УДК 534

В.Л. Крупенин, К.Б. Мягкохлеб

АВТОРЕЗОНАНСНЫХ МАШИН ВИБРОУДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ, ОПРЕДЕЛЯЕМОЙ УДАРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

(МОСКВА-ХАРЬКОВ)

В статье рассмотрен механизм организации авторезонансных технологических машин виброударного действия, основанный на организации цепи обратной связи, включающей измерение импульсов удара рабочего органа, который является интегралом движения в соответствующей консервативной модели процесса. Приводятся примеры и даются расчетные формулы. Указано, что подобные принципы организации машин могут быть построены и при измерении других интегралов движения.

Рассмотрим в качестве примера модель одного класса авторезонансных машин виброударного действия [1]. Следуя методикам, предложенным в [2 - 4], представим исследуемый объект как линейную систему с произвольным числом степеней свободы (рис. 1), содержащую рабочий орган, представляющий собой твердое тело массы m.

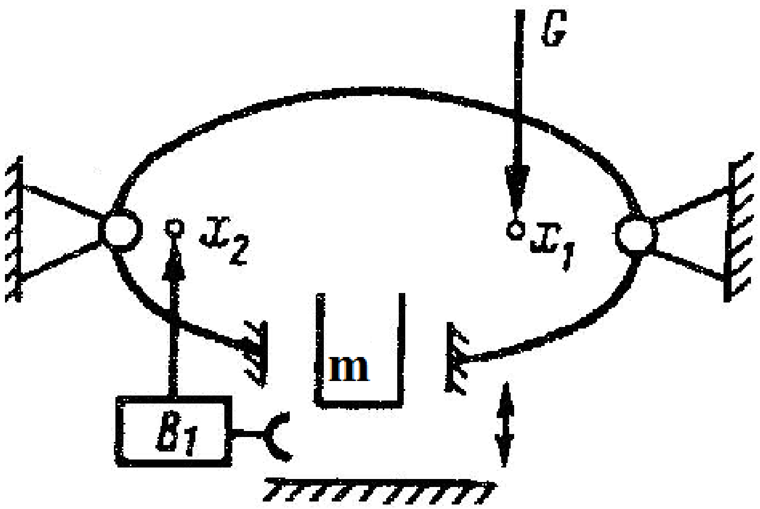

Рис.1. Объект – линейная система с произвольным числом степеней свободы

Будем предполагать, что в результате построения математической модели или в результате натурных измерений известна система операторов динамической податливости [2, 3], полностью определяющих линейную часть системы. Рабочий процесс заключается в организации периодических соударений между рабочим органом и неподвижным ограничителем (обрабатываемой поверхностью).

Пусть координата рабочего органа массой m, совершающего одномерные колебания, есть x. Пусть, далее, в точке x_1, приложена постоянная сила G, обеспечивающая прижим рабочего органа к ограничителю, в точке x_2 приложено управляющее силовое воздействие $B_{1.}$ вид которого нужно указать, исходя из конструктивных особенностей авторезонансной системы. Это воздействие, очевидно, формируется при помощи организации цепи обратной связи. Вблизи точки контакта рабочего органа с ограничителем помещен датчик, измеряющий какие-либо параметры его движения. Управляющее воздействие формируется в соответствии с сигналом датчика.

Приводя внешние силы к точке x, можно записать уравнение движения в операторной форме

$$x(t)=L_1(0)G +L_2(p)B_1 – L(p)\Phi(x,x_t), \quad (1)$$

где $\Phi(x,x_t)$ – сила ударного взаимодействия [2, 3], индексация по независимой переменной обозначает дифференцирование, $L_n(p)$ – оператор из точки x_n в точку x (при этом, если $x_n \equiv x$. то индекс опускается); $p \equiv d/dt$ – оператор дифференцирования.

Удар предполагается абсолютно упругим; потери энергии при рабочем процессе могут быть учтены, например, введением соответствующих составляющих в представление для оператора L(p) [2, 3, 5]. Предполагается также, что все преобразователи, входящие в систему, работают безынерционно.

