

Pi-Theory of fundamental physical constants
Copyright ©20012 V.B. Smolensky
All rights reserved including the right of reproduction in whole or in part in any form and the right of using of the principal ideas.
For information write
To Valeriy B. Smolensky
E-mail: alphapi@yandex.ru

Вопрос: почему постоянная тонкой структуры именно такая? Ответ: потому что пространство трехмерно. Полное обоснование и доказательство в настоящей статье.

© В.Б. Смоленский

В рамках Пи-Теории фундаментальных физических констант обосновывается и доказывается целочисленная 3-х мерность пространства. На примере теоретического вывода фундаментальных физических констант – постоянной тонкой структуры α и аномалии магнитного момента электрона a_e – доказано, что только в случае трехмерного пространства константы α и a_e имеют именно такие численные значения и не изменяются со временем. Представлены полные аналитические выводы. Прделаны высокоточные теоретические расчеты и приведены их результаты. Проведено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: Макс Борн, Р. Фейнман, теория возмущений, трехмерное пространство, квантовая электродинамика, вселенная.

1. Введение.

Состояние проблемы понимания физической природы постоянной тонкой структуры – безразмерной фундаментальной физической константы α и сложившуюся ситуацию с ее теоретическим определением в полной мере отражают актуальные и сегодня высказывания лауреатов Нобелевской премии по физике:

Макс Борн [1]:

“Более совершенная теория должна была бы вывести число α с помощью чисто математических рассуждений, не ссылаясь на результаты измерений”. “... то обстоятельство, что α имеет значение $\frac{1}{137}$, а не какое-нибудь другое, конечно же, является не делом случая, а законом природы. Ясно, что объяснение числа α есть одна из центральных проблем естествознания”.

Р. Фейнман [2]: “с тех пор, как оно было открыто... оно было загадкой. Всех искушенных физиков-теоретиков это число ставило в тупик и тем самым вызывало беспокойство. Непосредственно вам хотелось бы знать, откуда эта постоянная связи появилась: связана ли она с числом π или может быть она связана с натуральными логарифмами? Никто не знает”.

Авторы Берклеевского курса физики пишут [3]: “мы не располагаем теорией, которая предсказывала бы величину этой постоянной”.

В настоящей статье используется аналитический подход, т.е. все получаемые результаты – это решения соответствующих уравнений, причем в уравнениях отсутствуют свободные параметры (произвольные коэффициенты, вводимые для целей соответствия теоретических расчетов экспериментальным данным).

В виду важности проблемы теоретического определения α и a_e , приведены как окончательные, так и промежуточные результаты теоретических расчетов.

Предложенный в данной статье аналитический метод высокоточного определения α и a_e является альтернативой известному методу последовательных приближений теории возмущений квантовой электродинамики [9] и позволяет, при расчетах численных значений указанных констант, обойтись без трудоемких вычислительных и экспериментальных процедур.

2. Основные параметрические соотношения.

В Теории используются алгебраические уравнения с неизвестным x степени n [4, стр. 37] вида:

$$f(x) \equiv a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot x + a_n = 0 \quad (a_0 \neq 0). \quad (2.1)$$

Здесь n – целое неотрицательное число, a_0, a_1, \dots, a_n – действительные числа, $f(x)$ – многочлен степени n от одного переменного x вида [5, стр. 7]:

$$f(x) = (1+x)^n = 1 + n \cdot x + \frac{n \cdot (n-1)}{2!} \cdot x^2 + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3!} \cdot x^3 + \dots + \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \cdot x^r + \dots \quad (2.2)$$

Если n – целое положительное число, то выражение (2.2) состоит из конечного числа членов.

Алгебраическое уравнение вида (2.1) называется *действительным*, если все его коэффициенты a_i – *действительные числа*. Соответствующий действительный многочлен $f(x)$ вида (2.2), при всех действительных значениях x , принимает действительные значения [4, стр. 39].

В соответствии с теоремой Виета о корнях [6, стр. 121], уравнение (2.1) имеет ровно n корней, потому что его можно (единственным способом) представить в виде:

$$a_0 \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_2) \dots (x-x_n) = 0. \quad (2.3)$$

Числа x_1, x_2, \dots, x_n – корни уравнения (2.1).

