

Эксперимент по схеме Аспекта с источником псевдо-запутанных частиц

или

когда неравенства Белла не нарушаются

Путенихин Петр Васильевич

m55@mail.ru

Аннотация

Со дня опубликования в 1964 году статьи «On the Einstein Podolsky Rosen paradox» и до наших дней доводы Белла, более известные в форме «неравенств Белла», служат самым распространенным и главным аргументом в споре между представлениями о нелокальности квантовой механики и целым классом теорий на основе «скрытых переменных» или «дополнительных параметров», сформулированных в самом общем виде. Белл показал, что существуют некоторые условия (названные впоследствии «неравенствами Белла»), которые соблюдаются для локальных теорий, но нарушаются квантовой механикой.

В предлагаемой статье утверждается, что предсказания квантовой механики и локальных теорий относятся к принципиально разным видам пар частиц: классическим ЭПР-парам и вероятностным, независимым (псевдо-запутанным) парам частиц.

Рассмотрены предсказания двух теорий для обоих классов пар и показано, что они полностью совпадают. В случае псевдо-запутанных пар, которые рассматривают теории дополнительных параметров, неравенства Белла не нарушаются и для предсказаний квантовой механики. В свою очередь для классических ЭПР-пар теория дополнительных параметров дает такие же предсказания, что и квантовая механика, и вместе с нею также требует «нелокальности», которая фактически является завуалированным отказом от релятивизма («призрачное дальнее действие»).

Главным доводом в пользу квантовой механики в противостоянии с локальными теориями является нарушение неравенств Белла. Для некоторых равных условий эксперимента квантовая механика предсказывает более высокую степень корреляции измерений, чем локальные теории, использующие дополнительные параметры. Однако являются ли эти условия экспериментов равными? Очевидно, это не так. Для квантово-механических предсказаний неявно признается взаимное влияние измерений друг на друга. Для локальных теорий такое влияние явным образом исключается.

Анализ рассуждений Аспекта при исследовании теории дополнительного параметра и приведенного уравнения позволяет сделать вывод, что произошел незаметный отход от сущности квантовой корреляции запутанных частиц в отношении локальной теории. Это вызвано исключительно формализмом рассматриваемой теории дополнительного параметра, а не ошибкой в рассуждениях Аспекта или Белла. Действительно, уже на этом этапе видна невозможность правильных предсказаний такой теории. Произведение частных вероятностей двух фотонов означает, что прохождение одним фотоном своего поляризатора никак не связано с тем, пройдет ли свой поляризатор другой фотон. Эксперимент же явно показывает, что такая связь (зависимость) имеется. Следовательно, можно сделать вывод, что рассматриваемая Аспектом белловская модель теории дополнительного параметра изначально непригодна с точки зрения уже подтвержденной практикой формулы:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \times \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b})$$

где:

$P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ – вероятность совместного прохождения двух запутанных фотонов через поляризаторы;

(\mathbf{a}, \mathbf{b}) – угол между поляризаторами.

Эта формула имеет простой и наглядный физический смысл. Вероятность совместного прохождения поляризаторов двумя запутанными фотонами $P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ равна произведению двух вероятностей. Первая вероятность $1/2$ – это вероятность прохождения первым фотоном своего поляризатора. Вторая вероятность – второй сомножитель в формуле (1) – это вероятность прохождения вторым фотоном своего поляризатора. Как видим, эта вероятность вычисляется как

вероятность прохождения фотоном поляризатора, образующего угол (\mathbf{a}, \mathbf{b}) с направлением поляризации фотона. С квантово-механической точки зрения, этот угол равен углу между поляризаторами, поскольку второй фотон приобретает направление поляризации, равное направлению первого поляризатора.

Таким образом, можно утверждать, что уравнения теории дополнительного параметра и квантовой теории относятся к разным схемам эксперимента. Квантовое описание учитывает зависимость двух измерений друг от друга, а локальная теория – нет. Поэтому можно задаться вопросом: насколько обоснованно использовать вероятностную модель к заведомо зависимым процессам?

Если приведенные доводы хоть в какой-то мере обоснованны, то возникает естественный вопрос: какую схему описывает теория дополнительного параметра? Поскольку фактически теории локального реализма не описывают явление запутанности, то рассмотрим другое явление, которое на наш взгляд подпадает под описание локальной теории, и которое назовем для определенности явлением псевдо-запутанности. Это явление одинаково описывают и квантовая теория, и теория дополнительного параметра (или теория локального реализма – локализм).

