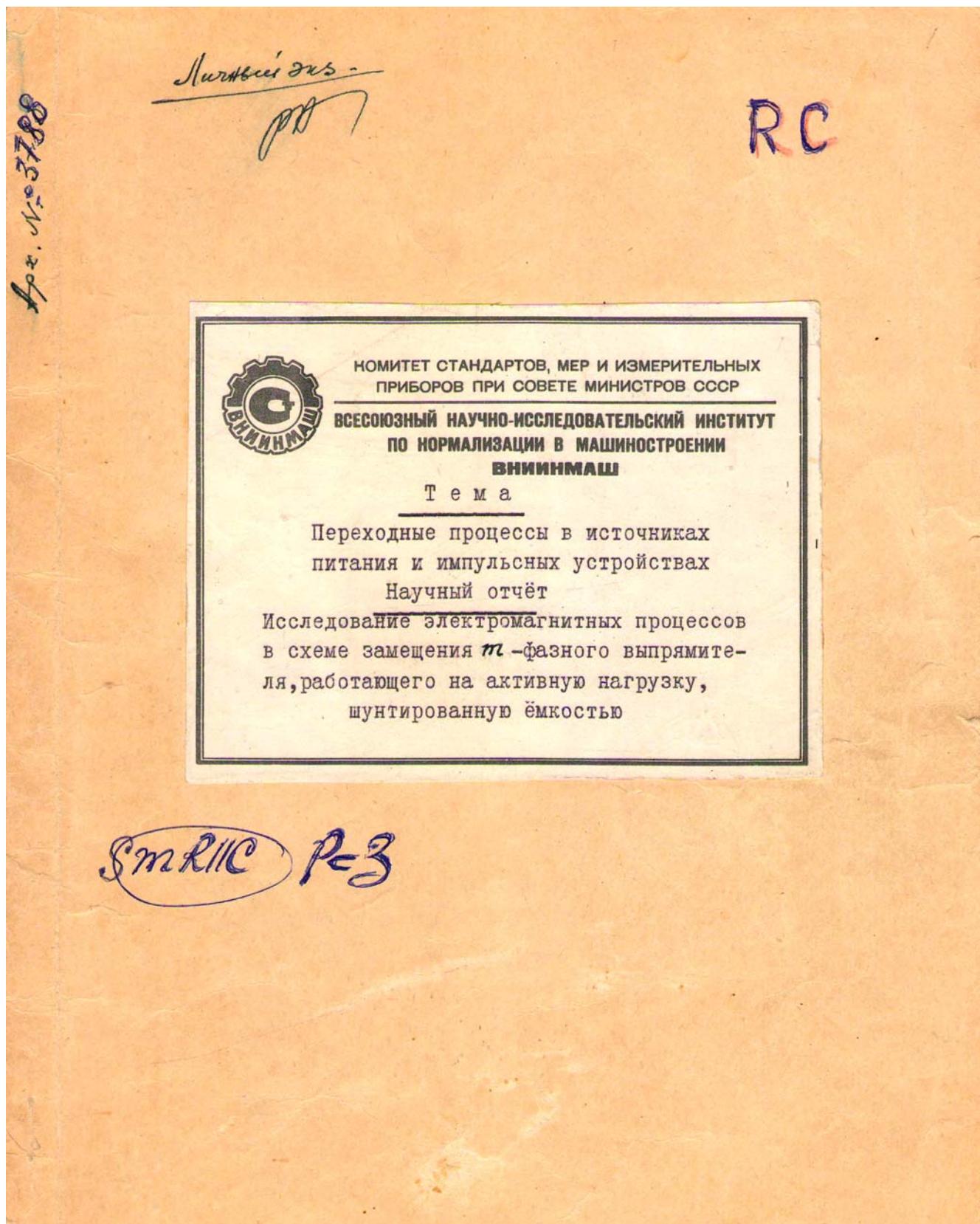


A.M. Repin

Результаты исследования вентильных схем класса Sm(Л)R//C
/ Repin A.M. The results of the study of ventil circuits of class Sm(Л)R//C

Анонс. Даны первоначальные авторские результаты исследования многофазных схем выпрямления с ёмкостным R//C-фильтром. Они получены в 1960-х годах начавшим приобщаться к конверсике автором совместно с коллегой К.П. Собиновым. Оформлены в виде научного отчёта. Исправлены и дополнены автором в 1967 г. И впервые предлагаются в электронной версии ныне. Как обещанное в econf.rae.ru продолжение цикла авторских работ по вентильным конвертерам электроэнергии. И как документ, чудом сохранившийся.



Комитет стандартов, мер и измерительных
приборов при Совете Министров СССР

Всесоюзный научно-исследовательский институт
по нормализации в машиностроении

ВНИИМаш

Тема: Переходные процессы в источниках питания и
импульсных устройствах.

Научный отчет

Исследование электромагнитных процессов в схеме заме-
щения m -фазного выпрямителя, работающего на активную
нагрузку, шунтированную емкостью.

Директор института
к.т.н.

Б.Верченко

Б.Верченко

Зам. директора по
научной части

Е.Панфилов

Начальник отдела № 32

В.Сельский

Руководители темы,
ответственные исполните-
ли и исполнители:

А.Репин

К.Собинов

Согласовано:

Начальник научно-
технического отдела

В.Виноградов

Москва
1967 г.

ПРОТОКОЛ № 11

заседания НТС отдела № 31 от 1.9.67 г.

Председатель - начальник отдела № 31 Тетерюков В.А.

Секретарь - инженер Фадеева Г.П.

Члены НТС -

начальник отдела № 32 Сельский В.А.

зам. начальника отдела № 31 Гаврилов А.В.

зам. начальника отд. № 30 Лоттерштейн А.Х.

зам. начальника отдела № 32 Релин А.М.

руководитель темы Собинов К.П.

руководитель темы Подкаминер Л.Л.

ведущий инженер Матусовский А.М.

ведущий инженер Виноградов В.П.

Обсужден научный отчет "Исследование электромагнитных процессов в схеме замещения m - фазного выпрямителя, работающего на активную нагрузку, шунтированную ёмкостью" по теме "Электромагнитные процессы в источниках питания и импульсных устройствах".

НТС отмечает:

I. Проведён полный анализ указанной системы без учёта внутреннего сопротивления трансформатора и вентиляй. Получены аналитические выражения напряжений и токов. Построены расчётные графики. Дана методика расчёта. Выявлено наличие двух принципиальных режимов работы схемы - докритического и критического, определяемых критической величиной ёмкости. Подобный анализ и методика расчёта в литературе отсутствует. Результаты работы найдут применение в практике и теории преобразовательной техники.

2. Работа может быть рекомендована к опубликованию.

3. Работа рекомендуется к утверждению.