Сумма корней (2.1) равна

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{a_1}{a_0}, \quad (2.4)$$

а произведение корней равно

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = (-1)^n \cdot \frac{a_n}{a_0}. \quad (2.5)$$

В соответствии с известной теоремой Н. Абея [7, стр. 27], ни для какого $n \geq 5$ *нельзя* указать формулу, которая выражала бы корни любого уравнения n -ой степени через его коэффициенты при помощи радикалов, т.е. действия извлечения корня и результата извлечения – получение числа вида $\sqrt[n]{a}$ [6, стр. 511].

Известно [4, стр. 38], что общие формулы, выражающие корни алгебраических уравнений через их коэффициенты и содержащие только *конечное число* операций сложений, вычитаний, умножений, делений и извлечений корня, существуют только для уравнений степени $n \leq 4$.

В Теории используются только *действительные* алгебраические уравнения вида (2.1) степени $n \leq 4$.

Запишем уравнение:

$$k_{\pi 0}^{n-1} \cdot \lambda_{\pi} \cdot (1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n = (\sqrt{2} \cdot \pi)^n \cdot \lambda_{\pi 0}^n. \quad (2.6)$$

Обозначим в (2.6):

$$k_{\pi 0} = \lambda_{\pi} \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}; \quad (2.7)$$

$$\lambda_{\pi 0}^n = \pi^{n-1} \cdot k_{\pi 0}^n. \quad (2.8)$$

где:

$\pi, \alpha_{\pi}, \beta_{\pi}, \Delta y_{\pi}$ – безразмерные параметры;

$k_{\pi 0}; \lambda_{\pi}$ и $\lambda_{\pi 0}$ – параметры, имеющие размерность длины;

$n = 1, 2, 3, \dots$ – числа натурального ряда.

Запишем (2.6) в виде

$$\frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^n} \cdot k_{\pi 0}^{n-1} \cdot \lambda_{\pi} = \lambda_{\pi 0}^n. \quad (2.9)$$

Обозначим левую часть уравнения (2.9) как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n}{(\sqrt{2} \cdot \pi_x)^n} \cdot k_{\pi 0}^{n-1}, \quad (2.10)$$

тогда (2.9) запишется:

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} \cdot \lambda_{\pi} = \lambda_{\pi 0}^n. \quad (2.11)$$

С учетом (2.7), (2.10) запишется как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^{n-1}}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^n} \cdot \lambda_{\pi}^{n-1}. \quad (2.12)$$

В то же время, с учетом (2.7), (2.8) и (2.11), $\lambda_{\pi S}^{n-1}$ в (2.12) запишется как

$$\lambda_{\pi S}^{n-1} = \pi^{n-1} (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^n \cdot \lambda_{\pi}^{n-1}. \quad (2.13)$$

Приравняем (2.12) и (2.13), получим:

$$\frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^{n-1}}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^n} \cdot \lambda_{\pi}^{n-1} = \pi^{n-1} \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^n \cdot \lambda_{\pi}^{n-1}. \quad (2.14)$$

Преобразуя (2.14), получим:

$$(\sqrt{2} \cdot \pi)^n \cdot \pi^{n-1} \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}) = (1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^n. \quad (2.15)$$

Запишем уравнение (2.6) для размерности пространства $n = 3$:

$$k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_{\pi} \cdot (1 + y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 = (\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \lambda_{\pi 0}^3, \quad (2.16)$$

тогда (2.8) запишется как

$$\lambda_{\pi 0}^3 = \pi^2 \cdot k_{\pi 0}^3. \quad (2.17)$$

Запишем (2.16) как

$$\frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3} \cdot k_{\pi 0}^2 \cdot \lambda_{\pi} = \lambda_{\pi 0}^3. \quad (2.18)$$

Обозначим в (2.18) площадь s_{π} как

$$s_{\pi} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3} \cdot k_{\pi 0}^2, \quad (2.19)$$

тогда (2.18), с учетом (2.19), запишется как

$$s_{\pi} \cdot \lambda_{\pi} = \lambda_{\pi 0}^3. \quad (2.20)$$

С учетом (2.7), (2.19) запишется как

$$s_{\pi} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^2}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3} \cdot \lambda_{\pi}^2. \quad (2.21)$$