А возможны ли равные условия для двух теорий, и каковы будут их предсказания для этих условий? Как отмечено, неравенства Белла для локальных теорий сформулированы в предположении, что результат одного измерения не зависит от результата другого измерения. Но эти же условия можно создать и для квантово-механического эксперимента. То есть, мы можем сделать квантово-механические предсказания для эксперимента, полностью соответствующего условиям локальных теорий, когда частицы имеют те же характеристики, которые им приписывают локальные теории. Такими характеристиками являются: отсутствие взаимного влияния частиц друг на друга в смысле эйнштейновского локального реализма. Ясно, что в этом случае частицы не являются запутанными.

Поскольку фактически теории локального реализма не описывают явление запутанности, то рассмотрим другое явление, которое на наш взгляд подпадает под описание локальной теории, и которое назовем для определенности явлением псевдо-запутанности. Очевидно, что это явление одинаково описывают и квантовая теория и теория дополнительного параметра (или теория локального реализма – локализм).

Рассмотрим, в чем состоит явление псевдо-запутанности, сопоставив общие черты и различия запутанных и псевдо-запутанных частиц. Общим у таких частиц является их следующее одинаковое поведение:

1. Если одна из частиц достоверно проходит поляризатор, то вторая так же достоверно не проходит поляризатор – для поляризаторов, настроенных на не прохождение пар частиц. Для синглетных частиц – это перпендикулярное расположение поляризаторов, когда одна из осей поляризаторов совпадает с направлением поляризации псевдо-запутанных частиц.
2. Если одна из частиц достоверно проходит поляризатор, то вторая также проходит его достоверно (параллельное расположение поляризаторов и поляризации псевдо-запутанных частиц).

Различие запутанных и псевдо-запутанных частиц является принципиальным и восходит к ЭПР-эксперименту: запутанные частицы (в данном случае – фотоны) описываются единым вектором состояния и частицы не имеют определенной поляризации, а псевдо-запутанные частицы описываются каждая своим вектором состояния, и частицы находятся в собственных состояниях. То, что псевдо-запутанные частицы находятся в собственных состояниях, позволяет каждой из них приписать определенное направление поляризации, которое в общем случае может быть известно экспериментатору.

Важным обстоятельством является то, что существует простой способ получить псевдо-запутанные частицы, обладающие основными свойствами запутанных частиц (синглетность, например), но не имеющие такой же корреляции, как классические запутанные частицы. То есть псевдо-запутанные частицы – это переведенные в собственное состояние запутанные частицы. Это необходимое требование для теории дополнительного параметра, и оно корректно описывается также и квантовой теорией. Это хорошая предпосылка для сравнения предсказаний локального реализма и квантовой теории и их экспериментальной проверки.

Методика получения запутанных частиц отработана достаточно хорошо, а получение псевдо-запутанных частиц следует рассмотреть подробнее. Очевидно, что источник таких частиц должен обеспечить соблюдение следующих требований:

1. Частицы должны испускаться всегда парами, чтобы гарантировать, что это именно пара псевдо-запутанных частиц, а не две никак не связанные частицы;
2. Частицы должны находиться в собственных состояниях, чтобы гарантировать определенность и взаимосвязь их поляризации (параллельные);
3. Вектор поляризации пары частиц должен иметь случайное направление (в плоскости, перпендикулярной линии распространения частиц).

Таким требованиям отвечает следующая конструкция источника (рис.1).

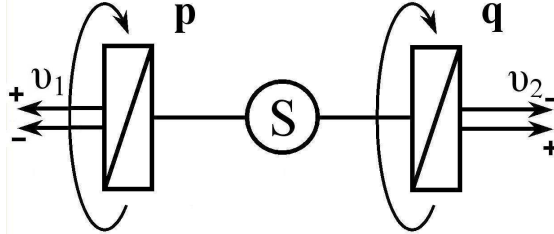


Рис.1 Источник псевдо-запутанных частиц

Источник S излучает пары запутанных фотонов (для совместимости с ЭПР – в синглетном состоянии), посланных в противоположных направлениях. Каждый фотон встречает на своем пути поляризатор **p** или **q**, которые ориентированы одинаково. Поскольку фотоны запутаны, то они оба проходят через поляризаторы, переходя в синглетные собственные состояния. Приведем поляризаторы **p-q** (можно вместе с источником S) в синхронное вращение вокруг оси, вдоль которой распространяются фотоны (либо используем другие способы синхронного вращения направления поляризации частиц). Теперь прошедшие через поляризаторы пары фотонов отвечают условиям 1...3. Для специфической ситуации $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=0$, когда поляризаторы параллельны, и квантовая механика и теория дополнительных параметров предсказывают вероятности совместного обнаружения:

