

Протокол для оптимального считывания квантовых разрядов с помощью непрерывного квантового неразрушающего измерения

Мы изучаем то, как самопроизвольная релаксация квантового разряда влияет на непрерывное квантовое неразрушающее измерение начального состояния разряда. Имея зашумленные данные измерения, мы ставим целью узнать, был ли квантовый разряд в основном или возбужденном состоянии. Мы исследуем четыре разных протокола измерений, три из которых используют линейный фильтр (с различными весовыми коэффициентами), а четвертый использует нелинейный коэффициент, дающий теоретически оптимальную оценку начального состояния разряда. Мы считаем, что релаксация кубита со скоростью $1/T_1$ сильно влияет на точность любого протокола измерений. Чтобы избежать ошибок из-за этого недостатка, измерение должно быть проведено за время, которое убывает линейно вместе с желаемой точностью, в то же время поддерживая сигнал, адекватный с точки зрения уровня зашумленности. Мы считаем, что для нелинейного фильтра предполагаемая точность всегда лучше, чем для линейного, и что точность является монотонно возрастающей функцией времени измерения. Например, чтобы достигнуть 90% точности, линейный фильтр требует сигнал с уровнем шума ~ 30 за время T_1 , в то время как нелинейный фильтр требует только сигнал с уровнем шума ~ 18 .

I. ВВЕДЕНИЕ

В данной статье мы рассматриваем следующий вопрос. Имеется квантовый разряд, который изначально находится либо в основном, либо в возбужденном состоянии с конечным временем жизни T_1 , каким будет наилучший способ использовать непрерывное-во-времени квантовое неразрушающее (КНР) измерение шума для оптимальной оценки начального состояния (основного или возбужденного) квантового разряда?^[1,2,3,4,5,6] Некоторые авторы ранее рассматривали схожую проблему оптимального измерения прежнего состояния квантового разряда, основываясь на данных прошлых и настоящих измерений, но, насколько нам известно, вопрос, рассматриваемый здесь, ранее не изучался.^[7] КНР измерения играют центральную роль в теоретическом и практическом осуществлении квантовых измерений. В КНР измерении эффект взаимодействия по принципу Гамильтона согласовывает систему измеряющего аппарата с измеряемым количеством, так чтобы количество стало константой движения. Это не влечет за собой полное отсутствие влияния на состояние квантового разряда, но означает, что измерение можно повторить. К примеру, измерение Штерна-Герлаха $\hat{\sigma}_z$ для изначально подготовленной частицы с $\frac{1}{2}$ спина в собственном состоянии $\hat{\sigma}_x$ случайным образом даст результаты $+1$ и -1 с равной вероятностью. Однако все последующие измерения дадут тот же самый результат, как и начальное измерение. Есть два основных пути измерения квантовых разрядов. Первый метод – фиксирующееся измерение, к примеру, квантовый разряд изменяет переключающий ток (или состояние) прилегающего джозефсоновского контакта^[14,15] или точку бифуркации нелинейной вибрации плазмы Джозефсона.^[16,17,18] В фиксирующих измерениях такого рода квантовый разряд измеряется очень быстро с очень высоким уровнем шума и через очень небольшие промежутки. Некоторые из таких сильных измерений могут в принципе быть КНР.^[10,11,14,18] Второй метод – предоставить последовательность повторяемых или слабых непрерывных квантовых неразрушающих (КНР) измерений, которые оставят неизменной совокупность квантовых разрядов.^[14,19,20]

II. КВАНТОВЫЙ РАЗРЯД НЕОГРАНИЧЕННОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

Стоит сначала рассмотреть случай, когда квантовый разряд не может релаксировать из состояния, в котором он подготовлен, то есть он постоянно «фиксирован». Это позволяет нам формализовать наше интуитивное понимание общего непрерывного измерения и дает нам результат, с которым мы можем сравнить случай с ограниченной долговечностью. Мы рассматриваем измерение квантового разряда в двух состояниях $|+1\rangle$ (возбужденный) и $|-1\rangle$ (основной) и предполагаем, что результаты измерения получены исходя из истинного значения квантового разряда с учетом Гауссовского шума.

