

ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ НАД СЛОЕМ РЕГУЛЯРНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

Е.В. Мосина, И.В. Чернышев

ФГАОУ ВПО «Волгоградский государственный университет», Волгоград

Рассмотрено медленное течение вязкой несжимаемой жидкости в узком плоском канале, частично заполненном модельной пористой средой, представленной регулярной системой квадратных стержней, расположенных поперек потоку. Решения получены для двух видов течений: сдвигового, вызванного движением верхней стенки канала, и градиентного за счет наличия перепада давления вдоль канала. В двумерной постановке численно найдены гидродинамические микроскопические поля скорости и давления. В результате усреднения получены такие макропараметры, как скорость фильтрации, проницаемость системы стержней, расход жидкости сквозь канал, касательные напряжения на верхней стенке канала и пористой границе, а также проведена оценка силы сопротивления при скольжении плоскости над таким регулярным пористым слоем.

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрено двумерное течение несжимаемой ньютоновой вязкой жидкости в канале высотой H с плоскими стенками (рис. 1). Нижняя часть канала занята системой твердых квадратных стержней, представляющих модель регулярной пористой среды. Стержни расположены в узлах квадратной решетки, направлены поперек потоку и параллельно плоским стенкам.

Исследовано два вида течений: сдвиговое течение Куэтта – верхняя стенка движется в своей плоскости с постоянной скоростью u_0 в направлении оси Ox , и течение Пуазейля под действием постоянного градиента давления G вдоль оси Ox . Используя в качестве линейного масштаба высоту канала H , масштаба скорости u_0 и градиента давления G уравнения движения Стокса и неразрывности запишем безразмерном виде

$$\nabla^2 \mathbf{v} = \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (1)$$

Линейность уравнений и периодичность постановки в продольном направлении позволяет ограничиться рассмотрением области, изображенной пунктиром на рис. 1. Граничные условия представлены на рис. 2, на котором изображена половина одного стержня нижнего ряда. Для сдвигового течения $u_1 = 1, p_1 = 0$, для градиентного $u_1 = 0, p_1 = d$. Задача с аналогичной геометрией для не стесненного течения простого сдвига рассмотрена в работе [1].

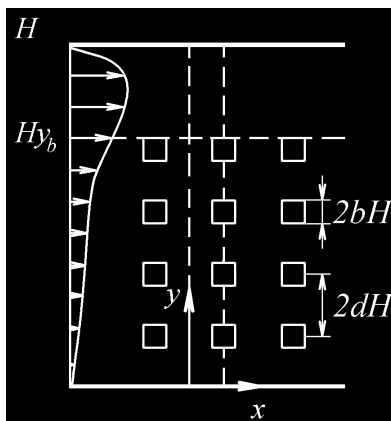


Рис. 1. Геометрия канала

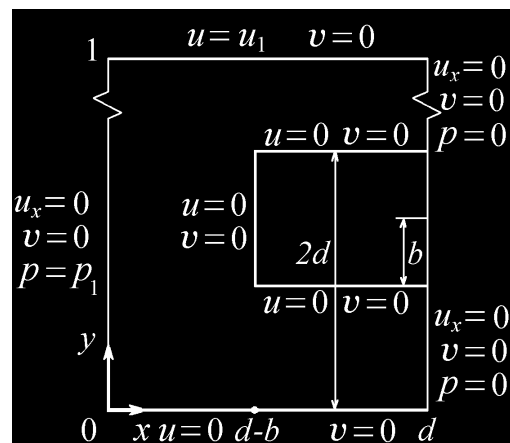


Рис. 2. Безразмерные граничные условия

Найдены микроскопические гидродинамические поля в широком диапазоне параметров: количество рядов стержней $M=1\div 20$, объемная концентрация твердых стержней в пористой среде $\varphi=b^2/d^2=0.001\div 0.6$, высота модельного пористого слоя $y_b=2Md=0.25\div 0.9$. Использован метод установления для численной процедуры на основе конечно-разностной аппроксимации уравнений (1) на разнесенной неравномерной сетке со сгущениями вблизи поверхности стержней [2, 3].