В то же время, с учетом (2.7), (2.17) и (2.20), площадь s_{π} можно записать как

$$s_{\pi} = \pi^2 \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^3 \cdot \lambda_{\pi}^2. \quad (2.22)$$

В (2.22) элементарный скалярный объем $v_{\pi s}$ равен

$$v_{\pi s} = \pi^2 \cdot (\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi})^3 = \pi^2 \cdot r_{\pi s}^3. \quad (2.23)$$

Элементарный скалярный радиус $r_{\pi s}$ в (2.23) равен

$$r_{\pi s} = \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}. \quad (2.24)$$

Элементарный метрический объем v_{π} , с учетом (2.17), (2.20) и (2.22), запишется как

$$v_\pi = \pi^2 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3 \cdot \lambda_\pi^3. \quad (2.25)$$

Приравняв (2.21) и (2.22), получим:

$$(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = (1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3. \quad (2.26)$$

Правая часть (2.26) представляет собой многочлен (2.2) для случая $n = 3$:

$$(1 + x)^3 = 1 + 3 \cdot x + 3 \cdot x^2 + x^3. \quad (2.27)$$

Обозначив $x = \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi$, запишем (2.27) в виде

$$(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 = 1 + 3 \cdot \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi + 3 \cdot \Delta y_\pi^2 \cdot \alpha_\pi^2 + \Delta y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3. \quad (2.28)$$

Рассмотрим три случая для уравнения (2.26):

1. Если $(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 < 0$; $\pi > 0$, то (2.26) запишется как

$$(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot [-(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)] = -(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3. \quad (2.29)$$

Тогда (2.21) запишется в виде:

$$s_\pi = \frac{-(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 \cdot [-(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)]^2}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \quad (2.30)$$

Если

$$\frac{-(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 \cdot [-(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)]^2}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3} = -1, \quad (2.31)$$

то (2.30) запишется как

$$s_\pi = -\lambda_\pi^2. \quad (2.32)$$

Если площадь $s_\pi < 0$, то метрического интервала λ_π не существует, т.к. нельзя извлечь корень из отрицательной величины и получить действительное число, т.е. число $\sqrt{-\lambda_\pi^2}$ не существует.

2. Если $(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 < 0$; $\pi < 0$, то (2.26) запишется как

$$[\sqrt{2} \cdot (-\pi)]^3 \cdot (-\pi)^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = -(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3. \quad (2.33)$$

Тогда (2.21) запишется в виде

$$s_\pi = \frac{-(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^2}{[\sqrt{2} \cdot (-\pi)]^3} \cdot \lambda_\pi^2. \quad (2.34)$$

Если

$$\frac{-(1 + \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 \cdot (\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^2}{[\sqrt{2} \cdot (-\pi)]^3} = 1, \quad (2.35)$$

то (2.34) запишется как

$$s_\pi = \lambda_\pi^2. \quad (2.36)$$

Получается, что в этом случае $s_\pi > 0$ и метрический интервала λ_π существует, но, если $\pi < 0$, то например [8, стр. 176], пусть требуется решить неполное квадратное уравнение вида:

$$x^2 = \pi. \quad (2.37)$$

Геометрически это означает найти длину стороны квадрата, равного по площади кругу с радиусом 1.

Если $\pi < 0$, то решение уравнения (2.36) запишется как

$$x = \sqrt{-\pi}. \quad (2.38)$$

В этом случае, уравнение (2.36) не может иметь никакого положительного и никакого

отрицательного действительного корня, т.е. действительное число $\sqrt{-\pi}$ не существует.

3. Если $(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi)^3 > 0$, $\pi > 0$ то (2.26) запишется как:

$$\left(+\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi = +\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3. \quad (2.39)$$

Тогда (2.23) запишется в виде

$$s_\pi = \frac{\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3} \cdot \lambda_\pi^2. \quad (2.40)$$

Если

$$\frac{\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 \cdot \left(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi\right)^2}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3} = 1, \quad (2.41)$$

то (2.40) запишется как

$$s_\pi = \lambda_\pi^2. \quad (2.42)$$

Получается, что в случае $s_\pi > 0$; $\pi > 0$ метрический интервал λ_π существует.

