

ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЗБУДИТЕЛЕЙ ВИБРАЦИИ С ПОДМАГНИЧИВАНИЕМ ПРИ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ

© Виталий Львович Крупенин¹, Константин Борисович Мягкохлеб²,
Олег Федорович Полищук²

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

krupeninster@gmail.com

² Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного
НАН Украины, Харьков, Украина

mkb@ipmach.kharkov.ua

Аннотация. Показаны особенности формирования тягового усилия электромагнитного вибростенда при полигармоническом управлении. Проведен анализ колебательной системы стенда. Выведены формулы колебаний подвижных масс стенда.

Ключевые слова. Электромагнитный вибростенд, тяговое усилие, полигармоническое управление.

DYNAMICS OF ELECTROMAGNETIC VIBRATION EXCITERS WITH MAGNETIZATION AT THE MANAGEMENT OF POLYHARMONIC

Krupenin¹, K. Myagkokheeb², O. Polischuk²

¹ Federal Budget-Funded Mechanical Engineering Research Institute, RAS, Moscow, Russia

krupeninster@gmail.com

²The A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine

V.ne (IPMash NAS of Ukraine)

mkb@ipmach.kharkov.ua

Annotation. The peculiarities for creation tractive effort of electromagnetic vibrobench is shown. The analysis of bench oscillatory system is brought. The formulas of oscillations of travelling bench masses is deduced.

Keywords. Electromagnetic vibrobench, tractive effort, polyharmonic management.

В работе [1] был рассмотрен электромагнитный вибровозбудитель (ЭМВ) с подмагничиванием и с полигармонической функцией управления. Причем в этом ЭМВ не было реактивной массы (РМ), хотя последняя применяется довольно часто, особенно в электромагнитных вибрационных стендах (ЭМВС) с целью уменьшения влияния основных вибраций на корпус стенда и на фундамент, предохраняя его от разрушения.

В ЭМВС с целью более достоверных испытаний на надежность изделий в программах испытаний применяются полигармонические управления вида [2, 3]

$$U = \sum_{k=1}^n U_{ak} \sin \omega_k t$$
, где U_k – амплитуда; $\omega_k = 2\pi f_k$ – круговая частота ($[f_k]=\text{Гц}$) k – й

гармоники; t – время.

В таком ЭМВС, в отличие от ЭМВС без РМ и с моногармоническим управлением, динамика значительно отличается, а анализ включает в себя нестандартные решения.

Опорой для детализации анализа рассматриваемых ЭМВС является электромагнитомеханическая схема, приведенная на рис. 1,

где 1 – магнитопровод; 2–якорь (подвижная платформа); 3 – реактивная масса; 4,5 – пружины; 6,7 – демпферы; 8 – обмотка управления; 9 – обмотка подмагничивания; 10 – корпус;

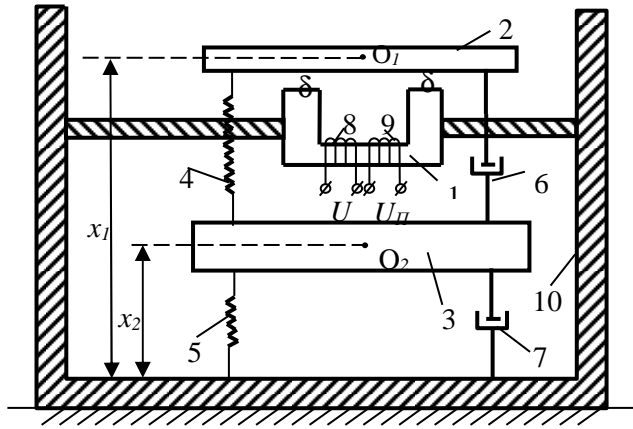


Рис. 1.

пус;

----- фундамент; x_1, x_2 – перемещения 2 и 3 соответственно; δ – воздушный зазор.

Как видно из рис. 1, ЭМВС включает в себя три взаимосвязанные части с различной физической природой функционирования, а именно: $(U, U_{\Pi}, 8, 9)$ – электрическую; $(1 \rightarrow \delta \rightarrow 2 \rightarrow \delta \rightarrow 1)$ – магнитную; $(2, 4, 6 \rightarrow 3, 5, 7)$ – механическую. Источником вибровозбуждения является электрический задающий генератор. Данный ЭМВС функционирует следующим образом.

