

# Коэффициент скольжения на поверхности модельной гидрофобной пористой среды

И.В. Чернышев, Е.В. Мосина

Волгоградский государственный университет, Волгоград

Расчет гидродинамических течений в присутствии пористых тел сводится к совместному решению задач внешнего обтекания жидкостью пористого тела и внутреннего течения сквозь пористый материал. Фильтрационное течение зачастую рассматривается на основе уравнения Дарси

$$\mu \mathbf{U} = -k \nabla P, \quad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{U}$ ,  $P$  – скорость и давление жидкости в пористой среде,  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости,  $k$  – коэффициент проницаемости пористой среды. Медленное движение жидкости во внешней области удовлетворяет уравнениям Стокса

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} = \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

где  $\mathbf{u}$ ,  $p$  – скорость и давление жидкости вне пористого материала.

На границе жидкость – пористая среда обычно используются условия непрерывности давления и нормальной компоненты скорости, и условие скольжения Саффмана для тангенциальной составляющей скорости [1, 2]

$$u_\tau - U_\tau = \frac{\sqrt{k}}{\alpha} \frac{\partial u_\tau}{\partial \mathbf{n}}. \quad (3)$$

Коэффициент скольжения  $\alpha$  определяется либо экспериментально, либо из решений микроскопических гидродинамических модельных постановок, наиболее адекватно описывающих переход жидкость – пористый материал. Для гидрофильных сред со случайной структурой порового пространства известен приближенный интервал изменения коэффициента скольжения [1]  $0.1 \leq \alpha \leq 4$ . Однако, во многих задачах фильтрации, например, в искусственных волокнистых композитных материалах, пористая среда имеет регулярную структуру, и ее параметры можно варьировать в широком диапазоне, кроме того волокна могут иметь естественное или искусственное гидрофобное покрытие.

В настоящей работе рассмотрена задача о медленном ( $Re \ll 1$ ) сдвиговом течении вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале, верхняя стенка которого движется плоскопараллельно с постоянной скоростью  $u_0$ , нижняя часть канала заполнена упорядоченной системой квадратных стержней (призм), ориентированных поперек потока и регулярно расположенных в узлах квадратной решетки. Геометрическая постановка задачи аналогична [3], она моделирует течение в окрестности однородной и изотропной волокнистой среды. За эффективную границу  $H_{\text{eff}}$  такой пористой среды взята плоскость, касательная к внешней поверхности верхнего ряда стержней.

Двумерное течение во всем канале, включая внутреннюю область между стержнями, рассматривается в приближении Стокса (2). В качестве условий на границах расчетной области взяты условия прилипания на стенках канала, на вертикальных границах, ограничивающих один пространственный период в горизонтальном направлении – условия симметрии поля скорости и отсутствия градиента давления. В отличие от работы [3] на поверхности каждого стержня ставится условие полного молекулярного скольжения  $\partial v_\tau / \partial \mathbf{n} = 0$ , что моделирует пористую среду из супергидрофобного материала [4].

В результате прямого численного решения получены микроскопические гидродинамические поля скорости и давления (табл. 1). Конфигурации отличаются количеством горизонтальных рядов стержней  $L$ , степенью заполненности канала стержнями  $F = 2dL$ , их размером  $2b$  и расстоянием между ними  $2d$ , обезразмеренными на ширину канала  $H$ . На рис. 1 изображены характерные линии тока для двух вариантов из табл. 1, для большей наглядности визуализации течения в окрестности верхних рядов стержней использован более

мелкий шаг линий тока. При малых объемных концентрациях стержней  $\phi = b^2/d^2 < 0.01$  продольная составляющая скорости жидкости в области пористой среды положительна и монотонно уменьшается до нуля на нижней стенке канала. Увеличение размеров стержней ( $\phi > 0.01$ ), а значит, и увеличение их сопротивления потоку приводит к возникновению циркуляционных течений между стержнями, которые, однако, существенно менее интенсивных, чем в случае смачиваемой пористой среды.

**Таблица 1.** Результаты для некоторых конфигураций канала со стержнями в случае скольжения жидкости на поверхности стержней.

№	$L$	$F$	$d$	$b$	$\phi$	$k \cdot 10^3$	$u_s \cdot 10^3$	$\gamma_s$	$h_p/2d$	$\alpha$
1	5	0.50	0.0500	0.00158	0.001	2.3619	28.4816	2.1696	2.14	3.70
2	15	0.75	0.0250	0.00079	0.001	0.5939	29.2056	4.3402	2.20	3.62
3	5	0.50	0.0500	0.00500	0.010	1.3673	19.3061	2.1353	1.60	4.09
4	15	0.75	0.0250	0.00250	0.010	0.3485	19.9773	4.2664	1.65	3.99
5	5	0.50	0.0500	0.01581	0.100	0.5275	19.6384	2.1975	0.18	2.57
6	20	0.75	0.0118	0.00593	0.100	0.076331	15.4115	4.4123	0.19	2.50
7	5	0.50	0.0500	0.02236	0.200	0.3315	24.1361	2.2107	0.16	1.67
8	10	0.50	0.0250	0.01118	0.200	0.08434	12.5175	2.2138	0.16	1.62
9	5	0.50	0.0500	0.03162	0.400	0.1491	33.9985	2.2243	0.10	0.80
10	15	0.50	0.0167	0.01054	0.400	0.01750	12.2643	2.2775	0.11	0.78