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2}$$

$$P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0$$

Это значит, что на установке Аспекта [1, 2, 3, 7] когда фотон v_1 найден в + канале поляризатора I, v_2 найден с достоверностью в + канале II (аналогично для каналов -). Для параллельных поляризаторов, таким образом, установлена полная корреляция между индивидуальными случайными результатами измерений поляризации двух фотонов v_1 и v_2 .

Предложенный источник псевдо-запутанных фотонов можно использовать для проверки неравенств Белла в соответствии с описанной Аспектом методикой [1, 2, 3, 7].

Предсказания теорий для псевдо-запутанности

В работе Аспекта [1, уравнение (12)] приведено знакомое [3] белловское уравнение для определения коэффициента корреляции для специфической модели теории дополнительного параметра:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (1)$$

где:

a, b – направления поляризаторов;

λ – явно представленный дополнительный параметр;

$\rho(\lambda)$ – вероятность распределения дополнительных параметров λ на ансамбле испускаемых пар;

$A(\lambda, \mathbf{a}), B(\lambda, \mathbf{b})$ – двузначные функции, задающие результаты измерения, соответственно, в направлениях **a** и **b**.

Воспользуемся этой методикой анализа Аспекта (и Белла) и выведем уравнение вероятностных отношений между измерениями. Произведение частных вероятностей двух

фотонов означает, что прохождение одним фотоном своего поляризатора никак не связано с тем, пройдет ли свой поляризатор другой фотон.

Предложенный источник псевдо-запутанных частиц делает установку Аспекта совместимой для проверки предсказаний квантовой механики и локальной теории. Фотоны имеют фиксированные поляризации сразу же после разделения как с точки зрения локальной теории, так и с точки зрения квантовой механики и могут быть описаны одинаковыми уравнениями. Рассмотрим схему эксперимента рис.2 и события, происходящие на том поляризаторе, который первым фиксирует прилетевший фотон. Очевидно, что вероятность того, что фотон пройдет через поляризатор, определяется уравнением:

$$P(\theta) = \cos^2(\theta) \quad (2)$$

где:

θ – угол между поляризацией фотона и поляризатора. Такова же вероятность прохождения поляризатора и вторым фотоном.

Это теоретически и экспериментально подтвержденная зависимость [9, с.62], поэтому она должна безусловно признаваться любой теорией. Более того, следует признать, что только такая модель локальной теории является не только *правильной*, но и *единственной* теорией дополнительного параметра, отвечающей всем требованиям, предъявляемым к локальной теории в духе Эйнштейна. Локальная теория утверждает, что поляризация второго фотона до встречи с поляризатором не меняется после регистрации первого фотона, поэтому угол θ для него отличается от аналогичного угла первого фотона, поскольку в общем случае поляризаторы не параллельны. Но в данном эксперименте то же самое утверждает и квантовая механика. Таким образом, для обеих теорий вероятность того, что оба фотона пройдут свои поляризаторы, равна произведению частных вероятностей:

$$P = P(\theta_1) \times P(\theta_2) = \cos^2(\theta_1) \times \cos^2(\theta_2) \quad (3)$$

где:

$P(\theta_1)$ – вероятность единичного прохождения первого фотона через первый поляризатор;

$P(\theta_2)$ – вероятность единичного прохождения второго фотона через второй поляризатор;

θ_1 – угол между поляризацией первого фотона и первым поляризатором;

θ_2 – угол между поляризацией второго фотона и вторым поляризатором.