На обмотку 9 подается постоянное напряжение U_{Π} , электрический ток i_{Π} , от которого формирует магнитный поток Φ_{Π} (поток подмагничивания), проходящий по цепи $1 \rightarrow \delta \rightarrow 2 \rightarrow \delta \rightarrow 1$. Наличие Φ_{Π} необходимо для увеличения тягового усилия F в ЭМВС без существенного увеличения управляющего воздействия U . Это связано с тем, что тяговое усилие ЭМВС F определяется в соответствии с формулой [1]

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}, \quad (1)$$

где Φ – общий магнитный поток в ЭМВС; μ_0 – магнитная проницаемость воздуха; S – площадь поперечного сечения полюсов магнитопровода 1 у зазоров δ .

Из (1) видно, что чем больше Φ , тем больше тяговое усилие F . При наличии на зажимах обмотки 8 переменного напряжения $U = U_a \sin \omega t$ по магнитной части проходит магнитный поток $\Phi = \Phi_{\sim} + \Phi_{\Pi}$, где Φ_{\sim}, Φ_{Π} – магнитные потоки, наведенные в магнитной системе от действия переменного тока $i = I_a \sin(\omega t - \varphi)$, где φ – сдвиг фаз между U и i , и постоянного тока подмагничивания I_{Π} соответственно. Тяговое усилие F в этом случае будет иметь вид [учитывается (1)]

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} (\Phi_{\sim}^2 + 2\Phi_{\sim}\Phi_{\Pi} + \Phi_{\Pi}^2). \quad (2)$$

Представим (2) относительно токов i, I_{Π} и параметров электромагнитной части ЭМВС. Для этого воспользуемся законом полного тока [4], определяющего связь тока i и наведенного им магнитного потока Φ в следующем виде для нашей задачи

$$I_{\Pi} w_{\Pi} = \frac{\Phi_{\Pi}}{G}; \quad i w = \frac{\Phi_{\sim}}{G}, \quad G = \frac{\mu_0 S}{2\delta}, \quad (3)$$

где w, w_{Π} – число витков обмоток 8 и 9 соответственно; G – магнитная проводимость в ЭМВС.

Подставляя Φ_{Π} и Φ_{\sim} из (3) в (2), получим

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} [\Phi_{\Pi}^2 + 2\Phi_{a1} \sin(\omega t - \varphi) + \Phi_a^2 \sin^2(\omega t - \varphi)], \quad (4)$$

где $\Phi_{II} = I_{II} w_{II} G$; $\Phi_{a1} = \Phi_{II} \Phi_a$; $\Phi_a = iwG$.

В (4) преобразуем $\sin^2(\omega t - \varphi)$ в $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos[2(\omega t - \varphi)]$ [5]. Тогда (4) примет вид

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} \left\{ \Phi_{II}^2 + \frac{1}{2} \Phi_a^2 + 2\Phi_{a1} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{1}{2} \Phi_a^2 \cos[2(\omega t - \varphi)] \right\} , \quad (5)$$

Из (5) видно, что при монографическом управлении U при наличии подмагничивания в ЭМВС тяговое F содержит в себе постоянную составляющую

$$F_{II} = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\Phi_{II}^2 + \frac{1}{2} \Phi_a^2 \right) \text{ и две переменные составляющие } F_{1\sim} = \frac{2}{\mu_0 S} \Phi_{a1} \sin(\omega t - \varphi) ,$$

$$F_{2\sim} = \frac{1}{2\mu_0 S} \Phi_{a1}^2 \cos[2(\omega t - \varphi)] .$$

Если же переменное управляющее воздействие является полигармоническим сигналом $U = \sum_{k=1}^n U_{ak} \sin \omega_k t$, то с учетом рассматриваемого анализа для моногармонического U тяговое усилие F в ЭМВС будет выражаться следующим соотношением

$$F = F_{II\Sigma} + \sum_{k=1}^n F_{1k\sim} + \sum_{k=1}^n F_{2k\sim} + \sum_{k=2}^{C_n^2} F_{3k\sim} , \quad (6)$$

где $F_{II\Sigma} = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\Phi_{II}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Phi_{ak}^2 \right)$; $F_{1k\sim} = \frac{2}{\mu_0 S} \Phi_{II} \Phi_{ak} \sin(\omega_k t - \varphi_k)$;

$$F_{2k\sim} = \frac{1}{2\mu_0 S} \Phi_{ak}^2 \cos[2(\omega_k t - \varphi_k)] ; F_{3k\sim} = \frac{2}{\mu_0 S} \Phi_{ak} \Phi_{al} \sin(\omega_k t - \varphi_k) \cdot \sin(\omega_l t - \varphi_l) ;$$

C_n^2 – число сочетаний из n по 2; $\left[C_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \right]$. В свою очередь, после тригонометрического преобразования [5]

$$F_{3k\sim} = \frac{\Phi_{ak} \Phi_{al}}{\mu_0 S} \{ \cos[(\omega_k - \omega_l)t + \varphi_k - \varphi_l] - \cos[(\omega_k + \omega_l)t + \varphi_k + \varphi_l] \} .$$

А это значит, что число $F_{3k\sim}$ увеличивается в два раза, то есть становится $2C_n^2$.