Председатель НТС

В. Тетерюков

Члены НТС

В. Сельский

А. Гаврилов

А. Лоттерштейн

А. Репин

К. Собинов

Л. Подкаминер

А. Матусовский

В. Виноградов

"Исследование электромагнитных процессов

в схеме замещения *m* - фазного выпрями-
теля, работающего на активную нагрузку,
шунтированную емкостью".

АННОТАЦИЯ

В работе выполнен анализ электромагнитных процессов в схеме замещения m - фазного выпрямителя, работающего на параллельную цепь "активное сопротивление - ёмкость". Внутреннее сопротивление трансформатора выпрямителя не учитывается. К указанной схеме сводится обширный круг практических схем из областей выпрямителей, фильтров, вычислительной техники и т.п. На основе анализа дана методика расчёта подобных схем, позволяющая с малыми затратами времени проводить их анализ и практическое исполнение, а так же проводить их унификацию. Работа имеет и теоретическое значение, освещая по новому ряд вопросов преобразовательной техники.

Схема замещения m - фазного выпрямителя с нулевой точкой трансформатора x) изображена на рис. 1. Первичная обмотка трансформатора не указана. На рис. 2 приведены диаграммы токов и напряжений в рассматриваемой схеме.

Приняты обозначения:

C - ёмкость конденсатора.

R - сопротивление нагрузки.

T_p - m - фазный трансформатор.

$B_1; B_2; \dots; B_m$ - вентили.

$e_1; e_2; \dots; e_m$ - мгновенные значения ЭДС соответствующих фаз трансформатора T_p .

$i_c; i_o; i_b$ - мгновенные значения токов ёмкости, нагрузки R и вентиля соответственно.

$U_o = i_o R = U_c$ - мгновенное значение напряжения на нагрузке R (или на ёмкости C).

$T_m = \frac{2\pi}{m}$ период $\bar{T}_m = \frac{T}{m}$.

m - число фаз выпрямления.

$\vartheta = \omega t$ - независимая переменная

$\omega = 2\pi f$ - угловая частота; f - частота; t - время.

ψ - начальная фаза ЭДС e_1 .

$\theta_{om}; \theta_{bm}; \theta_{cm}$ - моменты максимума выпрямленного тока, тока вентиля и тока ёмкости соответственно.

λ_e - длительность горения вентиля.

$\bar{I}_o; \bar{I}_b$ - среднее значение выпрямленного тока и тока вентиля соответственно.

^{x)} Работа мостовых схем выпрямления (однофазной и трёхфазной Ларионова) в принципе не отличается от анализируемой. Некоторые особенности работы этих схем отмечены в тексте.

I_E - эффективное значение тока вентиля.

$U_{\text{обр}}$ - мгновенное значение обратного напряжения вентиля.

$\Delta U = U_{\text{max}} - U_{\text{min}}$ - пульсация выпрямленного напряжения.

(U_{max} ; U_{min} - соответственно максимальное и минимальное напряжение на нагрузке).

$i_o^I; i_o^{\bar{I}}; i_c^I; i_c^{\bar{I}}; U_o^I$ и т.д. - мгновенные значения соответствующих токов и напряжений в I и II интервалах.

$\bar{i}_o; \bar{U}_o; \bar{U}_{\text{обр}}$ и т.д. - мгновенные значения величин в относительных единицах.

e - основание натуральных логарифмов.

I - интервал работы вентиля (вентиль открыт).

II - интервал самостоятельного разряда ёмкости (вентили закрыты).

Вывод основных соотношений

Примаем следующие допущения:

1. Трансформатор и вентили считаем идеальными, т.е. пренебрегаем внутренним сопротивлением трансформатора и работающего вентиля, а также обратными токами вентилей.

2. Для анализа установившегося режима достаточно рассмотреть один период $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Как видно из рис. 2 период

содержит три интервала:

а) Интервал заряда ёмкости ($0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2} - \psi$)

В этом интервале источник с электродвижущей силой (ЭДС) e питает нагрузку R и обеспечивает заряд ёмкости C .

б) Интервал вынужденного разряда ёмкости ($\frac{\pi}{2} - \psi \leq \vartheta \leq \lambda_B$)

В этом интервале нагрузку R питают и источник и конденсатор.

в) Интервал самостоятельного разряда емкости С
 $(\lambda_6 \leq \vartheta \leq \frac{2\pi}{m})$

В этом интервале вентили закрыты, источник отключен и нагрузку питает только ёмкость.

Поскольку возможны только два режима работы схемы в целом, соответствующие двум состояниям вентиля (открытое и закрытое), то и систем уравнений, описывающих процессы, оказывается две, и для анализа процессов достаточно рассмотреть два интервала: Интервал I (рис. 2), когда вентиль открыт и интервал II - интервал самостоятельного разряда конденсатора (вентиль закрыт). Предположим, что в I интервале работает вентиль В₁. Питающая ЭДС $e_1 = E_m \sin(\vartheta + \psi)$, где: E_m - амплитуда; $\vartheta = \omega t$; ψ - начальная фаза, (коэффициент трансформации трансформатора принят за единицу).

Интервал I ($0 \leq \vartheta \leq \lambda_6$)

Для выбранных направлений токов (рис. 1) имеем:

$$i_g^I = i_o^I + i_c^I$$

Токи i_o^I и i_c^I определяются как:

$$i_o^I = \frac{e_1}{R} ; \quad i_c^I = C \frac{dU_c}{dt} = \omega C \frac{de_1}{d\vartheta},$$

что очевидно, ибо при открытом вентиле В₁

$$U_c^I = U_o^I = e_1 = E_m \sin(\vartheta + \psi).$$

В итоге получаем

$$i_o^{\tilde{I}} = \frac{E_m}{R} \sin(\vartheta + \psi); \quad i_c^{\tilde{I}} = E_m \omega C \cos(\vartheta + \psi).$$

$$\bar{U}_3^{\tilde{I}} = \frac{E_m}{R} [\sin(\vartheta + \psi) + \omega R C \cos(\vartheta + \psi)].$$

Обозначим $\text{tg} \beta = \omega R C$ и перейдём к относительным величинам $\tilde{i} = \frac{i}{\frac{E_m}{R}}$; $\bar{U} = \frac{U}{E_m}$.