В отсутствие трения и управляющего воздействия уравнение движения консервативной системы, отвечающей (1), будет иметь вид

$$x(t)=L_1(0)G-L_{10}(p)\,\Phi(x,x_t), \qquad (2)$$

где для операторов $L_{n0}(p)$ предполагается, что $\mathrm{Im}\,L_{n0}(i\omega) = 0$,

$\mathrm{Re}\,L_{n0}\,(i\omega) = \mathrm{Re}\,L_n\,(i\omega)$.

Пусть $x_0 \equiv L_1(0)G$. Периодический режим с одним соударением за период движения консервативной системы (T_0) в предположении, что начало отсчета времени совмещено с ударом, имеет вид [2, 3]:

$$x(t)= x_0-J\chi(\omega_0,t),\ \omega_0=2\pi/T_0, \qquad (3)$$

где периодическая функция Грина (ПФГ), отвечающая оператору $L_{10}(p)$, дается рядом Фурье [2, 3]

$$\chi(\omega_0,t)= T_0^{-1}\sum_{k=-\infty}^{\infty} L_{10}(ik\omega_0)\exp(ik\omega_0 t). \qquad (4)$$

Импульс удара в данном случае дается соотношением:

$$J=2m\,|\,x_t(-0)\,|\geq 0 \qquad (5)$$

и определяется из условия совместности [2, 3] $x(0)=\Delta$, где Δ - величина зазора или предварительного натяга. Из соотношения (5) получаем:

$$J=(x_0-\Delta)/\chi(\omega_0,0). \qquad (6)$$

Импульс удара J в консервативной виброударной системе оказывается интегралом движения, взаимно-однозначно, связанным с полной энергией E. Наша авторезонансная система будет организована так, что обратная связь будет построена в результате фиксации значений какого-либо из интегралов движения. Будет показано, что это весьма удобный способ организаций авторезонансных машин виброударного действия.

Частотные диапазоны существования решения (3), (6) определяются в конкретных случаях из условия $x(t)\leq\Delta$. На практике проверяют выполнение условия $J\geq0$, что в большинстве случаев равносильно.

Соотношение (5) определяет уравнение скелетной кривой $J=J(\omega_0)$.

Перепишем уравнение движения (1), используя оператор динамической жесткости $L^{-1}(p)$ [2, 3, 5]:

$$L^{-1}(p)x=G_x+B(p;x)-\Phi(x,x_t), \tag{7}$$

$$G_x= L^{-1}(0)\, L_1(0)G,$$

$$B(p;x)= L^{-1}(p)\, L_2(p)B_1.$$

Будем строить управляющее воздействие $B(p;x)$ таким, чтобы в исходной системе (1) можно было бы реализовать периодический автоколебательный режим движения, который сохранял бы форму режима движения консервативной системы (3).

Пусть $L^{-1}(p)= W_1(p)+W_2(p)$, причем $\operatorname{Im} W_1(i\omega)=\operatorname{Re} W_2(i\omega)$/ Решение (5) построено в предположении $W_2(p)\equiv0$. Внесем представление (3) в соотношение (7) при некотором значении частоты ω_0, удовлетворяющему условию $x(t)\leq\Delta$ и найдем в результате

$$W_2(p)[\, x_0-J\chi(\omega_0,t)]=B[p;\, x_0-J\chi(\omega_0,t)]. \tag{8}$$

Будем далее искать вид функции $B(p;x)$ в классе функций со структурой $\{K(J)W(p)\}$, где $K(J)$ некоторая дифференцируемая на любом конечном отрезке функция; $W(p)$ – мероморфная функция комплексного переменного p. Принимая во внимание, что $W_2(p)x_0=0$, из соотношения (8) находим:

$$W_2(p)[\,-J\chi(\omega_0,t)] = K(J)W(p)\,[-J\chi(\omega_0,t)]. \qquad (9)$$

Таким образом, должно быть

$$W(p) = W_2(p), \;\; K(J)=1. \qquad (10)$$

Итак, получены условия, определяющие вид управляющего воздействия B. Из уравнения $K(J) = 1$ можно определить стационарные значения импульса J^0, а из обращения уравнения скелетной кривой $J(\omega)$ —частоты автоколебаний. Выберем, для определенности, $K(J) = K_0J^{-1}$, $K_0 = \text{const} > 0$. Тогда $J^0 = K_0$ и частоты автоколебаний определяются из соотношения $K_0 = J(\omega)$.