Рассмотрим условную схему эксперимента:

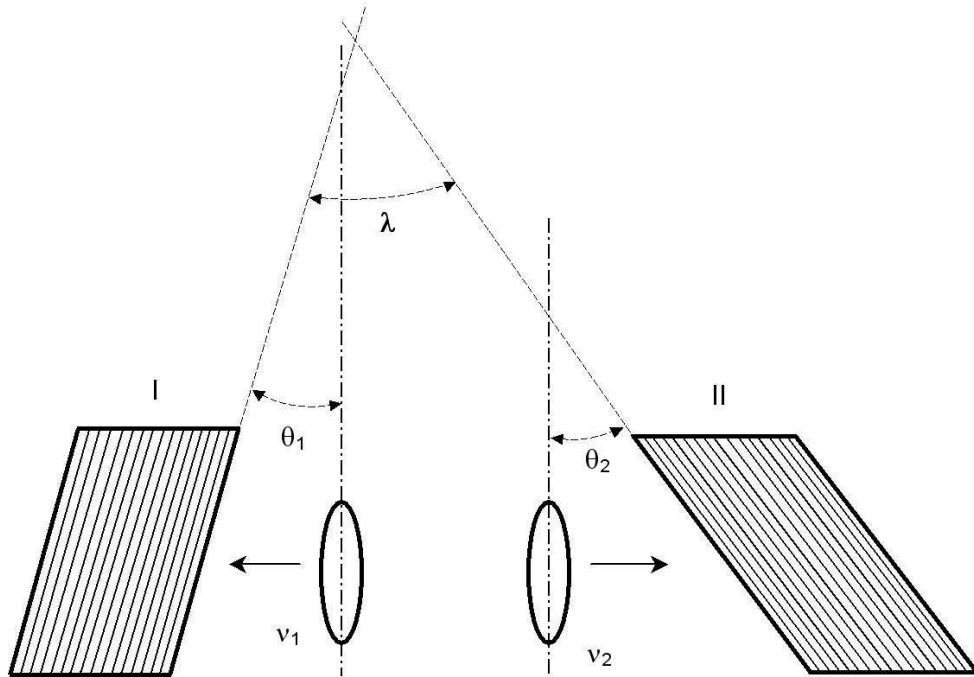


Рис.2 Условная схема экспериментальной установки. Направления поляризации фотонов v_1 и v_2 параллельны (синглетная пара). Поляризаторы I и II для наглядности развернуты параллельно плоскости рисунка.

Вероятность прохождения единичной пары фотонов равна отношению количества пар, прошедших через поляризаторы парно, к общему числу испущенных фотонов:

$$P_\lambda = \frac{N_{ab}}{N} \quad (4)$$

Поляризации различных пар беспорядочно распределены, согласно равномерной вероятности распределения $\rho(\lambda)$, поэтому мы берем вращательный инвариант:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \quad (5)$$

С учетом этого и выражений (3) и (4), получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(\theta_1) \times \cos^2(\theta_2) d\theta \quad (6)$$

Используем формулу для понижения степени тригонометрических функций:

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$

Получаем два сомножителя под интегралом:

$$P_\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_1 \right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_2 \right) d\theta$$

Раскрываем скобки:

$$P_\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos 2\theta_1 + \frac{1}{4} \cos 2\theta_2 + \frac{1}{4} \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 \right) d\theta$$

и разбиваем выражение на четыре интеграла:

$$P_\lambda = \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\theta_1 d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\theta_2 d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 d\theta$$

Берем интегралы и расставляем пределы интегрирования. Видим, что первые три интеграла вычисляются точно:

$$P_\lambda = \frac{1}{8\pi} \theta \Big|_0^{2\pi} + \frac{1}{16\pi} \sin 2\theta \Big|_0^{2\pi} + \frac{1}{16\pi} \sin 2\theta \Big|_0^{2\pi} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 d\theta \quad (7)$$

Получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2 d\theta \quad (8)$$

Сделаем подстановку в последнем слагаемом полученного выражения, используя следующие равенства:

$$\begin{cases} 2\theta_1 = \alpha + \beta \\ 2\theta_2 = \alpha - \beta \end{cases} \quad (9)$$

В результате подстановки и после преобразования получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) d\theta \quad (10)$$

Используем еще одну формулу преобразования:

$$\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$$

Получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta) d\theta \quad (11)$$

Вновь воспользуемся формулами для понижения степени:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\beta$$

После подстановки их в (11), получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\beta \right) d\theta \quad (12)$$