Это предположение справедливо, к примеру, для квантовых электродинамических экспериментов на последовательной цепи, в которых резонатор дисперсивно спарен с квантовыми разрядами (нет передачи энергии между резонатором и квантовым разрядом). Гомодинное измерение резонатора в результате покажет состояние резонатора (которое является пропорциональным $\hat{\sigma}_z$) с учетом Гауссовского шума. Гауссовский шум будет по меньшей мере шумом от выстрела фотона, но в настоящих опытах над ним доминирует последующее усиление.^[8,9,12,13] В других словах, измерение верно, и если системы находятся в состоянии $i=\pm 1$, наш детектор за временной

интервал dT показывает $\psi(T)$ со статистическим $P(\psi \setminus i) = \sqrt{\frac{dT \cdot SNR}{2\pi}} \exp[-(\psi - i)^2 dT \cdot SNR / 2]$.

Для удобства мы также ввели безразмерное время $T = t/T_1$, где T_1 – произвольное, но конечное число, которое станет временем релаксации, когда мы будем работать со случаем ограниченной долговечности. SNR здесь является отношением интегрируемой силы сигнала к силе шума. Оно линейно во времени интеграции и мы принимаем условность определения SNR как полученное в результате интегрирования для времени T_1 .

Исходя из этого распределения, мы можем записать $\psi(t)$ в понятиях Винеровского приращения $dW(T)$ ^[21] как $\psi d(T) = i \pm (T)dT + \sqrt{SNR^{-1}} dW(\tau)$. Здесь мы ввели нижний индекс \pm , чтобы показать возможную реализацию динамики квантового разряда исходя из начального состояния ± 1 . В этом случае квантовый разряд может быть приведен в любое начальное состояние, но из-за его неограниченной долговечности, он фиксирован в том состоянии, в котором был изначально, на все время измерения. То есть $i\pm(T) = \pm 1$.

III. ЛИНЕЙНЫЙ ФИЛЬТР ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

A. Распределение вероятности для КНР измерения

Здесь мы рассматриваем тот же протокол измерения, как и в Разделе II, однако в отличие от квантового разряда с неограниченной долговечностью, для которой оба состояния ведут себя одинаково, квантовый разряд с ограниченной долговечностью имеет фундаментальную асимметрию в том, как себя ведут возбужденное и основное состояния. Мы полагаем (в нашей модели), что возбужденное состояние ослабляется с коэффициентом $1/T_1$, а переходный коэффициент для перехода из основного состояния – ноль. Квантовый разряд, подготовленный в основном состоянии, никогда не будет активизирован, и с ним можно работать почти как с фиксированным квантовым зарядом выше и таким образом $P_{-}(s) = P_{-}^{\text{fixed}}(s)$. Изначально возбужденный квантовый разряд, напротив, будет производить множество усредненных выходных сигналов, которые будут ослабевать по экспоненте с порядком в безразмерное время $T_1 \equiv 1$. То есть, если квантовый разряд изначально был в возбужденном состоянии, то $i\pm(T)$ будет подчиняться $i \pm (T) = \theta (Td - T) - \theta (T - Td)$. Таким образом, имея возможную реализацию $i\pm(T)$, мы можем произвести типичную запись, которую получает экспериментатор, используя

$\psi(\tau)d\tau = i \pm (\tau)d\tau + \sqrt{SNR^{-1}} dW(\tau)$. Развитие вероятностных распределений во времени для КНР измерения квантовых разрядов, использованных в основном (синем) и возбужденном (красном) состояниях устанавливает линейный фильтр преобразователя и $SNR = 30$.

B. Оптимальный фильтр преобразователя

Поведение точности как функции интеграции времени для КНР исследования квантового разряда очень отличается от измерений фиксированного квантового разряда, который никогда не релаксирует. Вспомним, что для фиксированного случая точность, в конечном счете, сходится к одному, отличному от SNR. Различие в том, что из-за не обязательной симметричности распределений, V_{th} порог сигнала не всегда равен нулю. Максимизация F относительно V_{th} показывает следующее неявное равенство для V_{th} $P + (V_{th}) = P - (V_{th})$. Побочное замечание, что мы можем записать точность (оптимизированную относительно V_{th}) в альтернативном виде

$$F = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} ds | P + (s) - P - (s) |$$

. Несмотря на сложности ограниченной долговечности, интеграции

в могут ана $F \equiv 1 - \int_{-\infty}^{V_{th}} ds P_+(s) - \int_{V_{th}}^{\infty} ds P_-(s)$. (2.5) эксимизирована численным разрешением для V_{th} такого, что $P_-(V_{th}) = P_+(V_{th})$. Используя правильное значение $V_{th}(T_f)$, мы сразу вычисляем $F(T_f)$ и затем изменяем T_f , чтобы получить оптимальное значение времени интеграции. Грубо говоря, точность – это мера того, насколько разрознены значения распределения вероятности, между 0 для полного перекрытия и 1 для отсутствия перекрытия. Точность ограничена детектором шума на короткое время и самопроизвольной релаксацией на долгое время. Если $T_f \ll 1$, вероятность релаксации во время измерения очень мала, и точность ведет себя почти так же, как в фиксированном случае: она увеличивается с увеличивающимся T_f .