Найденные решения надо исследовать на устойчивость. В инженерных расчетах часто используют так называемое энергетическое условие [2, 3, 5]. Строго говоря, энергетическое условие является лишь необходимым. Эффективность использования этого условия в прикладных задачах широко известна [2–5].

Составим функцию E(J), отвечающую балансу работ неконсервативных сил за период движения T

$$E(J) = -J^2\int_0^T [\,W_2(p)\chi(t) - K(J)W_2(p)\chi(t)]p\chi(t)dt. \qquad (11)$$

После преобразований получаем

$$E(J) = -J^2\lambda[1 - K(J)],\; \lambda = \text{const} > 0. \qquad (12)$$

Для асимптотически устойчивых периодических режимов при стационарном значении интеграла движения (в данном случае импульса удара) силы диссипации стабилизируют систему и поэтому в соответствии с энергетическим условием $dE/dJ < 0$ (при $J = J^0$). В соответствии с вычисленным

$$dE/dJ=J^2\lambda dK/dJ. \qquad (13)$$

При dKf dJ < 0 автоколебания оказываются устойчивыми. В случае, когда $K(J)=K_0/J$, $dK/dJ = -K_0J^{-2}$. Стационарное значение $J^0 = K_0 > 0$ и режим асимптотически устойчив. Более точно анализ устойчивости может быть выполнен при помощи других современных методов [Bur].

С технической точки зрения организация подобного режима позволяет при минимуме энергетических затрат добиться максимальной эффективности процесса. Вопрос о практической реализации такой установки представляет собой самостоятельную проблему. Можно указать несколько путей её решения. Важные рекомендации можно найти в [4].

В качестве важного примера рассмотрим систему с одной степенью свободы [&] (рис.2.).

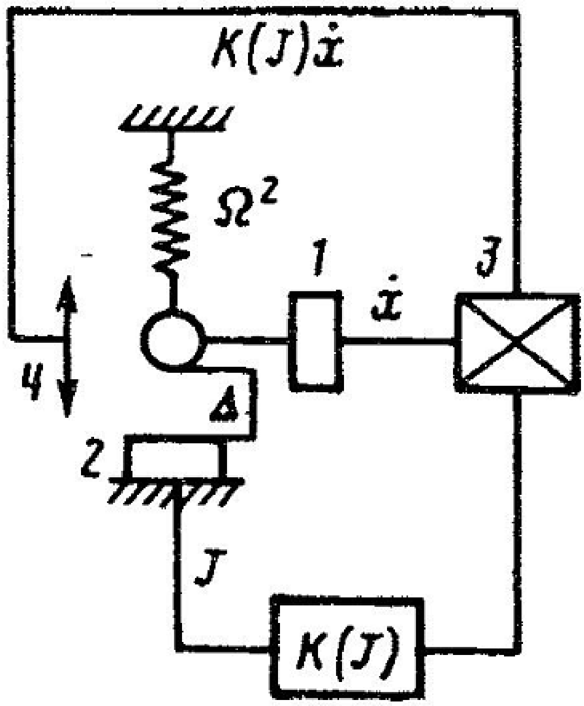

Рис.2. Система с одной степенью свободы.

Линейный осциллятор совершает колебания с соударениями о неподвижный ограничитель 2, на котором установлен датчик импульсов удара, формирующий сигнал, пропорциональный J. Этот сигнал преобразуется в некоторую функцию K(J), которая после перемножения с сигналом, поступающим с датчика скорости *1*, подается на возбудитель колебаний *4*.