Выражения для токов и напряжений принимают вид:

$$\text{с.ч.: } \text{ctg} \beta = \omega R C = j,$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi, \text{ т.о.}$$

$$\tilde{i}_o^{\tilde{I}} = \sin(\vartheta + \psi). \quad (1)$$

$$\bar{U}_o = \sin(\vartheta + \psi),$$

$$\tilde{i}_c^{\tilde{I}} = \cos(\vartheta + \psi) \cdot \text{ctg} \beta. \quad (2)$$

$$\bar{U}_c = \text{ctg} \varphi \cos(\vartheta + \psi),$$

$$\begin{array}{l} (3, 5) \\ \rightarrow \beta = \lambda - \varphi. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (4, 3) \\ \rightarrow \beta = \frac{1}{\cos \beta} \sin(\lambda - \varphi) \end{array}$$

$$\tilde{i}_c^{\tilde{I}} = \frac{1}{\cos \beta} \sin(\vartheta + \psi + \beta). \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{i}_B &= \frac{1}{\sin \varphi} \cos(\vartheta + \psi - \varphi) = \\ \tilde{i}_B &= \frac{1}{\sin \varphi} \sin(\lambda - \varphi), \end{aligned}$$

$$\bar{U}_o = \tilde{i}_o^{\tilde{I}} = \bar{U}_c = \sin(\vartheta + \psi). \quad (4)$$

$$\bar{U}_c = \sin(\vartheta + \psi).$$

Интервал II ($\lambda_B \leq \vartheta \leq \frac{2\pi}{m}$)

В данном интервале вентили закрыты, конденсатор C разряжается на нагрузку R :

$$\tilde{i}_o^{\tilde{II}} = -\tilde{i}_c^{\tilde{II}},$$

$$i_c^{\tilde{II}} = -\frac{U_c(\lambda_B)}{R} e^{-(\vartheta - \lambda_B) \text{ctg} \beta}$$

где $i_c^{\tilde{II}} = -\frac{U_c^{\tilde{I}}(\lambda_B)}{R} e^{-(\vartheta - \lambda_B) \text{ctg} \beta}$ – известное выражение для

тока ёмкости при разряде на активное сопротивление.

Таким образом,

$$\tilde{i}_o^{\tilde{II}} = \frac{U_c^{\tilde{I}}(\lambda_B)}{R} e^{-(\vartheta - \lambda_B) \text{ctg} \beta}; \quad \bar{U}_o^{\tilde{II}} = \tilde{i}_o^{\tilde{II}} \cdot R = U_c^{\tilde{I}}(\lambda_B) e^{-(\vartheta - \lambda_B) \text{ctg} \beta}$$

Величина начального (т.е. перед разрядом) напряжения конденсатора $U_c^0(\lambda_0)$ определяется из (4) при $\varphi = \lambda$:

$$\text{что даёт } U_c^0(\lambda_0) = E_m \sin(\lambda + \psi) = \sin \beta = \cos \alpha.$$

$$\text{Введя относительные величины } i_o^0 = \frac{i_o^0}{E_m} \text{ и } U_o^0 = \frac{U_o^0}{E_m},$$

получаем в относительных единицах:

$$i_o^0 = U_o^0 = \sin(\lambda_0 + \psi) e^{-(\vartheta - \lambda_0) C \operatorname{tg} \beta}. \quad (4)$$

Найдём зависимости, позволяющие определить ψ и λ_0 :

Из условия $i_o^0(0) = i_o^0\left(\frac{2\pi}{m}\right)$ получаем:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sin \lambda_0 \cdot e^{-(\frac{2\pi}{m} - \lambda_0) C \operatorname{tg} \beta}}{1 - \cos \lambda_0 \cdot e^{-(\frac{2\pi}{m} - \lambda_0) C \operatorname{tg} \beta}} \quad (4')$$

Из условия $i_o^0(\lambda_0) = 0$ находим

$$\operatorname{ctg} \psi = \operatorname{tg}(\vartheta + \frac{\pi}{2})$$

$$\operatorname{tg}(\lambda_0 + \psi) = -\operatorname{tg} \beta, \quad \pi/2 - \lambda + \psi$$

откуда $\lambda_0 + \psi = \pi - \beta$ или $\psi = \pi - (\beta + \lambda_0)$. (5)

λ_B зависит от ϑ (или ψ).

Подставив ψ из (5) в (4), окончательно имеем:

Проще: $\sin(\lambda + \beta) = \sin \vartheta e^{-(2\vartheta - \lambda) C \operatorname{tg} \beta}$ или $\cos(\lambda - \vartheta) = \cos \vartheta e^{-(2\vartheta - \lambda) C \operatorname{tg} \beta}, \vartheta = \frac{\pi}{m}$. (6') (6'')

$$\operatorname{tg}(\lambda_0 + \beta) = \frac{\sin \lambda_0 \cdot e^{-(\frac{2\pi}{m} - \lambda_0) C \operatorname{tg} \beta}}{\cos \lambda_0 \cdot e^{-(\frac{2\pi}{m} - \lambda_0) C \operatorname{tg} \beta} - 1} \quad (6)$$

$$\operatorname{ctg}(\lambda_0 + \beta) = \operatorname{ctg} \lambda_B - \frac{1}{\sin \lambda_B} e^{(\frac{2\pi}{m} - \lambda_B) C \operatorname{tg} \beta}; \quad \frac{\sin \beta}{\sin \lambda \sin(\lambda + \beta)} = \frac{1}{\sin \lambda} e^{(\frac{2\pi}{m} - \lambda) C \operatorname{tg} \beta}$$

$$(\frac{2\pi}{m} - \lambda) C \operatorname{tg} \beta = \ln \frac{\sin \beta}{\sin(\lambda + \beta)}$$

откуда β , когда $\theta_B = 0, \lambda = \pi/2$, получим $\frac{2\pi}{m} - \operatorname{tg} \beta \ln \operatorname{tg} \beta = 0$

$$\frac{2\pi}{m} - \operatorname{tg} \beta \ln \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \lambda)} = 0 \quad (6''') (6''')$$

Зависимости (5) и (6) позволяют определить λ_e и ψ , как функции параметра β (т.е. как функции параметров схемы, ибо $\beta = \operatorname{arctg} \omega RC$).

Определим характерные точки зависимостей \tilde{i}_c^I ; \tilde{i}_o^I ; \tilde{i}_e^I .

Ток \tilde{i}_c^I : максимума не имеет,
ибо:

$$\frac{d \tilde{i}_c^I}{d \vartheta} \Big|_{\vartheta=\theta_{cm}} = -\operatorname{tg} \beta \cdot \sin(\theta_{cm} + \psi) < 0,$$

где θ_{cm} — момент максимума \tilde{i}_c^I .

Наибольшее значение тока \tilde{i}_c^I будет при $\vartheta = 0$ ($\theta_{cm} = 0$)
($\operatorname{tg} \psi > 0$ не рассматривается).

$\tilde{i}_{cmax}^I = \operatorname{tg} \beta \cos \psi$. Или после подстановки ψ из (5):

$$\tilde{i}_{cmax}^I = -\operatorname{tg} \beta \cos(\lambda_e + \beta) \stackrel{x)}{=} \operatorname{tg} \beta \cos \psi = \operatorname{ctg} \psi \cos \psi = \operatorname{tg} \psi \cos \psi.$$
(7)

В момент $\vartheta = \theta_{om}$ ток $i_c = C \frac{d u_c}{d t} = \omega C \frac{d e}{d \vartheta} = C \frac{d(E_m \sin(\vartheta + \psi))}{d \vartheta} = 0$,
 $\sqrt{\beta^2 + C^2} = C$
 $= C E_m \cos(\theta_e + \psi) = C E_m \cos \frac{\pi}{2} = 0$.