Раскрываем скобки и разбиваем интегралы сумм на суммы интегралов, замечая, что в интегралах есть одинаковые слагаемые с противоположными знаками:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \cos 2\alpha \right) d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \cos 2\beta \right) d\theta \quad (13)$$

После сокращения и вынесения множителей за знак интеграла получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{16\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\alpha d\theta + \frac{1}{16\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2\beta d\theta \quad (14)$$

Из выражения (9) обратным преобразованием находим:

$$\begin{cases} 2\theta_1 = \alpha + \beta \\ 2\theta_2 = \alpha - \beta \end{cases} \quad \text{откуда следует:} \quad \begin{cases} \alpha = \theta_1 + \theta_2 \\ \beta = \theta_1 - \theta_2 \end{cases} \quad (15)$$

Подставляем эти значения в (14) и находим:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{16\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2(\theta_1 + \theta_2) d\theta + \frac{1}{16\pi} \int_0^{2\pi} \cos 2(\theta_1 - \theta_2) d\theta \quad (16)$$

Обратившись к рис.2, мы заметим, что:

$$\begin{cases} \theta_1 + \theta_2 = \lambda, \text{ направление поляризации находится внутри угла } \lambda \\ \theta_1 - \theta_2 = \lambda, \text{ направление поляризации находится вне угла } \lambda \end{cases} \quad (17)$$

На рисунке второе соотношение в (17) «вступает в силу», когда фотоны имеют горизонтальное расположение оси поляризации. Разобьем каждый из интегралов на два с интервалами интегрирования, смыкающимися в точке разрыва в λ , и произведем замены с учетом замечания (17) и того, что схема симметрична на интервале $0 \leq \theta \leq \pi$:

$$\begin{aligned} P_\lambda &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2\lambda d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2(\theta_1 + \theta_2) d\theta \\ &+ \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2(\theta_1 - \theta_2) d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2\lambda d\theta \end{aligned} \quad (18)$$

Выносим константы за знаки интеграла:

$$\begin{aligned} P_\lambda &= \frac{1}{4} + \frac{\cos 2\lambda}{8\pi} \int_0^\lambda d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2(\theta_1 + \theta_2) d\theta \\ &+ \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2(\theta_1 - \theta_2) d\theta + \frac{\cos 2\lambda}{8\pi} \int_\lambda^\pi d\theta \end{aligned} \quad (19)$$

Замечаем, что второе и последнее слагаемые образуют интеграл по полукругу:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{\cos 2\lambda}{8\pi} \int_0^\pi d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2(\theta_1 + \theta_2) d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2(\theta_1 - \theta_2) d\theta \quad (20)$$

После вычисления интегралов, получаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2(\theta_1 + \theta_2) d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2(\theta_1 - \theta_2) d\theta \quad (21)$$

Вновь сделаем подстановки с учетом (17):

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda + \frac{1}{8\pi} \int_\lambda^\pi \cos 2(\theta_1 + \theta_1 - \lambda) d\theta + \frac{1}{8\pi} \int_0^\lambda \cos 2(\theta_1 + \theta_1 - \lambda) d\theta \quad (22)$$

После упрощения выражения:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda + \frac{1}{8\pi} \int_0^\pi \cos 2(2\theta - \lambda) d\theta \quad (23)$$

Берем интегралы и указываем пределы вычислений:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda + \frac{1}{32\pi} \sin(2\theta - \lambda) \Big|_0^\pi \quad (24)$$

Подставляем пределы и находим:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda + \frac{1}{32\pi} \sin(2\pi - \lambda) - \frac{1}{32\pi} \sin(0 - \lambda) \quad (23)$$

Упрощаем:

$$P_\lambda = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda \quad (26)$$

Приведем это уравнение (26) к виду закона Малуса:

$$\begin{aligned} P_\lambda &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\lambda = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cos 2\lambda \right) \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\lambda \right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \times \cos^2 \lambda \end{aligned} \quad (27)$$

Полученное выражение, как видим, не совпадает с выражением квантовой теории для запутанных частиц. Для запутанных частиц и угла между поляризаторами $\lambda = \pi/2$ квантовая теория предсказывает нулевую вероятность совместного прохождения частиц. Подставляем этот угол в выражение для псевдо-запутанных частиц и находим:

$$P_\lambda = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \times \cos^2 \frac{\pi}{2} = \frac{1}{8} + 0 = \frac{1}{8}$$