Таким образом, в ЭМВС при наличии подмагничивания и полигармонического управляющего воздействия в виде n гармоник общее тяговое усилие F (силовое воздействие на якорь 2 совместно с испытуемым изделием, находящимся на платформе якоря 2) включает в себя $(n+1)$ постоянных составляющих, n – гармонических составляющих с частотами, соответствующими частотам входных гармоник, n – гармонических составляющих с частотами в два раза большими, чем у входных гармоник, C_n^2 – гармонических $(\omega_k - \omega_l), k \neq l$ и C_n^2 – гармонических составляющих с частотами $(\omega_k + \omega_l), k \neq l$. А это значит, что общее тяговое усилие F включает в себя $(n+1)^2$ составляющих, из которых $n(n+1)$ – гармонических и $(n+1)$ – постоянных.

Связь между входными гармоническими напряжениями $U_k = U_{ak} \sin \omega_k t$ и токами i_k , формирующими по закону полного тока магнитные потоки Φ_k в установившемся

режиме следующая $i_k = \frac{U_{ak}}{\sqrt{r^2 + (\omega_k L)^2}} \sin(\omega_k t - \varphi_k)$, где r, L – активное сопротивление и индуктивность электрической цепи ЭМВС соответственно; φ_k – угол сдвига между $U_k(t)$ и $i_k(t)$.

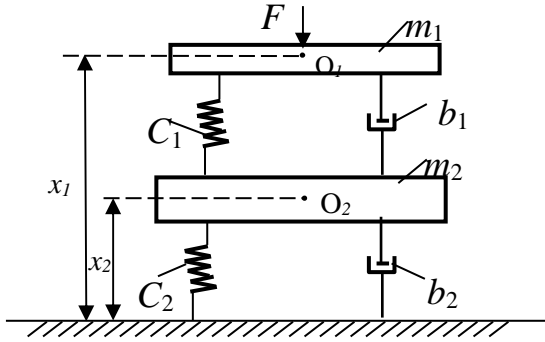


Рис. 2.

Далее рассмотрим динамику механической части ЭМВС. Для детального анализа представим механическую схему ЭМВС, изображенную на рис. 2,

где m_1, m_2 – массы якоря 2 с испытуемым изделием и реактивной массой 3 соответственно; C_1, C_2 – коэффициенты жесткости пружин 4 и 5 соответственно; b_1, b_2 – коэффициенты диссипации демпферов 6, 7 соответственно.

Как видно из рис. 2, механическая часть ЭМВС является колебательной системой с двумя степенями свободы. Уравнение движения этой системы запишем в виде

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_{1n} + b_1 \dot{x}_{1n} + c_{1n} x_{1n} &= F + b_1 \dot{x}_2 + c_{1n} x_{2n}; \\ m_2 \ddot{x}_{2n} + (b_1 + b_2) \dot{x}_{2n} + (c_{1n} + c_2) x_{2n} &= b_1 \dot{x}_{1n} + c_{1n} x_{1n} \end{aligned} \right\} . \quad (7)$$

Здесь $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; C_{1n} – коэффициент жесткости пружин 4, зависящий от числа гармоник (n) на входе ЭМВС. Последнее объясним следующим образом.

При действии на якорь 2 только общей постоянной составляющей $F_{П\Sigma}$ уравнения (7) записывается так

$$\left. \begin{aligned} c_{1n} x_{1n0} &= F_{П\Sigma} = \frac{1}{\mu_0 S} \left(\Phi_{П}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Phi_{ak}^2 \right); \\ (c_{1n} + c_{2n}) x_{2n0} &= c_{1n} x_{1n0} \end{aligned} \right\} ,$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} c_{1n} &= \frac{1}{\mu_0 S x_{1n0}} \left(\Phi_{П}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Phi_{ak}^2 \right); \\ c_{2n} &= \frac{c_{1n}}{x_{2n0}} (x_{1n0} - x_{2n0}) \end{aligned} \right\} , \quad (8)$$

где x_{1n0} – величина постоянного притяжения якоря 2 к магнитопроводу 1; x_{2n0} – постоянное смещение массы m_2 в сторону корпуса ЭМВС.