В работе представлены результаты только для одного вида течений – сдвигового, однако, численно решались задачи и о параболическом течении в аналогичных геометрических постановках. Сопоставление средней скорости фильтрации в центральной части системы стержней (ниже двух горизонтальных рядов) с законом Дарси использовалось для нахождения коэффициентов проницаемости таких модельных сред. В таблице представлены оценки «глубины проникновения»  $h_p$  внешнего течения из свободной части канала в пористую среду, которая определялась, как расстояние от номинальной границы области стержней  $y_b$  до того уровня, где скорость фильтрации составляет менее 1% от скорости на границе. Глубина проникновения составила не более двух рядов даже при малых объемных концентрациях  $\phi \approx 0.001$  (табл. 1).

Усреднение микроскопических гидродинамических полей вдоль границы модельной пористой среды дают согласно (3) коэффициент скольжения

$$\alpha = \sqrt{k} \gamma_s / u_s, \quad (4)$$

где скорость скольжения  $u_s = \langle u \rangle$  и  $\gamma_s = \langle \partial u / \partial y \rangle$  – усредненные на уровне  $y_b$  значения продольной составляющей скорости и ее нормальной производной. Расчеты для различных конфигураций канала и системы стержней показали, что коэффициент  $\alpha$  при сдвиговом обтекании гидрофобной волокнистой среды главным образом зависит от объемной концентрации стержней  $\phi$  и слабо зависит от других индивидуальных параметров:  $L$ ,  $F$ ,  $b$  и  $d$  (табл. 1). Для объемных концентраций  $\phi = 0.001, 0.01, 0.1$  коэффициент  $\alpha$  принимает в среднем значения 3.6, 4.0, 2.5 соответственно. С увеличением плотности упаковки стержней увеличивается площадь их поверхности, в том числе и площадь твердых участков номинальной границы пористой среды, на которых происходит проскальзывание жидкости. Это приводит к увеличению макроскопической скорости скольжения  $u_s$  и уменьшению коэффициента скольжения  $\alpha$ . При больших значениях  $\phi = 0.2, 0.4$ , соответствующих реальным фильтрующим волокнистым материалам, коэффициент  $\alpha$  приблизительно равен 1.6, 0.8 соответственно, что значительно ниже, чем коэффициенты со смачиваемым пористым каркасом [3].