Для запутанных частиц и угла $\lambda = 0$ квантовая теория предсказывает вероятность совместных прохождений частиц, равную $1/2$. Для псевдо-запутанных частиц квантовая теория и теория дополнительного параметра предсказывают вероятность:

$$P_\lambda = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \times \cos^2 0 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

Вычислим величину корреляции для псевдо-запутанных частиц, используя методику Аспекта. Для этого рассмотрим вероятности $P_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ совместных обнаружений v_1 и v_2 в каналах + или - поляризаторов I или II в направлениях \mathbf{a} и \mathbf{b} . Квантовая механика и теория дополнительных параметров делают для них одинаковые предсказания:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (28)$$

Как и Аспект воспользуемся удобным способом измерения величины корреляции между случайными величинами, состоящим в вычислении коэффициента корреляции. Для измерений поляризации, рассмотренных выше пар частиц в собственных состояниях (псевдо-запутанных частиц), он равен

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (29)$$

Подставляем в это выражение значения величин из (28) и получаем:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{2}{8} + \frac{2}{4} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \frac{2}{8} - \frac{2}{4} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (30)$$

Упрощаем выражение:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{2}{4} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \frac{2}{4} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (31)$$

Как видим, коэффициент корреляции для псевдо-запутанных частиц в два раза меньше коэффициента корреляции для запутанных частиц. Для определения возможного нарушения неравенств Белла возьмем следующее совместное (для квантовой механики и теории дополнительного параметра) значение S

$$S_Q(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}') = \frac{1}{2} (\cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + \cos 2(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \cos 2(\mathbf{a}', \mathbf{b}')) \quad (32)$$

Это - функция трех независимых переменных (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , $(\mathbf{b}, \mathbf{a}')$ и $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$. Заметим, что $(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{a}') + (\mathbf{a}', \mathbf{b}')$

Чтобы найти экстремум значения S_Q , мы приравниваем нулю три частичные производные, и находим

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \theta$$

и

$$\sin \theta = \sin 3\theta \quad (33)$$

Вычисления показывают, что абсолютный максимум и минимум S_Q равны

$$\begin{aligned} S_Q &= \sqrt{2} \quad \text{для} \quad \theta = \pm \frac{\pi}{8} \\ S_Q &= -\sqrt{2} \quad \text{для} \quad \theta = \pm \frac{3\pi}{8} \end{aligned} \quad (34)$$

Эти значения - решения соотношения (33) и они, как видим, неравенств Белла не нарушают.

Итак, мы получили результат, который свидетельствует, что ЭПР-пары как независимые друг от друга системы в представлении Эйнштейна (псевдо-запутанные пары), описываются одинаково и квантовой механикой и теорией дополнительных параметров. При этом неравенства Белла не нарушаются ни квантово-механическими предсказаниями, ни предсказаниями локальной теории.

Понятно, что описанные ранее расхождения между двумя теориями вызваны тем, что они рассматривали *принципиально разные* пары частиц. Локальная теория рассматривает статистические, независимые частицы, и ее предсказания для таких частиц, как мы увидели, совпадают с предсказаниями квантовой механики. Не удивительно, что предсказания квантовой механики для других типов частиц (классических ЭПР-пар) не совпадают с этими. Если локальные пары ведут себя статистически, независимо друг от друга, то классические ЭПР-пары ведут себя не статистически, не независимо, то есть, наоборот, – *зависимо*.

С учетом полученных результатов логично задаться вопросом: а какими должны быть в таком случае предсказания локальной теории для классической ЭПР-пары? Рассмотрим их вкратце. Поскольку запутанные частицы ведут себя не статистически, не независимо, мы, очевидно, должны учесть в локальной теории это обстоятельство – зависимость. Эта зависимость очень наглядно сформулирована Аспектом [2, 3]:

«...»

- i. Фотон v_1 , который не имел явно определенной поляризации перед ее измерением, получает поляризацию, связанную с полученным результатом, во время его измерения: это не удивительно.
- ii. Когда измерение на v_1 сделано, фотон v_2 , который не имел определенной поляризации перед этим измерением, проектируется в состояние поляризации, параллельное результату измерения на v_1 . Это очень удивительно, потому что это изменение в описании v_2 происходит мгновенно, безотносительно расстояния между v_1 и v_2 в момент первого измерения.