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При макроскопическом описании регулярная система стержней рассматривается как сплошная среда с некоторой проницаемостью k . В свободной части канала ($y_b < y \leq 1$) безразмерное уравнение движения Стокса имеет вид

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{dp}{dx}. \quad (2)$$

Для фильтрационного течения в пористой среде используется уравнение Дарси (в безразмерном виде)

$$-\frac{1}{k} U_D = \frac{dP}{dx}, \quad U_D = \text{const}, \quad (3)$$

и на предполагаемой проницаемой границе – условие скольжения Саффмана [4, 5], допускающее разрыв (скольжение) тангенциальной составляющей скорости

$$u_s = \frac{\sqrt{k}}{\alpha} \tau_b, \quad u_s = u_b - U_D, \quad u_b = u(y_b), \quad (4)$$

где k – проницаемость пористого материала, τ_b – напряжение трения, α – коэффициент скольжения, зависящий от геометрии и физических свойств пористой границы, а также от типа течения вблизи границы. Проницаемость k бралась из закона Дарси (3) для градиентного течения, в котором в качестве скорости фильтрации U_D взята усредненная по объему продольная скорость в центральном горизонтальном слое стержней [6]. В случае сдвигового течения градиент давления отсутствует $\frac{dP}{dx} = 0$, но на верхней границе канала задается скорость движения стенки.

Для распределения скорости в свободной части канала $u(y)$ и пористой среде U_D могут быть записаны явные формулы. Сопоставление с этими формулами усредненных решений в микроскопической постановке позволяет найти необходимые константы (проницаемость и коэффициент скольжения) для полного описания течения жидкости в окрестности пористой границы.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Коэффициент скольжения α найден из (4), где касательная составляющая скорости u_b и скорость сдвига τ_b представляют собой величины, усредненные на уровне y_b по половине периода вдоль Ox . В качестве номинальной пористой границы y_b взята плоскость, касательная к внешней поверхности стержней верхнего ряда. Для сдвигового течения получена аппроксимирующая зависимость для коэффициента скольжения в зависимости от объемной концентрации стержней имеет вид $\alpha = 3.4 + 8.3\sqrt{\varphi}$. Для градиентного течения не удается отыскать похожую зависимость, необходимо учитывать и микроструктуру среды (количество рядов стержней, размеры и расстояния между стержнями) и заполненность канала y_b пористым материалом.

На рис. 3 изображены усредненный по x профиль продольной скорости u , полученной численно, и макроскопический профиль модели Стокса-Дарси (2)-(3) для градиентного течения. Скорость на проницаемой границе u_b составляет не более 3% от величины максимальной скорости в свободной части канала. Поэтому при

макроскопическом рассмотрении таких задач в некотором приближении можно задавать на пористой границе условие прилипания. Это означает, что скорость скольжения u_b и напряжение трения τ_b , слабо зависят от количества слоев стержней, а определяются в основном только высотой свободной части канала. Таким образом, придание текстуры твердой поверхности не приводит к значительному уменьшению сопротивления. Это в первую очередь объясняется тем, что на верхнем слое стержней ставится условие прилипания. Для гидрофобных материалов с условием микроскопического скольжения снижение сопротивления более значительно.