Из рассмотрения вариантов делаем следующий вывод:

Должны выполняться абсолютно неравенства:

$$\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 > 0; \quad (2.43)$$

$$\pi > 0. \quad (2.44)$$

С учетом (2.43), из (2.26) следует, что должно абсолютно выполняться равенство:

$$\left(+\alpha_\pi\right) \cdot \left(+\beta_\pi\right) = \left(-\alpha_\pi\right) \cdot \left(-\beta_\pi\right)$$

С точки зрения симметрии, должны выполняться равенства:

$$\left(1+|\Delta y_\pi| \cdot |\alpha_\pi|\right)^3 = \begin{cases} \left[1+\left(+\Delta y_\pi\right) \cdot \left(+\alpha_\pi\right)\right]^3 & (2.45) \\ \left[1+\left(-\Delta y_\pi\right) \cdot \left(-\alpha_\pi\right)\right]^3 & (2.46) \end{cases}$$

Запишем (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi - \left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3 = 0. \quad (2.47)$$

Обозначим безразмерные параметры:

$$\beta_\pi = 1 + \beta_{\pi 0}; \quad (2.48)$$

$$\varphi_\pi = \frac{\alpha_\pi}{\beta_{\pi 0}}. \quad (2.49)$$

Из (2.26) запишем β_π :

$$\beta_\pi = \frac{\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi}. \quad (2.50)$$

Учитывая (2.48) запишем $\beta_{\pi 0}$:

$$\beta_{\pi 0} = \frac{\left(1+\Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi\right)^3}{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi} - 1. \quad (2.51)$$

Тогда, имея в виду (2.49) и (2.51), φ_π запишется как

$$\varphi_{\pi} = \frac{\alpha_{\pi}}{\frac{(1+\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi}} - 1} \quad (2.52)$$

или

$$\varphi_{\pi} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi}^2}{(1+\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 - 1}. \quad (2.53)$$

Из (2.53) следует, что:

$$\varphi_{\pi} \begin{cases} > 0, \text{ если } (1+\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 > 1, \quad (\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi} > 0). \\ = \infty, \text{ если } (1+\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 = 1, \quad (\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi} = 0). \\ < 0, \text{ если } (1+\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3 < 1, \quad (\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi} < 0). \end{cases} \quad (2.54)$$

С учетом (2.48) и (2.49), произведение α_{π} и β_{π} запишется как

$$\frac{\alpha_{\pi}^2}{\varphi_{\pi}} + \alpha_{\pi} = \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} \quad (2.55)$$

Или

$$\frac{\alpha_{\pi}^2}{\varphi_{\pi}} + \alpha_{\pi} - \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = 0. \quad (2.56)$$

Уравнение (2.56) – алгебраическое уравнение 2-й степени, записываемое в общем виде [6, стр. 262]:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, \quad (a \neq 0). \quad (2.57)$$

Корни уравнения (2.57) определяются из формулы:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}. \quad (2.58)$$

Дискриминант D уравнения (2.57):

$$D = \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}. \quad (2.59)$$

С учетом (2.4) и (2.5):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad (2.60)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \quad (2.61)$$

Если уравнение (2.57) действительно и $D > 0$, то его корни x_1 и x_2 действительные и различные.

Если $D = 0$, то $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2 \cdot a}$. Случай, когда $D < 0$ в Теории не рассматривается.

Определим корни уравнения (2.56) как:

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_{\pi} \cdot \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}}{\varphi_{\pi}}}}{2}; \quad (2.62)$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_{\pi} \cdot \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}}{\varphi_{\pi}}}}{2}. \quad (2.63)$$

С учетом (2.48) и (2.49), произведение $\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}$ можно записать в виде:

$$\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = \varphi_{\pi} \cdot \beta_{\pi 0} + \varphi_{\pi} \cdot \beta_{\pi 0}^2 \quad (2.64)$$

или, поделив (2.64) на φ_π , запишем (2.64) как

$$\beta_{\pi 0}^2 + \beta_{\pi 0} - \frac{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi} = 0. \quad (2.65)$$

Корни уравнения (2.65):

$$\beta_{\pi 01} = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}; \quad (2.66)$$

$$\beta_{\pi 02} = \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \alpha_\pi \cdot \beta_\pi}{\varphi_\pi}}}{2}. \quad (2.67)$$

С учетом (2.66) и (2.67), запишем (2.62) и (2.63) как:

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 01}; \quad (2.68)$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 02}. \quad (2.69)$$