Из (8) видно, что жесткость пружин 4 и 5 зависит от величин x_{1n0} и x_{2n0} , которые, в свою очередь, зависят от $(n+1)$ постоянных составляющих в общем тяговом усилии F . Заметим, что при наличии x_{1n0} для ЭМВС необходимо соблюдать условие, заключающееся в том, чтобы

$$x_{1n0} + \sum_{s=1}^{n(n+1)} x_{as} \leq \delta , \quad (9)$$

где x_{as} – амплитуды гармоник, входящих в тяговое усилие F .

В противном случае в ЭМВС будут удары якоря 2 о полюса магнитопровода 1. При соблюдении условия (9) колебательная система (КС) ЭМВС является линейной. Поэтому к ее динамике применим принцип суперпозиции. При этом рассмотрим два случая в анализе ЭМВС, которые обуславливаются наличием диссипации в движении КС. Обычно в ЭМВС диссипация определяется трением движущихся частей о воздух. В этом случае можно считать, что $b_1 = b_2 = 0$. Если же используются в ЭМВС специальные средства демпфирования при сохранении колебательности механической части, то тогда $b_1 \neq 0$ и $b_2 \neq 0$. В первом случае КС станда является консервативной, а во втором случае – диссипативной. После определения постоянного сдвига якоря 2 в сторону магнитопровода 1, выраженного в виде (9) будем считать, что масса m_1 колеблется относительно положения $\left(\delta - x_{1n0} - \sum_{s=1}^{n(n+1)} x_{as} \right)$. Эти колебания будут состоять из суммы собственных и вынужденных составляющих и записываются в виде [6]

$$x_{1n(n+1)} = \sum_{k=1}^{n(n+1)} [x_{a1k} \sin(\omega_{01}t + \varphi_{1k}) + x_{b1k} \sin(\omega_{02}t + \varphi_{2k})] + x_{a1bk} \cos(\omega_k t - \Psi_k);$$

$$x_{2n(n+1)} = \sum_{k=1}^{n(n+1)} [k_1 x_{a1k} \sin(\omega_{01}t + \varphi_{1k}) + k_2 x_{b1k} \sin(\omega_{02}t + \varphi_{2k})] + x_{a2bk} \cos(\omega_k t - \Psi_k), \quad (10)$$

где $k_1 = \frac{x_{a1}}{x_{a2}} = \frac{c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_{02}^2}{c_{1n}}$; $k_2 = \frac{x_{b1}}{x_{b2}} = \frac{c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_{01}^2}{c_{1n}}$.

$$\begin{cases} x_{a1k} = \frac{\left\{ [(\dot{x}_{20}k_1 - \dot{x}_{10}) - \omega_k (k_1 x_{a2bk} - x_{a1bk})]^2 + \omega_{02}^2 (x_{20}k_1 - x_{10})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\omega_{02} (k_1 - k_2)} \\ x_{b1k} = \frac{\left\{ [(\dot{x}_{20}k_2 - \dot{x}_{10}) - \omega_k (k_2 x_{a2bk} - x_{a1bk})]^2 + \omega_{01}^2 (x_{20}k_2 - x_{10})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\omega_{01} (k_2 - k_1)} \end{cases}; \quad (11)$$

$$\varphi_{1k} = \arctg \frac{\omega_{02} (x_{20}k_1 - x_{10})}{(\dot{x}_{20}k_1 - \dot{x}_{10}) - \omega_k (k_2 x_{a2bk} - x_{a1bk})};$$

$$\varphi_{2k} = \arctg \frac{\omega_{01} (x_{20}k_2 - x_{10})}{(\dot{x}_{20}k_2 - \dot{x}_{10}) - \omega_k (k_2 x_{a2bk} - x_{a1bk})},$$

$x_{10}, x_{20}, \dot{x}_{10}, \dot{x}_{20}$ – начальные условия.

