# ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

**Кириллов А.М.**

http://generalphysics.ru   http://iefsgu.ucoz.ru

## 1. «Волшебное правило» - «крест-накрест»

Данное правило является базовым в алгебраических преобразованиях. *Служит для преобразования* ***равенства отношений*** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *в* ***равенство произведений*** $ad = cb$.

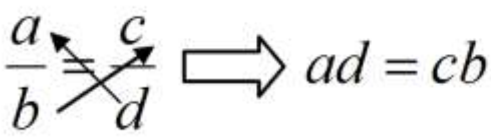


Рисунок 1 – Иллюстрация «волшебного правила»

Говорят, что равенство $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *тождественно* равенству $ad = cb$.

Рассмотрим пример из физики. Возьмем формулу

$$R = \rho\frac{l}{S}, \qquad (1)$$

отражающую зависимость сопротивления проводника от его геометрических размеров.

$$R = \rho\frac{l}{S} \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{1}=\frac{\rho l}{S} \quad \Rightarrow \quad RS = \rho l.$$

$$RS = \rho l. \qquad (2)$$

**- Для чего это надо?**

- Человеку, имеющему небольшой опыт в алгебраических преобразованиях, порой оказывается затруднительным выразить искомую величину из равенства вида (1). А равенство вида (2) может снять такие затруднения. Например, необходимо выразить из формулы (1) площадь поперечного сечения проводника *S*. Для начала используем «волшебное правило» и сведем равенство (1) к виду (2). После чего из (2) выразим *S*.

$$R = \rho\frac{l}{S} \quad \Rightarrow \quad \frac{R}{1}=\frac{\rho l}{S} \quad \Rightarrow \quad RS = \rho l \quad \Rightarrow \quad S = \frac{\rho l}{R}.$$

## Они поменялись местами

Можно видеть, что в таких преобразованиях *величина, «вытаскиваемая» из знаменателя, «меняется местами» с величиной, стоящей с другой «стороны барьера» (знака равенства)*. В данном случае местами поменялись *R* и *S*.


Рисунок 2 – Они поменялись местами

## 2. Хитрость – замена деления на умножение

Часто возникает ситуация, когда мы имеем дела с «многоэтажной» конструкцией типа $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$. Глядя на такой «многоэтажный дом», совершенно невозможно понять, что является числителем, а что знаменателем. Поэтому такие дроби надо писать так, чтобы не возникало подобных вопросов. Например, можно записать $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)}$ или $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$. В этом случае понятно, что $\frac{a}{b}$ является числителем, а $\frac{c}{d}$ - знаменателем.

Каким образом привести дробь $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ к более «приличному виду»? Запишем для начала $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$. Далее операцию деления заменим на операцию умножения: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$. Теперь произведение двух простых дробей запишем как простую дробь, $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$. В итоге: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

Рисунок 3 – Преобразование «небоскреба»

**Частные случаи**

**1.** $\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$.

**2.** $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$.

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$$

Рисунок 4 – «Снос одного этажа»

**Пример из физики**

*Задача*. Определить сопротивление $R$ проводника, если известно, что при приложении к его концам напряжения $U$ через него за время $t$ протекает заряд $q$.

*Решение*:

1. Сопротивление проводника можно определить из закона Ома для участка цепи.
$$I=\frac{U}{R} \Rightarrow R=\frac{U}{I}.$$
2. По определению сила тока
$$I=\frac{q}{t}.$$
3. Получаем
$$R=\frac{U}{I}=\frac{U}{\frac{q}{t}}=\frac{Ut}{q}.$$

Ответ: $R=\frac{Ut}{q}$.

**Потренируйтесь**

<u>Преобразовать выражение</u>:

1) $\frac{a}{b}+\frac{a}{c}$ 2) $\frac{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}{d}$ 3) $\frac{d}{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}$ 4) $\frac{\frac{d}{cb}}{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}$

5) $\frac{\frac{a}{b}+\frac{a}{c}}{cb}$ 6) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 7) $\left(\frac{a}{b}+\frac{a}{c}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{b}}{c}+\frac{a}{c}\right)$

<u>Выразить из соотношения указанную величину</u>:

1) $a\cdot b=c$ $a=$

2) $\frac{a}{b}=c$ $a=$ $b=$

3) $\frac{a}{b}\cdot c=d\cdot e$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$

4) $\frac{a}{b}\cdot c=\frac{d}{e}$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$ $e=$

5) $\frac{a}{b}-c=\frac{d}{e}$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$ $e=$

6) $\frac{a-c}{b}=\frac{d}{e}$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$ $e=$

7) $\frac{b}{a-c}=\frac{d}{e}$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$ $e=$

8) $\frac{b}{a-c}=\frac{d}{e}+f$ $a=$ $b=$ $c=$ $d=$ $e=$ $f=$