В виду того, что $\beta_{\pi 01} + \beta_{\pi 02} = -1$ и $\beta_{\pi 02} = \beta_\pi = -(1 + \beta_{\pi 01})$, (2.62) и (2.63) запишутся как

$$\alpha_{\pi 1} = \varphi_\pi \cdot \beta_{\pi 0}; \quad (2.70)$$

$$\alpha_{\pi 2} = \varphi_\pi \cdot \beta_\pi. \quad (2.71)$$

Запишем (2.47), с учетом (2.28), (2.48) и (2.49) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\alpha_\pi^2}{\varphi_\pi} + \left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_\pi - 1 - 3 \cdot \Delta y_\pi \cdot \alpha_\pi - 3 \cdot \Delta y_\pi^2 \cdot \alpha_\pi^2 - \Delta y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3 = 0. \quad (2.72)$$

Сгруппировав члены уравнений (2.72), получим:

$$-\Delta y_\pi^3 \cdot \alpha_\pi^3 + \left[\frac{\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2}{\varphi_\pi} - 3 \cdot \Delta y_\pi^2 \right] \cdot \alpha_\pi^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 - 3 \cdot \Delta y_\pi \right] \cdot \alpha_\pi - 1 = 0. \quad (2.73)$$

Уравнение (2.72) – алгебраическое уравнение 3-й степени и записывается как [6, стр. 304]:

$$a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d = 0, \quad a \neq 0. \quad (2.74)$$

Сумма и произведение корней (2.73), в соответствии с (2.4) и (2.5):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}; \quad (2.75)$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}. \quad (2.76)$$

Заменяя в (2.74) x новым неизвестным y , связанным с x равенством

$$x = y - \frac{b}{3a}, \quad (2.77)$$

уравнение (2.74) приводится к более простому (каноническому) виду:

$$y^3 + p \cdot y + q = 0. \quad (2.78)$$

В (2.78):

$$p = -\frac{b^2}{3 \cdot a^2} + \frac{c}{a}; \quad (2.79)$$

$$q = \frac{2 \cdot b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{b \cdot c}{3 \cdot a^2} + \frac{d}{a}. \quad (2.80)$$

Если коэффициенты уравнения (2.74) действительные числа, то вопрос о характере его корней зависит от знака выражения

$$Q = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}. \quad (2.81)$$

Если $Q > 0$, то уравнение (2.74) имеет три различных корня, причем один из них действительный, а два других – сопряженные комплексные.

Если $Q = 0$, то все три корня действительные, два из них равны.

Если $Q < 0$, (“неприводимый” случай), то все три корня действительные и различные.

Для случая $p = 0$ (2.78) запишется:

$$y^3 + q = 0, \quad (2.82)$$

$$y^3 = -q = -\left(\frac{2 \cdot b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{b \cdot c}{3 \cdot a^2} + \frac{d}{a}\right) \quad (2.83)$$

Чтобы выполнялось $y^3 > 0$ для действительного значения y , необходимо выполнение условия $-q > 0$, т.е. $q < 0$.

Для $p = 0$ (2.79) запишется как

$$0 = -\frac{b^2}{3a^2} + \frac{c}{a} \quad (2.84)$$

Или

$$c = \frac{b^2}{3 \cdot a}. \quad (2.85)$$

С учетом (2.85), (2.80) запишется как

$$q = -\frac{b^3}{27 \cdot a^3} + \frac{d}{a}. \quad (2.86)$$

С учетом (2.86), (2.83) запишется как

$$y^3 = -q = -\left(-\frac{b^3}{27 \cdot a^3} + \frac{d}{a}\right) \quad (2.87)$$

или

$$y^3 = \frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a}, \quad (2.88)$$

тогда y :

$$y = \sqrt[3]{\frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a}} \quad (2.89)$$

и (2.77) запишется как

$$x = \sqrt[3]{\frac{b^3}{27 \cdot a^3} - \frac{d}{a} - \frac{b}{3a}}. \quad (2.90)$$

Запишем (2.26) в виде

$$\left(1 + |\Delta y_{\pi x}| \cdot |\alpha_{\pi x}|\right)^3 = k_{\pi \alpha x} \quad (k_{\pi \alpha x} > 0). \quad (2.91)$$

Отметим, что, в соответствии с (2.43), $k_{\pi \alpha x} > 0$.