IV. ЛИНЕЙНЫЙ ФИЛЬТР, УБЫВАЮЩИЙ ПО ЭКСПОНЕНТЕ

В этом разделе мы рассмотрим случай, когда мы включаем экспоненциальный весовой коэффициент в наш интегрированный сигнал s . Это буква будет оптимальным линейным фильтром, если наш сигнал был просто затухающей экспонентой со случайной начальной амплитудой, это может быть доказано путем минимизации нашей оценки амплитуды в наименьших квадратах. Однако, даже если наш сигнал в среднем из таковых видов, в одном конкретном запуске не получится. Таким образом, это будет не оптимальный линейный фильтр для оценки начального состояния кубита. По этой причине мы вводим T_f время интеграции и оптимизации измерений верности. То есть, сигнал s для этого фильтра имеет вид

$$S = \int_0^{T_f} d\tau \cdot \psi(\tau) e^{-\tau}$$
 . Как и в предыдущем разделе мы сначала определим, возможно ли, что кубит может быть в возбужденном состоянии. Выполнение этого дает

$$S_{\pm} = \int_0^{T_f} d\tau [\theta(d\tau - \tau) - \theta(\tau - d\tau)] e^{-\tau} + \sqrt{SNR^{-1}} \int_0^{T_f} dW(\tau) e^{-\tau}$$
 и относится к шуму интеграла как просто линейная комбинация бесконечно малых гауссовских величин.

Мы разработали наш фильтр, так что когда все сведения о состоянии кубита были потеряны в T_1 шум в интегрированный сигнал останется постоянным.

V. ОПТИМАЛЬНЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ ФИЛЬТР

В этом разделе мы рассчитываем оптимальный линейный фильтр для начального состояния

квантового разряда. Мы определяем линейный сигнал s как соотношение $S = \int_0^{\infty} \kappa(\tau) \psi(\tau) d\tau$, где ядро $k(t)$ неизвестно и определяется с точки зрения максимизации точности измерения. Это, как и раньше, определяется как разница между вероятностью, что мы получим верное распределение и неверное распределение, равная (2.5). Критерии распределения, которые мы используем, те же – если s выше V_{th} , то мы считаем, что квантовый разряд изначально был возбужден, а если s ниже V_{th} , то нет. V_{th} , как и $k(t)$, определяется процедурой максимизации, которую мы сейчас опишем. Для неизвестного ядра сигнал, обусловленный возбужденным квантовым разрядом, будет дан как $s_+ = 2a(T_d) - a(\infty) + X_G[0, \sigma^2]$, если квантовый разряд был изначально в основном состоянии, то сигнал будет $s_- = -a(\infty) + X_G[0, \sigma^2]$. Из выше приведенных равенств получаем распределение сигнала s для возбужденного и основного состояний. Максимизация дает следующий набор спаренных дифференциальных равенств $dT a(T) = K(T)$, $dT \kappa(T) = -\exp\{-T - 2a(T)[a(T) - a(\infty) - V_{th}] / \sigma^2\}$, с начальными значениями $k(0) = 1$, $a(0) = 0$, и граничным значением $k(\infty) = 0$. Именно второе условие определяет V_{th} . Эта система равенств может быть численно разрешена методом стрельбы. Результаты показаны на рис. 5 для SNR 1.0 и 172. Здесь мы видим, что для небольшого SNR ядро $k(T)$ можно хорошо приближенно выразить как $\exp(-Bt)$, где B – параметр подгонки, примерно равный $1 + SNR/2$.^[22] Для большого SNR лимит для $k(T)$ не может быть подобран в виде экспоненты. В целях иллюстрации оптимальный линейный фильтр сравнен с оптимальным линейным фильтром преобразователя на рис. 5б для SNR 172. Здесь мы видим, что время, за которое оптимальный линейный фильтр