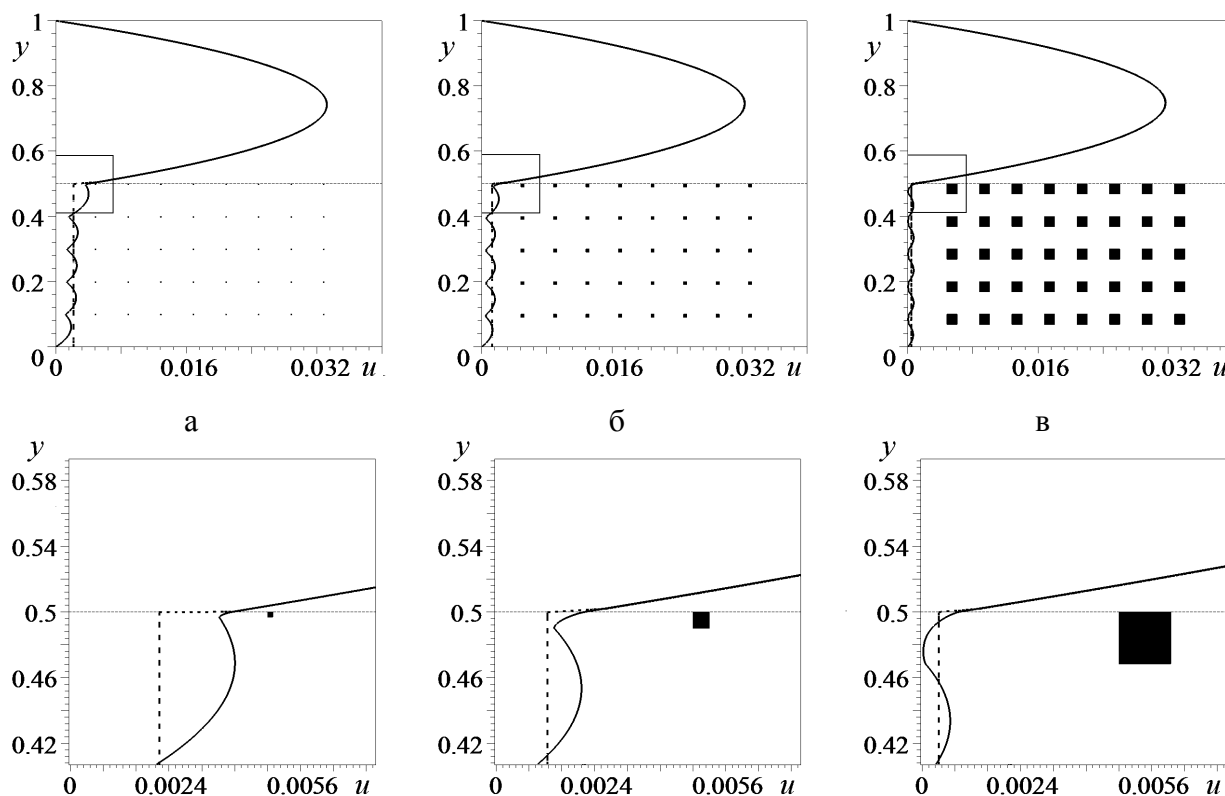


Рис. 3. Профиль скорости градиентного течения над системой стержней (*сверху*) и увеличенный фрагмент течения (*снизу*): $M=5$, $y_b=0.5$; (—) профиль усредненной по x микроскопической скорости; (- - -) профиль скорости макромодели Стокса–Дарси (2)-(3); (а) $\phi=0.001$, (б) $\phi=0.01$, (в) $\phi=0.1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Волгоградской области (проекты № 14-01-00624, № 13-01-97065 р_поволжье_a).

Литература

1. Мосина Е.В., Чернышев И.В. // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4(3). С. 999-1001.
2. Мосина Е.В. Свид-во о гос. рег. программы для ЭВМ № 2013612336. Зарег. в Реестре программ для ЭВМ РФ 21.02.2013 г.
3. Мосина Е.В. Численное моделирование течения в плоском канале с пористым слоем // XLII Огаревские чтения: материалы науч. конф.: в 3 ч. Ч. 2: Естественные науки. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та. 2014. С. 424-427.
4. Beavers G.S., Joseph D.D. // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. Part 1. P. 197-207.
5. Saffman P.G. // Stud. App. Math. 1971. V. 50. No 2. P. 93-101.
6. Мосина Е.В. // ТОХТ. 2010. Т. 44. № 5. С. 536-542.