где: θ_{om} — момент максимума тока \tilde{i}_o^I .

Ток \tilde{i}_o^I :

Имеет максимум в момент $\vartheta = \theta_{om}$

$$\frac{d \tilde{i}_o^I}{d \vartheta} \Big|_{\vartheta=\theta_{om}} = \cos(\theta_{om} + \psi) = 0, \text{ т.е. } \theta_{om} + \psi = \frac{\pi}{2}, \text{ откуда } \theta_{om} = \frac{\pi}{2} - \psi,$$

(также E_1 при $\pi/2$ имеет)

что следует и непосредственно из рис. 2, максимум.

Подставив ψ из (5), получаем

$$\theta_{om} = \lambda_e + \beta - \frac{\pi}{2} = \lambda - \psi. \quad (8)$$

x) т.к. $\frac{\pi}{2} \lambda_e + \beta < \pi$ всегда, то $\cos(\lambda_e + \beta) < 0$ и $\tilde{i}_{cmax}^I > 0$.

$$i_B = \frac{1}{\sin \varphi} \sin(\lambda - \vartheta).$$

Ток вентиля $\dot{i}_B^I := \frac{1}{\cos \beta} \sin(\lambda - \vartheta)$. (8')

В момент θ_{em} должен иметь максимум

$$\dot{i}_B^I = -\frac{1}{\sin \varphi} \cos(\lambda - \vartheta) / \epsilon_B =$$

$$\left. \frac{d \dot{i}_B^I}{d \vartheta} \right|_{\vartheta=\theta_{em}} = \cos(\theta_{em} + \psi) - \operatorname{tg} \beta \cdot \sin(\theta_{em} + \psi) = 0, \quad = -\frac{1}{\sin \varphi} \cos(\lambda - \theta_B) = 0.$$

$$\lambda - \theta_B = \frac{\pi}{2},$$

откуда $\operatorname{ctg}(\theta_{em} + \psi) = \operatorname{tg} \beta$,

т.е. $\theta_{em} + \psi = \frac{\pi}{2} - \beta$. Или после подстановки ψ из (5):

$$\theta_{em} = \lambda_e - \frac{\pi}{2} = \quad (9)$$

Как и следовало ожидать, $\theta_{em} < \theta_{om}$. ($\theta_{om} = \frac{\pi}{2} - \psi - \beta = \theta_{om} - \beta$)

Из (9) следует, что максимум тока вентиля существует при

$$\lambda_e \geq \frac{\pi}{2}.$$

В точке $\vartheta=0$ ток $\dot{i}_B^I(0) = \frac{1}{\cos \beta} \sin(\psi + \beta)$. Или после подстановки ψ из

(5):

$$\dot{i}_B^I(0) = \frac{1}{\cos \beta} \cdot \sin \lambda_e = \frac{1}{\sin \varphi} \sin \lambda \quad (10)$$

В момент $\vartheta=\lambda_e$ ток

$$\dot{i}_B^I(\lambda_e) = 0.$$

Начальный

(при $\vartheta=0$) бросок зарядного ^{x)} тока ёмкости в этом случае всегда больше тока нагрузки $\dot{i}_B^I(0)$.

Далее, поскольку длительность горения вентиля ни при каких соотношениях R и C схемы не может превышать $\lambda_{exp} = \frac{2\pi}{m}$, то, подставив λ_{exp} в (9), получаем критическое значение момента максимума тока вентиля

$$\theta_{emkp} = \frac{\pi(4-m)}{2m}. \text{ Откуда следует, что при } m > 3 \quad \theta_{emkp} < 0, \text{ т.е.}$$

^{x)} зарядным назван положительный ток ёмкости (рис. 2)

^{xx)} Продолжение данного текста СМ. на стр. 17 /10/.

Вставки.

О **граничном режиме**. / К стр./10/, после формулы (10).

Для $m = 1, m = 2, m = 3$ существует **граничное значение** $\lambda_{\text{в гр}}$, когда $\Theta_{\text{в } m} = 0$: $\lambda_{\text{в гр}} = \pi/2$.

Из (6) определяем $\beta_{\text{гр}}$. Из (5): $\Psi_{\text{гр}} = \pi/2 - \beta_{\text{гр}}$. При $\operatorname{tg}\beta > \operatorname{tg}\beta_{\text{гр}}$, значение $(\beta > \beta_{\text{гр}}) \rightarrow \lambda < \lambda_{\text{гр}}$. Следовательно, **экстремума** импульса тока i_v **нет**.

На обороте (pto) стр.9 **отчёта 1967** по **SmR//C**. К стр./10/ после “**Границный режим**”.

Кратко об энергии.

Физика.

С ростом ёмкости C конденсатора увеличивается энергия зарядного импульса. Иначе, импульса тока вентиля, обмоток трансформатора и сети. Это ясно из очевидных физических соображений. Действительно, с увеличением (\uparrow) C при прочих равных условиях возрастает (\uparrow) интервал свободного разряда конденсатора. Постоянная времени цепи разряда увеличивается. Экспонента разряда на графике, начинаясь выше по напряжению u и раньше по времени t (или $\vartheta = \omega t$), идёт положе (см. рис.18), что приводит к увеличению напряжения на нагрузке и росту её тока при неизменном значении сопротивления R . Следовательно, при $\uparrow C$ конденсатор должен питать нагрузку не только более длительное время, но и обеспечить **больший** её ток и **большее** напряжение на ней. Иначе говоря, обеспечить **большую** мощность за более длительное время. То есть **большую энергию**.

Согласно закону баланса энергии, конденсатор, как пассивный источник энергии, может, в установившемся режиме, отдать лишь столько энергии в нагрузку за время свободного разряда (за время паузы), сколько он приобретёт её во время заряда (во время импульса) за вычетом энергии, отданной нагрузке в интервале вынужденного разряда (об интервалах см. стр.4). При условии, что увеличение ёмкости C уменьшает длительность импульса зарядного тока, рост энергии возможен при увеличении **амплитуды** этого импульса.

Математика.

О росте энергии можно судить по росту площади импульса тока вентиля i_v .

$$S_{i_v} = \int i_v d\vartheta \mid \forall \vartheta \in [0, \lambda] = [(-)(-) \cos(\lambda - \vartheta) / \cos \beta] \mid \forall \vartheta \in [0, \lambda] = (1 - \cos \lambda) / \cos \beta.$$

Например, для $m = 2$.

При $\lambda_{\text{max}} = \pi$: $\beta = 0$, $\cos \beta = 1$, $S_i = 1 - \cos \pi = 2$.