Считая массу ударника единичной, уравнение движения запишем в виде

$$(p^2+\Omega^2+2bp)x=-\Phi(x, x_t)+K(J)px, \tag{14}$$

где b>0 – коэффициент вязкого демфирования. В силу того что рассматривается система с зазором, сила G = 0. В консервативном случае (b = K = 0) решение (3), (5) имеет вид [5]:

$$\begin{aligned} &x(t) = -J\chi(t), \\ &\chi(t)= [2\Omega \sin ½\Omega T_0]^{-1} \cos \Omega (t - ½T_0), \\ &J = -2\Omega \mathrm{tg}(\pi\Omega\omega_0^{-1}). \end{aligned} \tag{15}$$

Указанное во второй формуле (15) конечное представление для периодической функции Грина имеет место только для $t\in [0, T]$, а для всех $t \in \mathbf{R}$ это представление должно быть продолжено по периодичности. Диапазон собственных частот системы $\Omega\leq \omega< 2\Omega$.

В данном случае $W_1(p) = p^2 + \Omega^2$, $W_2(p) = 2bp$.

При $K(J) = K_0J^{-1}$стационарное значение импульса удара $J^0 = K_0/2b$.

Решение сохраняет вид, описываемый первой формулой (15). В соответствии с третьей формулой (15), частота автоколебаний $\omega^0 = \pi\Omega\times$ $\times\{\pi - \mathrm{arctg}\, [K_0/(4b\Omega\Delta)]\}^{-1}$. Найденный режим асимптотически устойчив [5].

Следует заметить, что организация рассматриваемых машин требует, очевидно, жесткого запуска [2, 3] виброударного процесса, так как для организации фиксации ударных импульсов процесс должен начаться.

При помощи частотно-временных методов [2, 3, 5] аналогично могут быть исследованы и системы более высокой размерности. Кроме того, могут быть использованы и другие интегралы движения.

Учет потерь энергии при ударе может быть выполнен при помощи «поправки» в коэффициенте вязкого трения [5] $b = b_1 + r\pi^{-1}\Omega$, где b_1, — «истинный» коэффициент вязкого трения, $r = 1 - R$, R — коэффициент восстановления ($0 < R \leq 1$).

Рассмотренная система обладает замечательным свойством сохранять форму режима движения консервативной системы. Такие системы называются псевдоконсервативными [6].

Следует заметить, что принципы авторезонансного построения виброударных систем могут быть использованы при проектировании специальной виброиспытательной аппаратуры [7,8]

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 13-08-01235 а, 13-08-90419 Укр_ф_а) и ГФФИУ (проект № Ф53.7/038)

1. Крупенин В.Л. Ударные и виброударные машины и устройства // Интернет-журнал «Вестник научно- технического развития». (vntr.ru). 2009 г. №4 (20). – С. 3-32.
2. Бабицкий В. И., Крупенин В. Л. Колебания в сильно нелинейных системах. М.: Наука, 1985.- 320 с.
3. Babitsky V.I.,. Krupenin V.L Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems.- Berlin. Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2001. –404 p.p.
4. Асташев В. К, Бабицкий В. И., Вульфсон И. И. и др. Динамика машин и управление машинами. М.: Машиностроение, 1988.- 240 с.
5. .Широкополосные виброударные генераторы механических колебаний// Веприк А.М., Крупенин В.Л., и др. - Л.: Машиностроение, 1987. -76 с.
6. V.L. Krupenin. To the calculation of pseudo-conservative self-oscillation vibroimpact systems//Письма в интернет-журнал «ВНТР». (vntr.ru). 2010 г. №12 (40). P.p.32-33.
7. Божко Е.А., Крупенин В.Л., Мягкохлеб К.Б. Математическаямодель и структурная схема трехкоординатной системы возбуждения вибраций электромагнитного типа // Интернет-журнал «Вестник научно- технического развития». (vntr.ru). 2013 г. №6 (70), 2013 г. – С. 3-9.