С учетом (2.28), запишем (2.91):

$$\Delta y_{\pi x}^3 \cdot \alpha_{\pi x}^3 + 3 \cdot \Delta y_{\pi x}^2 \cdot \alpha_{\pi x}^2 + 3 \cdot \Delta y_{\pi x} \cdot \alpha_{\pi x} + 1 - k_{\pi \alpha x} = 0. \quad (2.92)$$

$$\text{В (2.92):} \quad a = \Delta y_{\pi x}^3; \quad b = 3 \cdot \Delta y_{\pi x}^2; \quad c = 3 \cdot \Delta y_{\pi x}; \quad d = 1 - k_{\pi \alpha x}. \quad (2.93)$$

С учетом (2.93), запишем (2.87):

$$y^3 = \frac{k_{\pi \alpha x}}{\Delta y_{\pi x}^3}. \quad (2.94)$$

$$\frac{b}{3a} = \frac{1}{\Delta y_{\pi x}}. \quad (2.95)$$

С учетом (2.86) и (2.95), запишем (2.90) как

$$\alpha_{\pi x} = \sqrt[3]{\frac{k_{\pi \alpha x}}{\Delta y_{\pi x}^3}} - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.96)$$

и в виде

$$\alpha_{\pi x} = \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi \alpha x}} - 1 \right). \quad (2.97)$$

Известно [4, стр. 37], что решить уравнение вида

$$f(x) = 0. \quad (2.98)$$

с неизвестным x – значит найти значения x (корни уравнения, нули функции $f(x)$), удовлетворяющие (2.98). Решение можно проверить подстановкой.

Неполное квадратное уравнение можно записать в виде [8, стр. 174]:

$$x^2 = m \quad (m - \text{известная величина}). \quad (2.99)$$

Решение уравнения (2.99) имеет вид:

$$x = \sqrt{m}. \quad (2.100)$$

Возможны три случая:

1. Если $m > 0$, то квадратный корень \sqrt{m} уравнения (2.99) может иметь два действительных значения: одно положительное, другое отрицательное. Абсолютные величины этих значений одинаковы:

$$x_1 = +\sqrt{m}; \quad (2.100)$$

$$x_2 = -\sqrt{m}. \quad (2.101)$$

$$x^2 \neq x_1 \cdot x_2 \quad (2.102)$$

2. Если $m < 0$, то уравнение (2.99) не может иметь никакого положительного и никакого отрицательного действительного корня, т.е. действительное значение $\sqrt{-m}$ не существует и уравнение

$$x^2 = -m. \quad (2.103)$$

не имеет действительного корня.

3. Если $m = 0$, то и $x = 0$.

Запишем биквадратное уравнение в виде:

$$x^4 = \sigma, \quad \sigma > 0 \quad (\sigma - \text{известная величина}). \quad (2.104)$$

Введя новую переменную $y = x^2$, запишем (2.104) как

$$y^2 = \sigma. \quad (2.105)$$

Решением (2.105) будут два действительных значения корня $\sqrt{\sigma}$:

$$y_1 = +\sqrt{\sigma}; \quad (2.106)$$

$$y_2 = -\sqrt{\sigma}. \quad (2.107)$$

Введя новую переменную $y_1 = z^2$, запишем (2.106) как

$$z^2 = +\sqrt{\sigma}. \quad (2.108)$$

Решением (2.108) будут два действительных значения корня $\sqrt[4]{\sigma}$:

$$z_1 = +\sqrt[4]{\sigma}, \quad (2.109)$$

$$z_2 = -\sqrt[4]{\sigma}. \quad (2.110)$$

Запишем уравнение

$$\sqrt[2n]{m} = z^{2n} \quad (z - \text{известная величина}). \quad (2.111)$$

В (2.111), при любом знаке z , всегда найдется соответствующее действительное значение $m > 0$.
Запишем, с учетом (2.95), решения (2.77) уравнения (2.78) [4, стр. 44]:

1. Для случая $Q < 0, p < 0$:

$$y_1 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos \frac{\alpha}{3}, \quad (2.112)$$

$$y_{2,3} = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{3} \pm \frac{\pi}{3} \right), \quad (2.113)$$