При $\lambda \rightarrow 0$: $\beta = \pi/2$, $\cos \beta \rightarrow 0$, $S_i = 0/0$. Неопределённость.

$\lambda = f(\beta)$. $\beta \rightarrow \pi/2$ быстрее, чем $\lambda \rightarrow 0$. $1/\cos \beta \rightarrow \infty$ быстрее, чем $(1 - \cos \lambda) \rightarrow 0$.

Для иллюстрации при $m = 2$: приближённый (на логарифмической линейке) расчёт для небольшого диапазона значений $\operatorname{tg}\beta = \omega RC = 0 \div 50$.

$$\operatorname{tg}\beta \mid 0 \ 2,4 \ 4 \ 10 \ 20 \ 50$$

$$S_i \mid 2 \ 2,6 \ 2,7 \ 2,9 \ 3 \ 3,2. \text{ Площадь увеличилась примерно в полтора раза.}$$

21.8.67

SmR11CP.S., K сп. № 072867Границный режим, когда $\lambda = \frac{\pi}{2}$; $\theta_B = 0$,

$$\text{У3 (6): } \cos(\lambda - \varphi) = \cos \varphi e^{-(2\theta - 1) \operatorname{tg} \varphi} \quad \left| \lambda = \frac{\pi}{2}, \theta_B = 0 \right. \text{ имеем:}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos \varphi e^{-\left(2\frac{\pi}{m} - \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\sin \varphi = \cos \varphi e^{-\dots}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{rp} = e^{-\pi\left(\frac{4-m}{2m}\right) \operatorname{tg} \varphi_{rp}}$$

$$\varphi_{rp} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \varphi_{rp}; \quad \varphi_{rp} = \varphi_{rp}$$

$$\varphi_{rp} = \frac{\pi}{2} - \beta_{rp}$$

$$2\theta - \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \beta_{rp} \ln \operatorname{tg} \beta_{rp} = 0,$$

$$\frac{4-m}{2m} \pi - \operatorname{tg} \beta_{rp} \ln \frac{\operatorname{tg} \beta_{rp}}{\beta_{rp}} = 0$$

$$\frac{4-m}{2m} \pi - C \operatorname{tg} \varphi_{rp} \ln \frac{C \operatorname{tg} \varphi_{rp}}{\varphi_{rp}} = 0$$

Границ. режим возмож. при $m \leq 4$ т.е. узел при $m=4$,границ. режимсущ-т! Тогда
такое
и критич-й!

Т.к.:

$$\ln \operatorname{tg} \beta_{rp} = 0, \text{ т.е.}$$

$$\operatorname{tg} \beta_{rp} = 1, \text{ т.о.}$$

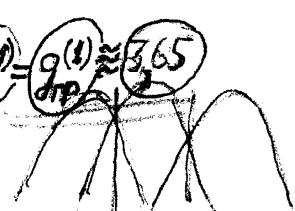
$$\beta_{rp}^{(4)} = 45^\circ = \Theta,$$

$$\alpha \beta_{kp(0)}^{(4)} = \Theta = 45^\circ = 45^\circ.$$

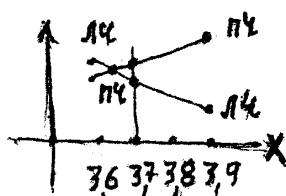
O.K! $m=1$

$$\frac{\frac{1}{2}\pi}{2} = x \ln x$$

$$\frac{4,712388}{x} = \ln x$$



X	3,6	3,7	3,8
14	1,31	1,21	1,272
П4	1,28	1,36	1,308



Обратное напряжение на вентиле

Обратное напряжение на вентиле $U_{обр}$ определяется как напряжение между катодом и анодом вентиля в непроводящем его состоянии. В общем случае находится как алгебраическая разность выходного (выпрямленного) напряжения $U_o = U_c$ и ЭДС фазы трансформатора.

Весьма наглядно форма обратного напряжения отображается ординатами заштрихованной части графика Рис.2' ($U_{обр}$ для вентиля 1). Кривая $U_{обр}$ относительно катода вентиля построена на рис. по ординатам Рис.2' (заштриховано вертикальными линиями). Аналогично получаем $U_{обр}$ для любой схемы m -фазного выпрямления. В интервалах самостоятельного разряда конденсатора (интервалы II', II" и т.д.) обратное напряжение равно: $U_{обр} = U_o - e_k$, где e_k – ЭДС соответствующей фазы (см.Рис.).

В остальных интервалах (когда открыты вентили, кроме рассматриваемого):

$$U_{обр} = e_k - e_1.$$

Для выбора вентиля важно знать амплитуду обратного напряжения. Учитывая, что в режиме холостого хода (XX, $R \rightarrow \infty$) конденсатор заряжается до величины E_m , и что режим XX возможен в любой схеме, следует выбирать вентили по максимальному значению обратного напряжения $U_{обр\ max}$.

Для схемы Ларионова $U_{обр} = \sqrt{3}$ – при соединении вторичных обмоток трансформатора звездой и $U_{обр} = 1$ – при соединении вторичных обмоток треугольником.

точки максимума тока \bar{i}_e^1 нет. Для $m=3$ $\theta_{вткр} = \frac{\pi}{6}$

Поскольку при $C \neq 0$ всегда $\lambda_e \leq \lambda_{вткр} = \frac{2\pi}{m}$, то при $m > 3$
максимума \bar{i}_e^1 нет. В этом случае наибольшее значение
тока вентиля будет при $\vartheta = 0$ и определяется выражением (10)
Итак: для определения максимального тока вентиля схем
выпрямления с $m=1$ и $m=2$, при $\lambda_e \geq \frac{\pi}{2}$ следует пользоваться
зависимостью (3), которая после подстановки ψ из (5)
и θ_m из (9), принимает вид (при $\omega RC < (\omega RC)_{cr}$):

$$\bar{i}_{e\max} = \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{1}{\sin \psi}. \quad (10a)$$

При определении $i_{e\max}$ схемы выпрямления с $m > 3$ и схем
с $m=1$, $m=2$, при $\lambda_e < \frac{\pi}{2}$ следует использовать зависимость
(10):

$$\bar{i}_{e\max} = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \sin \lambda_e. \quad (10)$$

Определим далее все остальные величины, необходимые для
расчёта схемы и выбора её параметров: I_o ; I_e ; sU ; $U_{обр. max}$.

МАКСИМАЛЬНОЕ ОБРАТНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ $U_{обр. max}$.

Для $m=1$, $m=2$, $m=6$, $m=12$ /схемы с нулевым выводом/
 $U_{обр. max} = 2E_m$. Для $m=3$ $U_{обр. max} = \sqrt{3} E_m$. Для $m=6$

/мостовая схема Ларионова/ $U_{обр. max} = E_{m, L}$, где $E_{m, L}$ -
амплитуда линейного напряжения на входе моста. Для однородной
мостовой схемы максимальное значение обратного напряжения
равно амплитудному значению э.д.с. e , т.е. $U_{обр. max} = E_m$.