Амплитуды x_{a1bk}, x_{a2bk} вынужденных составляющих определяются на основе подстановки вынужденных составляющих $x_{1b}(t) = \sum_{k=1}^{n(n+1)} x_{a2bk} \cos(\omega_k t - \Psi_k)$;

$x_{2b}(t) = \sum_{k=1}^{n(n+1)} x_{a1bk} \cos(\omega_k t - \Psi_k)$ в уравнения (7) при условии, что $b_1 = b_2 = 0$. В результате получаем

$$x_{a1bk} = \frac{F_{a1k} c_{1n}}{(c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2)(c_{1n} - m_1 \omega_k^2) - c_{1n}^2};$$

$$x_{a2bk} = \frac{F_{a1k} (c_1 - m_1 \omega_k^2)}{(c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2)(c_{1n} - m_1 \omega_k^2) - c_{1n}^2}.$$

Если частоты $\omega_k = k\omega$ кратные частотам ω_{01}, ω_{02} , то в системе КС стенда возникают резонансные режимы. При нулевых начальных условиях выражения (11) имеют вид

$$\begin{cases} x_{a1k} = \frac{\omega_k (k_1 x_{a2bk} - x_{a1bk})}{\omega_{02} (k_1 - k_2)}; \\ x_{b1k} = \frac{\omega_k (k_2 x_{a2bk} - x_{a1bk})}{\omega_{01} (k_2 - k_1)}. \end{cases}$$

В этом случае колебания x_1 и x_2 включают в себя вынужденные составляющие. Заметим, что верхний предел сумм в (10) есть $n(n+1)$, что означает, что в общие переменные величины $x_{1n(n+1)}$ и $x_{2n(n+1)}$ входят $n(n+1)$ переменных составляющих, полученных от воздействия на КС $n(n+1)$ переменных составляющих тягового усилия F .

Для диссипативной КС в ЭМВС установившееся движение можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} x_{1n(n+1)} &= \sum_{k=1}^{n(n+1)} [c_{1k} \cos(\omega_k t - \Psi_k) + c_{2k} \sin(\omega_k t - \Psi_k)]; \\ x_{2n(n+1)} &= \sum_{k=1}^{n(n+1)} [c_{3k} \cos(\omega_k t - \Psi_k) + c_{4k} \sin(\omega_k t - \Psi_k)] \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Постоянные c_{ik} ($i = \overline{1,4}$) определяются подстановкой выражения (12) в (7), что приводит к соотношению $c_{ik} = \frac{\Delta_{cik}}{\Delta_k}, i = \overline{1,4}$,

$$\text{где } \Delta_k = \begin{vmatrix} c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2, & (b_1 + b_2) \omega_k, & -c_{1n}, & -b_1 \omega_k \\ -\omega_k (b_1 + b_2), & c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2, & b_1 \omega_k, & -c_{1n} \\ -c_{1n}, & -\omega_k b_1, & c_1 - m_1 \omega_k^2, & \omega_k b_1 \\ \omega_k b_1, & -c_1, & \omega_k b_1, & c_1 - m_1 \omega_k^2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{c1k} = F_{ak} \begin{vmatrix} c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2, & b_1 \omega_k, & -c_{1n}, \\ -b_1 \omega_k, & c_{1n} - m_1 \omega_k^2, & -b_1 \omega_k, \\ -c_{1n}, & -b_1 \omega_k, & c_{1n} - m_1 \omega_k^2, \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{c2k} = -F_{ak} \begin{vmatrix} -(b_1 + b_2) \omega_k, & b_1 \omega_k, & -c_{1n}, \\ -c_{1n}, & c_{1n} - m_1 \omega_k^2, & b_1 \omega_k, \\ b_1 \omega_k, & -b_1 \omega_k, & c_{1n} - m_1 \omega_k^2, \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{c3k} = F_{ak} \begin{vmatrix} -(b_1 + b_2) \omega_k, & c_{1n} + c_{2n} - m_2 \omega_k^2, & -c_{1n}, \\ -c_{1n}, & -b_1 \omega_k, & b_1 \omega_k, \\ b_1 \omega_k, & -c_{1n}, & c_{1n} - m_1 \omega_k^2, \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{c4k} = -F_{ak} \begin{vmatrix} -(b_1 + b_2)\omega_k, & c_{1n} + c_{2n} - m_2\omega_k^2, & b_1\omega_k, \\ -c_{1n}, & -b_1\omega_k, & c_{1n} - m_1\omega_k^2, \\ b_1\omega_k, & -c_1, & -b_1\omega_k, \end{vmatrix}.$$