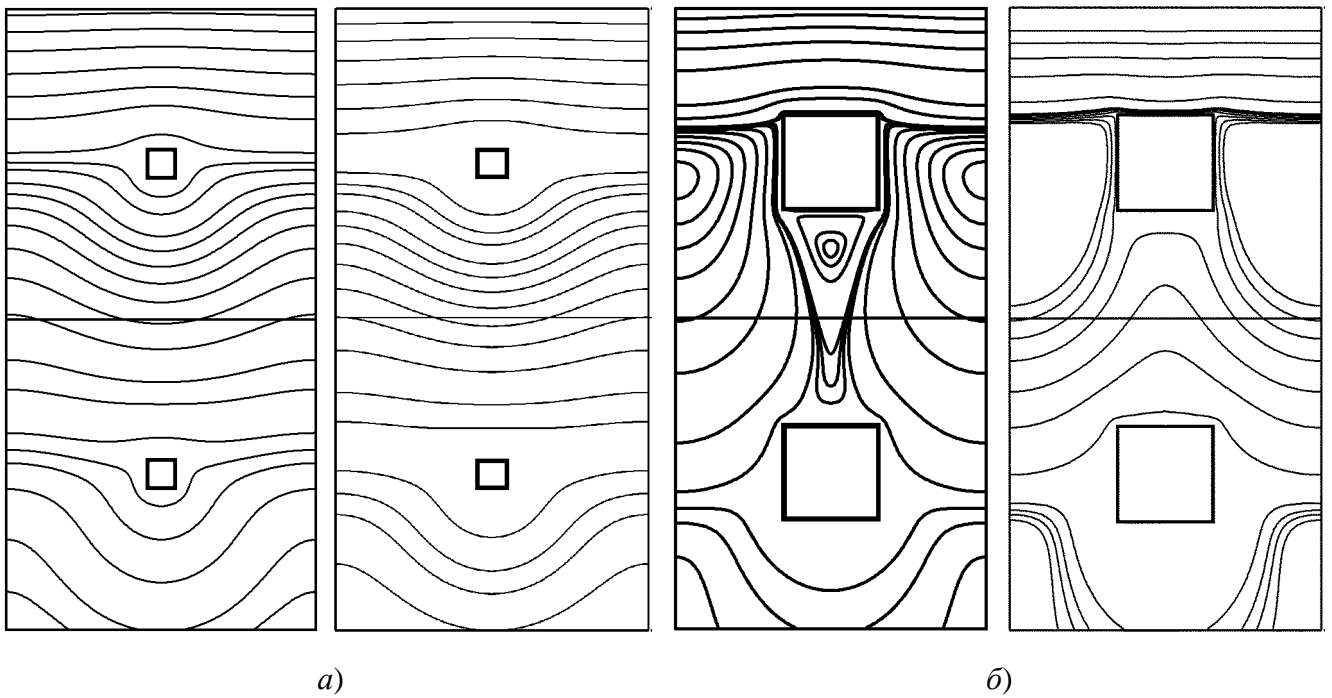


Рис. 1. Линии тока сдвигового течения при условиях прилипания (слева) и скольжения (справа) на поверхности стержней в окрестности верхних двух рядов стержней для конфигураций из таблицы: *a* – (3), *б* – (5).

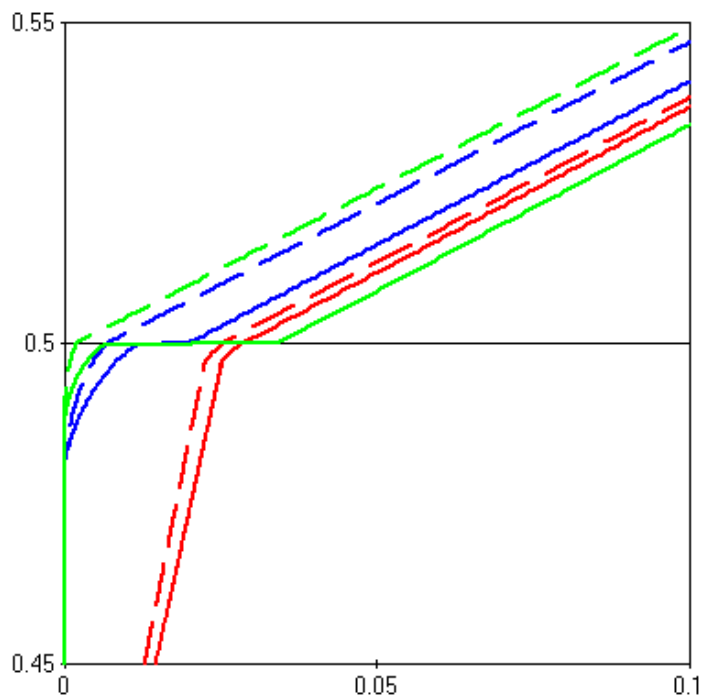


Рис. 2. Усредненные вдоль линий  $u=\text{const}$  профили продольной скорости  $u$ . ( $L=5$ ,  $F=0.5$ ,  $d=0.05$ ): красный –  $\varphi=0.001$ , синий –  $\varphi=0.1$ , зеленый –  $\varphi=0.4$ . (– – –) – случай прилипания на поверхности стержней; (—) – случай скольжения.

Исследуемая в работе модель волокнистой пористой среды наиболее адекватно подходит для описания искусственно гидрофобизированных пористых материалов, полученных из металлических волокон или стружек, стекловолокна, синтетических волокон и др. Получены существенно бóльшие значения макроскопической скорости скольжения на поверхности пористой среды. Причем увеличение более значительно для плотных упаковок стержней, при этом наблюдается разрыв продольной скорости на номинальной границе пористой среды. Поэтому можно сделать вывод, что наиболее подходящим макроскопическим условием на пористой поверхности является условие скольжения Биверса – Джозефа с соответствующим коэффициентом скольжения. Обнаружено, что коэффициент скольжения уменьшается с

увеличением концентрации включений в среде, в противоположность случаю, когда на твердом каркасе среды реализуется условие прилипания. Таким образом, гидрофобность пористой среды оказывает значительное влияние на гидродинамические характеристики пористой поверхности (скорость скольжения, скорость сдвига, коэффициент скольжения).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Волгоградской области (грант № 13-01-97065 р\_поволжье\_a).

- [1] Beavers G. S., Joseph D. D. Boundary conditions at a naturally permeable wall // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. Part 1. P. 197–207.
- [2] Saffman P. G. On the boundary condition at the surface of a porous medium // Stud. App. Math. 1971. V. 50. N 2. P. 93–101.
- [3] Мосина Е.В., Чернышев И.В. Условие скольжения на поверхности модельной волокнистой пористой среды // Письма в ЖТФ. 2009. Т.35. Вып. 5. С. 103-110.
- [4] Vinogradova O. I. Drainage of a thin liquid film confined between hydrophobic surfaces // Langmuir. 1995. V. 11. P. 2213–2220.