Среднее значение выпрямленного тока \bar{I}_o и напряжения U_o

Определяется как

$$\bar{I}_o = \frac{m}{2\pi} \left[\int_0^{\lambda_e} i_e^1 d\vartheta + \int_{\lambda_e}^{\frac{2\pi}{m}} i_e^2 d\vartheta \right].$$

После подстановки i_e^1 ; i_e^2 из (3) и (4), интегрирова-
ния и преобразований получаем в относительных единицах:

1) Далее (при $C > C_{cr}$) будет показано точнее.

к стр. 11 перед заголовком "Формулы для вычислений при $\beta \leq \beta_{kp}$, ($C \leq C_{kp}$) значение $I_0 = U_0$ не зависит от ωRC и равно как при $C = 0$.

действительно, из (23) стр. 17

$$\beta_{kp} = \frac{\pi}{2} - \Theta; \quad \tau_{kp} = \Theta.$$

подставляя в (II^a), получаем:

$$I_{0(R)kp} = \frac{\sin^2 \Theta}{\Theta \cos(\frac{\pi}{2} - \Theta)} = \frac{\sin^2 \Theta}{\Theta \sin \Theta} = \frac{\sin \Theta}{\Theta}, \quad \Theta, \text{ кэй!}$$

$$\bar{I}_0 = \frac{m}{2\pi} \frac{1}{\cos \beta} [\cos(\psi + \beta) - \cos(\lambda_e + \psi + \beta)] = \bar{U}_0 \quad (11)$$

где: $\bar{I}_0 = \frac{I_0}{\frac{E_m}{R}}$; $\bar{U}_0 = \frac{U_0}{\frac{E_m}{R}}$.

Иначе (II) можно записать как: $I_{0(R)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{m} + \frac{\lambda_e - \lambda_{kp}}{2})}{\Theta \cos \Theta}$ (II^a)

$$\bar{I}_0 = \bar{U}_0 = \frac{\pi}{m} \frac{1}{\cos \beta} \cdot \sin \frac{\lambda_e}{2} \cdot \sin \left(\frac{\lambda_e}{2} + \beta + \psi \right) \quad (\text{II}^{a'})$$

При $\beta = 0$ (т.е. $C=0$) — случай чисто активной нагрузки,

имеем: $\lambda_e = \frac{2\pi}{m}$; $\psi = \frac{\pi(m-2)}{2m} = \frac{\pi}{2} - \Theta$,

и из (II^a) получаем известную формулу

$$\bar{I}_0 = \bar{U}_0 = \frac{m}{\pi} \sin \frac{\pi}{m}; \quad (\text{для } m \geq 2).$$

Очевидно, что среднее значение тока вентиля равно среднему значению выпрямленного тока I_0/m , поскольку среднее значение тока конденсатора за период равно 0.

Эффективные значения тока вентиля \bar{I}_e и тока базы вторичной обмотки трансформатора \bar{I}_{ϕ}

Эффективное значение тока вентиля

$$\bar{I}_e = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (i_e^2)^2 d\vartheta}.$$

После подстановки i_e^2 из (3), интегрирования и преобразований получаем в относительных единицах:

$$\bar{I}_e = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\cos \beta} \cdot \sqrt{2\lambda_e - \sin 2\lambda_e}, \quad (12)$$

где: $\bar{I}_e = \frac{I_e}{\frac{E_m}{R}}$; λ_e определяется из (6).

Выражение (12) справедливо для m — фазных схем выпрямления с нулевой точкой и однофазной мостовой схемы Грэца. Для трёхфазной мостовой схемы Ларионова эффективное значение тока вентиля будет:

$$\bar{I}'_e = \sqrt{2} \bar{I}_e \dots (13) \quad (\text{где: } \bar{I}_e \text{ опр-ся по (12) для } m=6),$$

поскольку время открытого состояния каждого вентиля схемы Ларионова вдвое больше, чем в 6-фазной схеме с нулевым выводом.

Ток фазы трансформатора m - фазной схемы с нулевым выводом

$$\bar{I}_\varphi = \bar{I}_e . \quad (14)$$

Ток фазы трансформатора однофазной мостовой схемы Греца

$$\bar{I}'_\varphi = \sqrt{2} \bar{I}_e , \quad (15)$$

где: \bar{I}_e определяется по (12) для $m=2$.

Ток фазы трансформатора (точнее - ток в линейном проводе) мостовой трёхфазной схемы Ларионова (рис. 3)

$$\bar{I}'_\varphi = \sqrt{2} \bar{I}'_e \quad (16) \quad \text{или} \quad \bar{I}'_\varphi = 2 \bar{I}_e ,$$

где: \bar{I}'_e определяется по (13).

Пульсация выпрямленного напряжения ΔU

$$\Delta U = U_{omax} - U_{omin} \quad (\text{см. рис. 2}) .$$

$$U_{omax} = i_{omax}^{\frac{1}{2}} \cdot R ; \quad U_{omin} = i_{omin}^{\frac{1}{2}} \cdot R = i_o^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\pi}{m} \right) \cdot R .$$

$$i_{omax}^{\frac{1}{2}} = i_o^{\frac{1}{2}} (\Theta_{om}) = i_o^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - \psi \right) = \frac{E_m}{R} \sin \left(\frac{\pi}{2} + \psi - \psi \right) = \frac{E_m}{R} .$$

$$U_{omax} = i_{omax}^{\frac{1}{2}} \cdot R = E_m .$$

В относительных единицах.

$$\bar{U}_{omax} = \frac{U_{omax}}{E_m} = 1 .$$

Подставив ψ из (5), получаем в относительных единицах:

$$\bar{U}_{min} = \sin \beta \cdot e^{-(\frac{2\pi}{m} - k_e) \operatorname{ctg} \beta},$$

зде: $\bar{U}_{min} = \frac{U_{min}}{E_m}$.

Подставив $e^{-(\frac{2\pi}{m} - k_e) \operatorname{ctg} \beta}$ из (6), после преобразования получаем:

$$\bar{U}_{min} = \sin(k_e + \beta). \quad (17) \quad = \sin \psi.$$

И, наконец,:

$$\Delta \bar{U} = 1 - \sin(k_e + \beta). \quad (18)$$

На практике обычно задают пульсацию выпрямленного напряжения в отношении к среднему значению выпрямленного напряжения, т.е.

$$\Delta U' = \frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\Delta \bar{U}}{\bar{U}_0}.$$

Подставив $\Delta \bar{U}$ и \bar{U}_0 из (18) и (II), получаем

$$\Delta U' = \frac{1 - \sin(k_e + \beta)}{\frac{m}{\pi} \cdot \frac{1}{\cos \beta} \cdot \sin^2 \frac{k_e}{2}}. \quad (19)$$

При $\beta \rightarrow \frac{\pi}{2}$, т.е. при больших УRC, $(k_e) \approx 2\theta \operatorname{tg} \beta = \frac{2\theta}{\omega R C} = \frac{2\pi}{m \cdot 2\pi f R C} = \frac{T}{m R C}$.