Эта картина находится в противоречии с относительностью. Согласно Эйнштейну, событие в данной области пространства-времени не может находиться под влиянием события, произошедшего в пространстве-времени, которое отделено пространственно-подобным интервалом. Неразумно пытаться найти более приемлемые картины, чтобы «понять» ЭПР-корреляции. Это такая картина, которую мы рассматриваем теперь».

Как видим, поведение частиц в этом случае явным образом противоречит формуле Эйнштейна для локальных систем (принципу локального реализма):

«Но одно предположение представляется мне бесспорным. Реальное положение вещей (состояние) системы S_2 не зависит от того, что проделывают с пространственно отделённой от неё системой S_1 ». [10, с.290]

«...так как во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, то в результате каких бы то ни было операций над первой системой, во второй системе уже не может получиться никаких реальных изменений». [11]

Но формулировка Аспекта явно отмечает: такая зависимость есть. То есть, все обстоит с точностью до наоборот, а именно, говоря словами Эйнштейна:

«Реальное положение вещей (состояние) системы S_2 зависит от того, что проделывают с пространственно отделённой от неё системой S_1 ».

«Хотя во время измерения эти две системы уже не взаимодействуют, тем не менее, в результате некоторых операций над первой системой, во второй системе происходят реальные изменения».

Сославшись на предположение Пенроуза [6]:

«...в самом направлении A , вокруг которого электрон «вращается как вокруг оси» до того, как произведено измерение, по-видимому, есть нечто полностью объективное. Действительно, мы могли бы остановить свой выбор на измерении спина электрона в направлении A , и электрон должен быть приготовлен так, чтобы достоверно (т.е. с вероятностью 100%) дать ответ ДА, если мы случайно угадаем истинное направление спина! Каким-то образом «информация» о том, что электрон действительно должен дать именно такой ответ, хранится в спиновом состоянии электрона».

мы можем сделать очевидный вывод, что в формулировке Аспекта для теории дополнительных параметров эта зависимость должна быть отражена следующим образом:

- i. Фотон v_1 , который имел явно *определённую* поляризацию перед ее измерением, получает новое направление поляризации, связанную с полученным результатом, во время его измерения: это не удивительно.
- ii. Когда измерение на v_1 сделано, фотон v_2 , который имел точно такую же *определённую* поляризация перед этим измерением, как и первый фотон, изменяет свое состояние поляризации на параллельное результату измерения на v_1 . Это очень удивительно, потому что это изменение в описание v_2 происходит мгновенно, безотносительно расстояния между v_1 и v_2 в момент первого измерения, но еще более удивительным является сам факт изменения поляризации второго фотона.

Квантовая механика дала этому явлению собственное название «нелокальность». Теория дополнительного параметра (локальная теория), казалось бы, должна в определенной степени отказаться от своих представлений о локальности, независимости ввиду явного наличия такой зависимости. Но это «дальнодействие» ничуть не хуже квантово-механической «нелокальности». Квантовая механика никак не объясняет сути этого явления, создавая вокруг него мистический ореол. Точно также нет оснований требовать от теории дополнительных параметров объяснения этого «дальнодействия». Можно заявить, что «дальнодействие» теории дополнительных параметров не нарушает принципы СТО (и, следовательно, принципа локальности) по тем же причинам, что и квантовая нелокальность – вследствие отсутствия явно зафиксированной передачи информации [5, 8]. При таких условиях теория дополнительных параметров дает такие же предсказания, что и квантовая механика:

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (35)$$

Эта формула закона Малуса с точки зрения теории дополнительных параметров имеет простое и наглядное объяснение. Вероятность совместного прохождения поляризаторов двумя запутанными фотонами $P(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ равна произведению двух вероятностей. Первая вероятность $1/2$ –

это известная вероятность прохождения первым фотоном своего поляризатора. Вторая вероятность – второй сомножитель в формуле (35) – это вероятность прохождения вторым фотоном своего поляризатора. Как видим, эта вероятность вычисляется по известной формуле (2) как вероятность прохождения фотоном поляризатора, образующего угол (\mathbf{a}, \mathbf{b}) с направлением поляризации фотона. С точки зрения теории дополнительных параметров этот угол равен углу между поляризаторами, поскольку второй фотон вследствие «дальнодействия» под воздействием первого измерения приобретает направление поляризации, равное направлению первого фотона (и поляризатора).