В соответствии с [4] выражения (12) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} x_{1n(n+1)} &= \sum_{k=1}^{n(n+1)} A_{1k} \cos(\omega_k t - \Psi_k + \alpha_{1k}); \\ x_{2n(n+1)} &= \sum_{k=1}^{n(n+1)} A_{2k} \cos(\omega_k t - \Psi_k + \alpha_{2k}) \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

$$\text{где } A_{1k} = \sqrt{c_{1k}^2 + c_{2k}^2}; \quad A_{2k} = \sqrt{c_{3k}^2 + c_{4k}^2}; \quad \alpha_{1k} = \arctg \frac{c_{2k}}{c_{1k}}; \quad \alpha_{2k} = \arctg \frac{c_{4k}}{c_{3k}}.$$

Если частоты $\omega_k, k = \overline{1, n(n+1)}$ или кратные $s\omega_k, s = \overline{1, m}$ совпадают с собственными частотами КС ω_{01}, ω_{02} , то в системе ЭМВС возникает резонанс, что, с точки зрения надежности ЭМВС, нежелательно. Зная ω_{01}, ω_{02} и ω_k , можно определить те гармоники, которые вызывают резонанс, и тогда не допустить появления их в тяговом усилии F . Собственные частоты ω_{01}, ω_{02} определяются из (7) при условии $b_1 = b_2 = 0$. В этом случае характеристическое уравнение (7)

$$\omega_k^4 - \omega_k^2 \left(\frac{c_{1n}}{m_1} + \frac{c_{1n} + c_{2n}}{m_2} \right) + \frac{c_{1n}c_{2n}}{m_1m_2} = 0$$

имеет корни

$$\omega_{01} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c_{1n}}{m_1} + \frac{c_{1n} + c_{2n}}{m_2} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c_{1n}}{m_1} + \frac{c_{1n} + c_{2n}}{m_2} \right)^2 - \frac{c_{1n}c_{2n}}{m_1m_2}} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\omega_{02} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c_{1n}}{m_1} + \frac{c_{1n} + c_{2n}}{m_2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c_{1n}}{m_1} + \frac{c_{1n} + c_{2n}}{m_2} \right)^2 - \frac{c_{1n}c_{2n}}{m_1m_2}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

которые являются собственными частотами КС ЭМВС с реактивной массой.

Резонансные частоты КС ЭМВС ω_{1p} и ω_{2p} , незначительно отличаются (меньше)

ω_{01}, ω_{02} на величины под внутренним радикалом, равные для ω_{1p} на $\left(\frac{b_1}{m_1} \omega_{1p} \right)^2$, для

ω_{2p} на $\left(\frac{b_1 + b_2}{m_2} \omega_{2p} \right)^2$. Но так как диссипация в ЭМВС очень мала, то $\omega_{1p} - \omega_{01} \approx \varepsilon_1$,

$\omega_{2p} - \omega_{02} \approx \varepsilon_2$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – малые величины, которыми, с практической точки зрения, можно пренебречь.

Таким образом, в результате данного исследования приведены основы теории ЭМВС с реактивной массой при входных воздействиях в виде подмагничивающего напряжения U_{Π} и полигармонического управления U . Наличие в управлении U n гармо-

ник увеличивает число гармоник в тяговом усилии F в $(n+1)$ раз. На этом факт следует обратить внимание при программировании задания по управлению ЭМВС при испытании изделий на полигармоническую вибрацию. Следует заметить, что в силу того, что импульсные воздействия можно путем разложения в ряд Фурье представить в виде набора гармоник, то при испытании изделий на ЭМВС на удар следует учесть теоретические результаты данной статьи с целью уточнения условий динамических испытаний изделий.

Статья выполнена при поддержке Государственного Фонда Фундаментальных Исследований Украины (проект № Ф53.7/038) и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект № 13-08-90419).

ЛИТЕРАТУРА

1. Божко А.Е., Белых В.И., Мякохлеб К.Б. Принципиальные особенности в формировании подмагничивания электромагнитных вибровозбудителей. – Доп. НАН Украины, 2002. – № 5. – С. 112-116.
2. Вибрации в технике. Т. 4 / Под ред. проф. Э.Э. Лавендела. – М.: Машиностроение, 1981. – 510 с.
3. Божко Е.А., Крупенин В.Л., Мякохлеб К.Б. Воспроизведение полигармонической вибрации электромагнитными вибровозбудителями // Интернет-журнал «Вестник научно-технического развития». (www.vntr.ru). №8 (72), 2013 г. – С. 3-11.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высш. шк., 1985. – 528 с.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Гос. изд-во технико-теор. лит-ры, 1956. – 608 с.
6. Божко А.Е., Голуб Н.М. Динамико-энергетические связи колебательных систем. Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.