В дальнейшем будем использовать выражение (19)

Мощность, потеря в вентиле ^{x)}

Вольтамперная характеристика (вах) полупроводникового вентиля представлена на рис. 4.

С достаточной для практики точностью, аппроксимируя

x) В настоящее время в схемах выпрямления в подавляющем большинстве случаев применяются полупроводниковые вентили, поэтому определение мощности, выделяющейся в вентиле, дается применительно к полупроводниковым вентилям.

прямую ветвь характеристики отрезками прямых УА и УВ получаем

$$U_e = U_{np} + R_e \cdot i_e,$$

где сопротивление $R_e = Ctg \alpha = \frac{\Delta U_e}{\Delta i_e}$.

Тогда мощность потерь от прямого тока вентиля будет

$$P_{np} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_e \cdot i_e d\vartheta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{1\epsilon} (U_{np} + R_e \cdot i_e) \cdot i_e d\vartheta.$$

Но

$$U_{np} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{1\epsilon} i_e d\vartheta = U_{np} \bar{i}_e,$$

где среднее значение тока вентиля $\bar{i}_e = \frac{\bar{I}_o}{m}$.

$$R_e \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{1\epsilon} i_e^2 d\vartheta = R_e \cdot \bar{I}_e^2$$

Эффективное значение тока вентиля \bar{I}_e было определено - выражения (12), (13). (полагаем что вах вентиля на форму тока по сравнению с R и C влияет незначительно, и этим влиянием можно пренебречь).

Таким образом,

$$P_{np} = U_{np} \frac{\bar{I}_o}{m} + R_e \bar{I}_e^2. \quad (20)$$

В непроводящую часть периода вентиль находится под воздействием обратного напряжения.

Потери мощности в этом случае будут:

$$P_{обр} = \frac{1}{2\pi} \int_{1\epsilon}^{2\pi} U_{обр} \cdot i_{обр} d\vartheta.$$

Обозначив "пороговый" ток I_p (см. рис. 4), имеем:

$$i_6 = I_i + \frac{1}{R_i} U_{6\text{обр}},$$

где: $R_i = \frac{\Delta U_{6i}}{\Delta i_{6i}}$; $U_{6\text{обр}}$ - мгновенное значение обратного напряжения.

В итоге получаем

$$P_{6\text{обр}} = I_i \cdot U_{6\text{обр.ср}} + \frac{1}{R_i} \cdot U_{6\text{обр.ср}}^2, \quad (21)$$

где: $U_{6\text{обр.ср}}$ - среднее значение обратного напряжения

$$U_{6\text{обр.ср}} = \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda_6}^{2\pi} U_{6\text{обр}} d\vartheta,$$

$U_{6\text{обр.ср}}$ - эффективное значение обратного напряжения

$$U_{6\text{обр.ср}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda_6}^{2\pi} U_{6\text{обр}}^2 d\vartheta.$$

Общие потери в вентиле

$$P_6 = P_{np} + P_{6\text{обр}}. \quad (22)$$

Полученные выше зависимости позволяют полностью расчитывать схему m - фазного выпрямления и выбрать её элементы.

Перейдем к рассмотрению особенностей работы схемы m - фазного выпрямления (рис. 1).

Все полученные выше зависимости справедливы для m - фазных схем выпрямления при выполнении определённых условий. Для $m=1$ и $m=2$ никаких ограничений по применению полученных зависимостей нет. Иначе обстоит дело при $m \geq 3$.

(т.е. для многофазных схем выпрямления). Все полученные ранее зависимости справедливы (для $m \geq 3$) лишь при условии, что длительность горения вентиля λ_e не превышает величины $\frac{2\pi}{m}$. Величина λ_e , определяемая согласно (6), зависит от величины β , т.е. от $\omega R C$. ($t_{g\beta} = \omega R C - (14)$).

При $\frac{\beta}{\omega}$ данных ω и R значение β (а, следовательно, и λ_e) определяется величиной ёмкости C .

Совершенно очевидно, что чем больше величина ёмкости, тем меньше колебания напряжения на ней (и, естественно, на нагрузке R) и тем меньше длительность горения вентиля λ_e . По мере уменьшения ёмкости величина λ_e растёт, и при некотором критическом значении ёмкости $C = C_{kp}$ длительность горения вентиля λ_e достигает критической величины $\lambda_{ekp} = \frac{2\pi}{m}$ (равной длительности горения вентиля при чисто активной нагрузке, т.е. при $C=0$). При дальнейшем уменьшении ёмкости λ_e увеличиться физически не может, поскольку момент открытия вентиля будет определяться только точкой пересечения ЭДС фаз трансформатора - т. А рис. 2 (аналогично известному случаю работы выпрямителя на чисто активную нагрузку). В этом случае ёмкость C и нагрузка R работают независимо.

Назовём режим при $C > C_{kp}$ докритическим, режим при $C = C_{kp}$ - критическим и режим при $C < C_{kp}$ - закритическим. Очевидно, что закритический режим недопустим, ибо ёмкость, устанавливаемая для стягивания кривой выпрямленного напряжения, никакого полезного действия не оказывает. Наоборот, оказывается её вредное воздействие, выражющееся в бесцельном ^{жс}искании тока вентиля (и трансформатора) зарядным током ёмкости, что ведёт к дополнительным потерям мощности. Для закритического режима справедливы уравнения (1)-(4), куда следует лишь подставить

$$\psi = \psi_{kp} = \frac{\pi(m-2)}{2m}.$$

Качественные

✓ Графики напряжений и токов закритического режима приведены на рис. 5.

Качественные графики напряжений и токов для критического режима приведены на рис. 6 (для примера взята мостовая 3-х фазная схема Ларионова).

