



БОЛЬШОЕ И МАЛОЕ

Кириллов А.М.

Сочинский Государственный Университет

(<http://generalphysics.ru/>, <http://iefsgu.ucoz.ru/>)

В данной статье пойдет речь о больших и малых числах и величинах. Как и все в природе, понятия большого и малого *относительны*. В малом может содержаться большое, а в большом – малое. Все зависит от конкретного случая.

Приведем для начала известную легенду - *задачу о зернах на шахматной доске* [1]. Когда древнеиндийский создатель шахмат показал своё изобретение правителю страны, тому так понравилась игра, что он позволил изобретателю право самому выбрать награду. Мудрец попросил у короля за первую клетку шахматной доски заплатить ему одно зерно пшеницы (риса), за второе — два, за третье — четыре и т. д., удваивая количество зёрен на каждой следующей клетке. Правитель, не разбиравшийся в математике, быстро согласился, даже несколько обидевшись на столь невысокую оценку изобретения, и приказал казначею подсчитать и выдать изобретателю нужное количество зерна. Однако, когда неделю спустя казначей всё ещё не смог подсчитать, сколько нужно зёрен, правитель спросил, в чём причина такой задержки. Казначей показал ему расчёты и сказал, что расплатиться невозможно. Правитель, чтобы взять реванш над пытавшимся его обхитрить изобретателем, велел последнему пересчитать каждое зёрнышко, чтобы не было сомнений в том, что он честно с ним расплатился.

При удвоении количества зёрен на каждой последующей клетке сумма зёрен на всех 64 клетках определяется выражением

$$T_{64} = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{63} = \sum_{i=0}^{63} 2^i = 2^{64} - 1,$$

что составляет 18 446 744 073 709 551 615.

Такое количество зерна примерно в 1800 раз превышает мировой объем урожая пшеницы за год (например, в 2008-09 аграрном году урожай составил 686 млн. тонн.) - то есть превышает весь объем урожая пшеницы, собранный за всю историю человечества.

В единицах массы: если принять, что одно зёрнышко пшеницы имеет массу 0,065 грамма, тогда общая масса пшеницы на шахматной доске составит 1,200 триллионов тонн:

$$18446744073709551615 \times 0,065 \approx 1,2 \times 10^{18} \text{ г} = 1,2 \times 10^{12} \text{ т.}$$

Если массу пшеницы перевести в объем (1 м³. пшеницы весит около 760 кг), то получится приблизительно 1500 км³, что эквивалентно амбару с размерами 10 × 10 × 15 км. Для сравнения объем воды в Ладожском и Онежском озерах вместе взятых составляет 1193 км³.

Малая доска, маленькое зернышко! А в какое колоссальной величины число это вылилось!!!

Однако, повторимся, *всё относительно!*

Полученное количество зёрен составляет *всего* примерно 0,0031 % количества атомов в 12 граммах углерода-12 (число Авогадро – 6,022×10²³), это приблизительно 0,4 мг (миллиграмма). Такое «большое» число атомов, в таком «малой» массе вещества.

Рассмотрим другой пример. Нетрудно посчитать, что в одном кубическом метре миллион кубических сантиметров ($1 \text{ м}^3 = 1000000 \text{ см}^3$). Много! Да, кубический сантиметр очень мал по сравнению с кубическим метром. Однако, при нормальных условиях кубический сантиметр воздуха содержит порядка 10^{19} молекул (10 миллионов триллионов).

Теперь представим, что сосуд объемом 1 куб. см. каждую секунду из-за течи покидает 1 миллион молекул (1 миллион – «много»). Сколько времени понадобится, чтобы все молекулы воздуха покинули сосуд? Более 300 тыс. лет!!! Вот вам и кубический сантиметр!

Такого рода примеров, можно привести сколь угодно много. Опять же – «много», еще и «сколь угодно»!!!

Всё относительно!!!

И в заключение, решим такую забавную задачку. На сколько поднимется уровень Черного моря, если все люди планеты погрузятся в него с головой? Чтобы найти данную величину необходимо объем человечества поделить на площадь Черного моря. Прикинем ориентировочно объем человечества. Пусть нас 7 миллиардов и в среднем вес землянина составляет 60 кг (это и страдающие ожирением американцы, и дети, и, например, «легкие» вьетнамцы). Таким образом, масса человечества составляет 420 миллиардов кг (или 420 миллионов тонн). Если принять, что плотность человека приблизительно равна плотности воды, а 1 тонна воды содержится в кубическом метре, то получается, что объем человечества составляет 420 миллионов кубических метров. Т.е. «всего» $0,42 \text{ км}^3$. Взяв корень кубический можно вычислить, что при «плотной упаковке» все люди Земли поместятся в кубический ящик со стороной «всего» около 750 м. Вот вам и 7 миллиардов!!!

Так что же с подъемом уровня Черного моря? Делим $0,42 \text{ км}^3$ на 422000 км^2 (площадь Черного моря) и получаем приблизительно 10^{-6} км , т.е. 1 мм.

Итак, если все человечество погрузилось бы с головой в Черное море, то его уровень поднялся приблизительно на 1 мм!!! Всего-то! Никто бы и не заметил!

PS

Всё относительно! Большое в малом, малое в большом!

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/Задача_о_зёрнах_на_шахматной_доске