преобразователя выключается, сравнимо с временной шкалой оптимального линейного фильтра. Численно решая равенство для $k(T)$ с данным σ , можно использовать

$$F = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\tau_d} \operatorname{erf}\left(\frac{2a(\tau_d) - a(\infty) - \nu_{th}}{\sqrt{2}\sigma}\right) d\tau_d, \quad \sigma = \sqrt{\int_0^\infty k^2(\tau') d\tau' / \text{SNR}}$$

$$-\frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{-a(\infty) - \nu_{th}}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad \text{и}$$

для определения точности оптимального линейного фильтра как функции SNR. Это видно на рис. 4 в виде прерывистой линии. Здесь мы видим, что оптимальный линейный фильтр дает лучшие результаты, чем другие линейные фильтры и практически так же хорош, как оптимальный фильтр.

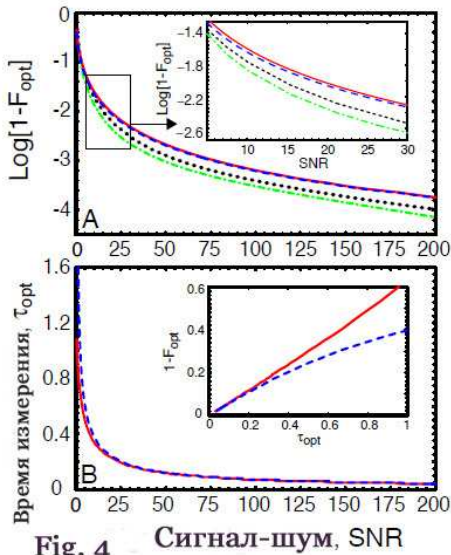


Fig. 4 Сигнал-шум, SNR

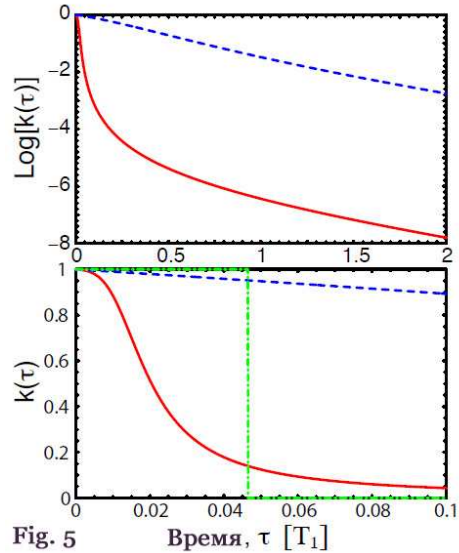


Fig. 5 Время, τ [T_1]

VI. СРАВНЕНИЕ С ФИКСИРОВАННЫМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ

Проблемы когда квантовый бит не может вернуться в исходное состояние, для достижения высокой точности в непрерывном измерении, также существуют в других схемах измерения. Для сравнения, рассмотрим фиксации измерения, где триггеры это состояния кубита классического переключения измерительной аппаратуры.^[14,15,16,17,18] Такие измерения имеют преимущество, и SNR бесконечно. Мы можем примерно взять модель этого процесса, как мгновенное измерение, при условии что T_{arm} – ограниченное время, необходимым для создания предварительно состояния детектора. Предположим, что этап вооружения происходит после подготовленного кубита. Измерение кубита в возбужденном состоянии не правильное, если кубит не вернется в исходное состояние перед измерением. Вероятность того, что кубит не в исходном состоянии во время T_{arm} экспоненциально растет по отношению к 1, поэтому точность падает в геометрической прогрессии, $F(T_{\text{arm}}) = e^{-T_{\text{arm}}}$. Фиксации измерения обычно вызывает некоторое смешивание состояний, так что фактическая фиксация может быть ниже, чем для непрерывной QND.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели и оценили кубиты начального состояния (возбужденное или основное) с помощью непрерывного по времени квантового измерения для четырех различных измерений протоколов. В этих протоколах результаты измерений интегрированы в окно преобразователя (линейный фильтр), экспоненциально затухающему фильтру, оптимального линейного и нелинейного Байесовского фильтра, который по определению является оптимальным теоретическим фильтром. Мы обнаружили, что во всех этих протоколов существует теоретический предел на измерение фиксации. Определяющим фактором этого предела является сигнал-шум измерения. Наши результаты приведены в таблице I, где мы видим, что нелинейный фильтр достигает той же верности, как линейные фильтры для существенно меньше требующих отношения сигнал-шум. Наконец, мы сравнили непрерывные квантовые результаты с фиксацией

измерения и обнаружили, что существует количественно разные, но качественно подобные ограничения на точность фиксации измерения. Отношение сигнал-шум должны сделать успешным кубит единого квантового измерения, достижимого в ближайшем будущем, и нет никаких причин, почему высокая верность измерения не может существовать.