Критическое значение ёмкости найдем из следующих соображений:

$$\text{В критическом режиме } \lambda_{\text{кр}} = \frac{2\pi}{m} ; \quad \psi_{\text{кр}} = \frac{\pi(m-2)}{2m}.$$

Подставив $\lambda_{\text{кр}}$ и $\psi_{\text{кр}}$ в (5), получаем

$$\beta_{\text{кр}} = \psi_{\text{кр}} ; \quad \operatorname{tg} \beta_{\text{кр}} = \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m} = \operatorname{ctg} \theta. \quad (\beta_{\text{кр}} = \psi_{\text{кр}} = \psi_0 = \frac{\pi}{2} - \theta).$$

Но $\operatorname{tg} \beta_{\text{кр}} = \omega R C_{\text{кр}}$, откуда при ω и R const:

$$C_{\text{кр}} = \frac{1}{\omega R} \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m} \quad (23) \quad = \frac{\operatorname{ctg} \theta}{\omega R} = 1/\omega R \operatorname{tg} \theta. \quad (23')$$

Из (23) следует:

1. Для заданных m и ω зависимость $C_{\text{кр}} = f(R)$ представляет собой гиперболу с центром в начале координат и координатами вершины

$$C_0 = R_0 = +\sqrt{\frac{1}{\omega} \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m}}.$$

2. Зависимость $C_{\text{кр}} = f(\omega)$ при заданных R и m также представляет собой гиперболу с координатами вершины

$$C_0 = \omega_0 = +\sqrt{\frac{1}{R} \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m}}.$$

Зависимости $C_{\text{кр}} = f(R)$ и $C_{\text{кр}} = f(\omega)$ изображены на рис. 7.

3. Функция $C_{\text{кр}} = f(m)$ при заданных R и ω изменяется по закону тангенса и близка к линейной зависимости. С увеличением m значение $C_{\text{кр}}$ возрастает.

4. Для частот $f=50$ Гц и $f=400$ Гц выражение (23) может быть записано в удобной для практических расчётов форме:

$$C_{kp} = 3185 \frac{1}{R} \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m}; \text{ [мкФ]}, \quad (24)$$

$(f=50 \text{ Гц})$

$$C_{kp} = 400 \frac{1}{R} \operatorname{tg} \frac{\pi(m-2)}{2m}; \text{ [мкФ]}, \quad (25)$$

$(f=400 \text{ Гц})$

Итак: В схеме m -фазного выпрямления при работе на параллельную цепь RC при отсутствии внутреннего сопротивления питающего трансформатора возможны три режима:

1. Докритический режим – основной рабочий режим, имеющий место при $C > C_{kp}$ (для $m=1$ и $m=2$ $C_{kp}=0$), для которого справедливы все выведенные выше зависимости.

2. Критический режим, имеющий место при $C = C_{kp}$. Все выражения справедливы и для этого режима.

3. Закритический режим, имеющий место при $C < C_{kp}$. Выведенные выше зависимости для данного режима утрачивают силу. Режим практического интереса, с точки зрения выпрямительной техники, не представляет, ибо ёмкость становится просто излишней и ведёт к бесцельной перегрузке трансформатора и вентиляй.

P.S. Замечание. При $C = \text{const}$ и $R = \text{var}$ возможен режим, когда $\lambda = 2\pi/m$. В этом случае может быть введено аналогичное понятие – «критической нагрузки» R_{kp} . При $R > R_{kp}$ и $R < R_{kp}$ имеем **докритический и закритический режимы**, соответственно. Для $m=1$ и $m=2$ сопротивление $R_{kp}=0$. Тем самым, режим **короткого замыкания** (КЗ) нагрузки соответствует **критическому** режиму в указанном смысле. $\lambda_{kp} = 2\pi/m$.

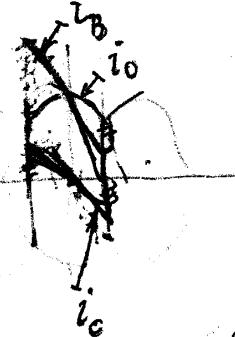
Следует исследовать этот вариант изменения нагрузки и на основе полученных результатов построить **нагрузочную** или **внешнюю характеристику**.

21.8.67

РСН

Р.С.К стр. 18 отчёта

Закрытые режимы (только при $m \geq 3$!).



$$g \leq g_{kp} = C \operatorname{tg} \theta. \quad \beta_{kp} = \frac{\pi}{2} - \Theta. \quad \text{В симметрии.}$$

$$1 = 1_{kp} = 2\Theta$$

$$\Psi_{kp} = \beta_{kp}$$

$$\Psi = \pi - \beta_{kp} - 1_{kp} = \frac{\pi}{2} - \Theta = \Psi_0.$$

$$\text{При } \vartheta \text{ (см.)} \quad i_c(\vartheta) = \cos(\vartheta + \frac{\pi}{2} - \Theta) \cdot g = g \sin(\Theta - \vartheta).$$

$$i_B(\vartheta) = \frac{1}{\cos \beta} \sin(\vartheta + \frac{\pi}{2} - \Theta + \beta) = \frac{1}{\cos \beta} \cos(\vartheta - \Theta + \beta). \\ \text{См. } \beta = \operatorname{sc} \beta$$

$$i_O(\vartheta) = \sin(\vartheta + \Psi_0) = \sin(\vartheta + \frac{\pi}{2} - \Theta) = \cos(\vartheta - \Theta).$$

при $m \geq 3$

$$I_0 = \frac{\sin \Theta}{\Theta};$$

$$k_n = \frac{1 - \cos \Theta}{\sin \Theta / \Theta} = \Theta \frac{\frac{1}{2} \sin \Theta / 2}{\frac{1}{2} \sin \Theta / 2 \cos \Theta / 2} = \Theta \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2};$$

Амплитуды токов i_0, i_B, i_c : (с основанием $\Theta \in R$)

$$i_{AB(R)} = \operatorname{sc} \beta = 1 / \cos \beta.$$

$$i_{AC(R)} = g \cos(\frac{\pi}{2} - \Theta) = g \sin \Theta.$$

$$i_{AO(R)} = 1.$$

Вывод

$$\Psi = \Psi_0 = \frac{\pi}{2} - \Theta; \quad 1 = 2\Theta;$$

$$i_0 = \cos(\vartheta - \Theta).$$

$$i_B = i_0 + i_c = \frac{1}{\cos \beta} \sin(\beta - \vartheta + \Theta) = -\operatorname{sc} \beta \sin(\vartheta - \Theta - \beta)$$

$$i_c = g i'_0 = +g \sin(\Theta - \vartheta), \\ = C \operatorname{tg} \beta$$

$$\sin^2 \beta d\vartheta I_B^2 = \int_0^{2\Theta} \sin^2(\vartheta - \Theta - \beta) d\vartheta = \frac{1}{2} \left(2\Theta - \frac{1}{2} \sin 2(\vartheta - \Theta - \beta) \right) \Big|_0^{2\Theta} =$$

$$= \frac{1}{2} \left[2\Theta - \frac{1}{2} \sin 2(\Theta - \beta) - \frac{1}{2} \sin 2(\Theta + \beta) \right] = \frac{1}{2} [2\Theta - \sin 2\Theta \cos 2\beta].$$

$$I_B = \frac{1}{2 \sin \beta} \sqrt{(2\Theta - \sin 2\Theta \cos 2\beta) / \pi}$$

Т.к. гранячий
режим наступает
позже (при больших
 ϑ),
то в закрытых режимах
эксир. токов нет.
к тому же это
относится только к $m=3$.

$$0 \leq \vartheta \leq 2\Theta$$