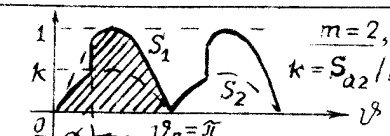
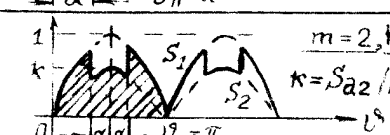
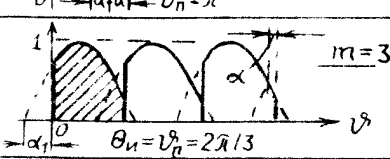
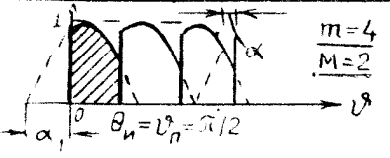
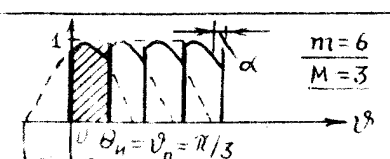
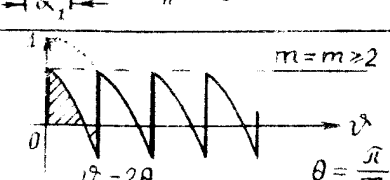
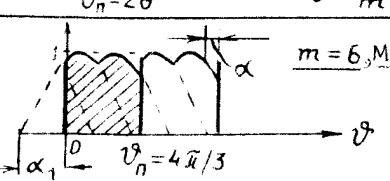
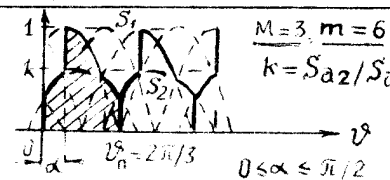
Форма пачки импульсов	$\xi(s)_n$
	$\frac{1}{s} (1 - e^{-s\theta_n})$
	$\frac{(1 - e^{-s\theta_n})(1 - e^{-sn\vartheta_n})}{s(1 - e^{-s\vartheta_n})}$
	$\frac{1}{s} (1 + e^{-sn\theta_n}) \operatorname{th} \frac{s\theta_n}{2}$
	$\frac{(1 - e^{-sn\vartheta_n})(1 - 2e^{-s\theta_{n1}} + e^{-s\vartheta_n})}{s(1 - e^{-s\vartheta_n})}$
	$\frac{(1 - e^{-sn\vartheta_n}) \{1 - [1 + k(1 - e^{-s\theta_{n2}})] e^{-s\theta_{n1}}\}}{s(1 - e^{-s\vartheta_n})}$
	$\frac{(1 - e^{-s\theta_{n1}})(1 + e^{-sn\vartheta_n})}{s(1 + e^{-s\vartheta_n})}$
	$\frac{1 - e^{-sn2\pi}}{(1 + s^2)(1 - e^{-s2\pi})}$
	$\frac{1 - e^{-sn\pi}}{(1 + s^2) \operatorname{th} \frac{1}{2} s\pi}$
	$\frac{(s + \sqrt{3} \operatorname{cth} \frac{1}{3} s\pi)(1 - e^{-sn2\pi/3})}{2(1 + s^2)}$
	$\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{s + \operatorname{cth} \frac{1}{4} s\pi}{1 + s^2} (1 - e^{-sn\pi/2})$
	$\frac{s\sqrt{3} + \operatorname{cth} \frac{1}{6} s\pi}{2(1 + s^2)} (1 - e^{-sn\pi/3})$
	$\frac{s \cos \theta + \sin \theta \operatorname{ch} s\theta}{1 + s^2} (1 - e^{-sn2\theta})$

Таблица изображений  $\xi(s)_n = \xi_1(s)_n A_n$  пачки периодической последовательности импульсов

$$A_n = \frac{1 - e^{-snT_n}}{(1 + s^2)(1 - e^{-sT_n})}$$

	Форма пачки импульсов	$\xi_1(s)_n$
13		$\cos\alpha + s\sin\alpha + e^{-s(\pi-\alpha)}$
14		$(s\sin\alpha + \cos\alpha)(1 - e^{-s\pi})$
15		$\cos\alpha + s\sin\alpha - [\cos(\theta_n + \alpha) + s\sin(\theta_n + \alpha)]e^{-s\theta_n}$
16		$k + e^{-s\pi} + (1-k)(\cos\alpha + \alpha\sin\alpha)e^{-s\alpha}$
17		$1 + e^{-s\pi} - 2(1-k)e^{-s\pi/2}(\sin\alpha\operatorname{ch}s\alpha + s\cos\alpha\operatorname{sh}s\alpha)$
18		$\cos\alpha_1 + s\sin\alpha_1 + [\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha_1) - s\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha_1)]e^{-s2\pi/3},$ $\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) + s\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) +$ $+ [\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) - s\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha)]e^{-s2\pi/3}$
19		$\cos\alpha_1 + s\sin\alpha_1 + (\sin\alpha_1 - s\cos\alpha_1)e^{-s\pi/2},$ $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + s\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) +$ $+ [\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) - s\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha)]e^{-s\pi/2}$
20		$\cos\alpha_1 + s\sin\alpha_1 - [\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha_1) + s\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha_1)]e^{-s\pi/3},$ $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) + s\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) + s\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) +$ $+ [\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) - s\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha)]e^{-s\pi/3}$
21		$\cos\alpha_1 + s\sin\alpha_1 - [\cos(2\theta + \alpha_1) + s\sin(2\theta + \alpha_1)]e^{-s2\theta},$ $\sin(\theta - \alpha) + s\cos(\theta - \alpha) +$ $+ [\sin(\theta + \alpha) - s\cos(\theta + \alpha)]e^{-s2\theta}$
22		$\cos\alpha_1 + s\sin\alpha_1 - [\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha_1) + s\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha_1)]e^{-s2\pi/3} + e^{-s(2\pi/3 - \alpha_1)},$ $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) + s\cos(\frac{\pi}{6} - \alpha) + [\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) -$ $- s\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha)]e^{-s2\pi/3} + e^{-s(\pi/3 - \alpha)}$
23		$\frac{1}{2}k[s(1 - e^{-s\pi/3}) + \sqrt{3}(1 + e^{-s\pi/3})] +$ $+ s(e^{-s\alpha} - e^{-s\pi/2})[k\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)] +$ $+ (e^{-s\alpha} - e^{-s\pi/2})[k\cos(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha)]$