F	$\text{SNR}_{\text{fixed}}$	$\text{SNR}_{\text{BC}} (\tau_{\text{opt}})$	$\text{SNR}_{\text{exp}} (\tau_{\text{opt}})$	SNR_{OL}	SNR_{NL}	τ_{arm}
50%	0.50	1.47 (0.82)	1.23 (1.59)	1.17	1.1	0.7
67%	1.0	4.05 (0.55)	3.58 (0.75)	3.10	2.9	0.40
90%	2.7	29.9 (0.17)	28.7 (0.18)	22.1	18.	0.11
95%	3.8	77.3 (0.087)	75.7 (0.090)	55.9	48.	0.05
99%	6.7	574. (0.018)	572. (0.018)	420	269.	0.01

- [1] H. J. Carmichael, Открытый системный подход в квантовой оптике (Springer-Verlag, Berlin, 1993).
- [2] Y. Makhlin, G. Schön, and A. Shnirman, Phys. Rev. Lett. 85, 4578 (2000).
- [3] A. N. Korotkov, Phys. Rev. B 63, 115403 (2001).
- [4] Y. Makhlin, G. Schoen, and A. Shnirman, Rev. Mod. Phys. 73, 357 (2001).
- [5] A. N. Korotkov and D. V. Averin, Phys. Rev. B 64, 165310 (2001).
- [6] H.-S. Goan, G. J. Milburn, H. M. Wiseman, and H. B. Sun, Phys. Rev. B 63, 125326 (2001).
- [7] Asher Peres, Квантовая теория: концепции и методы (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1993).
- [8] D. I. Schuster, A. Wallraff, A. Blais, L. Frunzio, R. S. Huang, J. Majer, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Phys. Rev. Lett. 94, 123602 (2005).
- [9] J. Gambetta, A. Blais, D. I. Schuster, A. Wallraff, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Phys. Rev. 74, 042318 (2006).
- [10] C. van der Wal, A. ter Haar, F. Wilhelm, R. Schouten, C. Harmans, T. Orlando, S. Lloyd, and J. Mooij, Наука 290, 773 (2000).
- [11] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve, and M. Devoret, 296 Наука, 886 (2002).
- [12] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, R. S. Huang, J. Majer, S. Kumar, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, 431 Природа, 162 (2004).
- [13] A. Wallraff, D. I. Schuster, A. Blais, L. Frunzio, J. Majer, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Phys. Rev. Lett. 95, 060501 (2005).
- [14] J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, and C. Urbina, Phys. Rev. Lett. 89, 117901 (2002).
- [15] N. Katz, M. Ansmann, R. C. Bialczak, E. Lucero, R. McDermott, M. Neeley, M. Steffen, E. M. Weig, A. N. Cleland, J. M. Martinis, and A. N. Korotkov, Наука 312, 1498 (2006).
- [16] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, M. Metcalfe, C. Rigetti, L. Frunzio, and M. H. Devoret, Phys. Rev. Lett. 93, 207002 (2004).
- [17] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, L. Frunzio, M. Metcalfe, C. Rigetti, R. J. Schoelkopf, M. H. Devoret, D. Vion, and D. Esteve, Phys. Rev. Lett. 94, 027005 (2005).
- [18] I. Siddiqi, R. Vijay, M. Metcalfe, E. Boaknin, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf, and M. H. Devoret, Phys. Rev. B 73, 054510 (2006).
- [19] T. Duty, D. Gunnarsson, K. Bladh, and P. Delsing, Phys. Rev. B 69, 140503 (R) (2004).
- [20] K. W. Lehnert, B. A. Turek, K. Bladh, L. F. Spietz, D. Gunnarsson, P. Delsing, and R. J. Schoelkopf, Phys. Rev. Lett. 91, 106801 (2003).
- [21] C. Gardiner, Справочник по стохастическим методам: для Физики, химии и естественных наук (Springer, Berli, 1985).
- [22] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Численные Методы в C++ (Cambridge University Press, Cambridge, 2002)