Выводы

Белловский аргумент (нарушение неравенств) не является достаточным основанием для опровержения теорий дополнительных параметров и эйнштейновских представлений об элементах физической реальности. Основной вопрос - о нерелятивистской зависимости в поведении запутанных частиц – остается открытым. Причиной возникновения противостояния между теорией дополнительных параметров и квантовой механикой следует считать подмену понятий – каждая из теорий рассматривает свой собственный класс частиц.

Все локальные теории описывают явление запутанности с вероятностной точки зрения, принимающей, что корреляция пар частиц вызвана «случайным», вероятностным совпадением измерений, поскольку оба измерения не могут влиять друг на друга. Эксперименты Аспекта (и других исследователей) показали, что результаты измерений зависят друг от друга, поэтому локальная вероятностная модель не может быть применена к запутанным частицам.

Локальное вероятностное описание может быть применено к специфической модели псевдо-запутанных частиц. Эта модель одинаково описывается и локальной теорией дополнительного параметра и квантовой теорией.

В эксперименте по схеме Аспекта [2] с использованием в качестве источника частиц источник псевдо-запутанных частиц обе теории дают одинаковые предсказания совместного прохождения частиц. Эти предсказания отличаются от предсказаний квантовой теории для запутанных частиц и от результатов эксперимента с этими частицами.

Эксперимент по схеме Аспекта [2] с псевдо-запутанными частицами не проводился и его результат может совпасть с приведенным анализом. Такой результат не противоречит ни квантовой теории, ни теории дополнительного параметра и наиболее вероятен.

Плохо обоснованным является предположение, что возможен иной исход эксперимента с источником псевдо-запутанных частиц по схеме Аспекта [1, 2], когда количества совместных прохождений частиц совпадут с предсказаниями квантовой теории для запутанных частиц. Такой исход будет означать ошибочность представлений об отсутствии у запутанных частиц определенной поляризации.

Литература

1. Aspect A., Dalibard J., Roger G., Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analysers. – Phys. Rev. Lett. 49, 25, (1982).
2. Aspect A., «Bell's theorem: the naive view of an experimentalist», 2001, http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip
3. Aspect A., *Теорема Белла: наивный взгляд экспериментатора*, (Пер. с англ. Путенихина П.В.), Квантовая Магия, 4, 2135 (2007), <http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2135.html>
4. Bell J.S., On the Einstein Podolsky Rosen paradox, Physics Vol.1, No.3, pp.198-200, 1964
5. Zbinden H., Brendel J., Gisin N., Tittel W., Experimental test of non-local quantum correlation in relativistic configurations, Group of Applied Physics, University of Geneva, February 7, 2006 (2000)
6. Пенроуз Роджер, Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики: Пер. с англ. / Общ. ред. В.О.Малышенко. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 384 с.
Roger Penrose, The Emperor's New Mind. Concerning Computers, Minds and The Laws of Physics. Oxford University Press, 1989.

7. Путенихин П.В., Эксперимент по схеме Аспекта с источником псевдо-запутанных частиц, Квантовая Магия, 4, 2167 (2007),
<http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2167.html>
8. Путенихин П.В., *Квантовая механика против СТО*, SciTecLibrary, 2008,
<http://econf.rae.ru/article/6362>
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/kmvsto.shtml
<http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2130.html>
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/8918.html>
http://www.scorcher.ru/theory_publisher/show_art.php?id=370
<http://econf.rae.ru/pdf/2011/11/716.pdf>
9. Садбери А., Квантовая механика и физика элементарных частиц, М.: Мир, 1989
10. Эйнштейн А. Собрание научных трудов в четырех томах. Том 4. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. М.: Наука, 1967,
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Einstein_t4_1967ru.djvu
11. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. Можно ли считать квантовомеханическое описание физической реальности полным? / Эйнштейн А. Собр. научных трудов, т. 3. М., Наука, 1966, с. 604-611
12. Путенихин П.В., Эксперимент по схеме Аспекта с псевдо-запутанными частицами, 2007,
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/pseudo.shtml
<http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL422007/p2167.html>
http://www.scorcher.ru/theory_publisher/show_art.php?id=355