где

$$\cos \alpha = -\frac{q}{2 \cdot \sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}. \quad (2.114)$$

$$x_1 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.115)$$

$$x_2 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.116)$$

$$x_2 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.117)$$

2. Для случая $Q \geq 0, p > 0$:

$$y_1 = -2 \cdot \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha, \quad (2.118)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \quad \left(\left| \alpha \right| \leq \frac{\pi}{4} \right), \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{2}{q} \sqrt{\left(\frac{p}{3} \right)^3} \quad \left(\left| \beta \right| \leq \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.119)$$

$$x_1 = -2 \cdot \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.120)$$

3. Для случая $Q \geq 0, p < 0$:

$$y_1 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \operatorname{cosec} 2\alpha, \quad (2.121)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} \quad \left(\left| \alpha \right| \leq \frac{\pi}{4} \right), \quad \sin \beta = \frac{2}{q} \sqrt{\left(-\frac{p}{3} \right)^3} \quad \left(\left| \beta \right| \leq \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.122)$$

$$x_1 = -2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cdot \operatorname{cosec} 2\alpha - \frac{1}{\Delta y_{\pi x}} \quad (2.123)$$

Во всех случаях берется действительное значение кубического корня.

3. Определение безразмерных параметров. Точные решения.

Запишем уравнение (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi \right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \bar{\beta}_{\pi} = \left(1 + \Delta y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0} \right)^3. \quad (3.1)$$

где:

$$\bar{\beta}_{\pi} = 1 + \bar{\beta}_{\pi 0}. \quad (3.2)$$

Имея в виду (2.101) – (2.106):

$$\Delta y_{\pi 0}^4 = 2 \cdot \pi. \quad (3.3)$$

Корнями уравнения (3.3) будут:

$$\Delta y_{\pi 01}^{(+)} = +\sqrt[4]{2 \cdot \pi}; \quad (3.4)$$

$$\Delta y_{\pi 02}^{(-)} = -\sqrt[4]{2 \cdot \pi}. \quad (3.5)$$

$$\varphi_{\pi 0} = \frac{\alpha_{\pi 0}}{\beta_{\pi 0}} = \sqrt{2} \cdot \pi_x. \quad (3.6)$$

Уравнение (3.1), с учетом (2.28), (3.2), (3.4), (3.5) и (3.6) запишется как

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_{\pi 0}}{\varphi_{\pi 0}}\right) = 1 + 3 \cdot \Delta y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0} + 3 \cdot \Delta y_{\pi 0}^2 \cdot \alpha_{\pi 0}^2 + \Delta y_{\pi 0}^3 \cdot \alpha_{\pi 0}^3 \quad (3.7)$$

или

$$-\Delta y_{\pi 0}^3 \cdot \alpha_{\pi 0}^3 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^2 \cdot \pi^2 - 3 \cdot \Delta y_{\pi 0}^2\right] \cdot \alpha_{\pi 0}^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^2 \cdot \pi^2 - 3 \cdot \Delta y_{\pi 0}\right] \cdot \alpha_{\pi 0} - 1 = 0. \quad (3.8)$$

Используя известные методы решения, найдем действительные корни кубического уравнения (3.8).

Исходные данные:

$$\pi = 3,1415926535897932384626433832795 \quad (3.9)$$

$$|\Delta y_{\pi 0}| = 1,5832334870861595385799030344546 \quad (3.10)$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4,4428829381583662470158809900607 \quad (3.11)$$

Результаты расчетов:

1. Если $\Delta y_{\pi 0} = \Delta y_{\pi 01}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi 01}^{(+)} = x_1 = 51,41401656886442235167871856429 \quad (3.12)$$

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = x_2 = 1,1614102380397693196470550905733 \cdot 10^{-3} \quad (3.13)$$

$$\alpha_{\pi 03}^{(-)} = x_3 = -4,2198587622313012311206388182648 \quad (3.14)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 01}^{(+)} = \frac{\alpha_{\pi 01}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 11,572219499030107774577904477118; \quad (3.15)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 02}^{(+)} = \frac{\alpha_{\pi 02}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 2,6140914676477819324851487686429 \cdot 10^{-4}; \quad (3.16)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 03}^{(-)} = \frac{\alpha_{\pi 03}^{(-)}}{\varphi_{\pi 0}} = -0,94980192387884262212525641713917. \quad (3.17)$$

2. Если $\Delta y_{\pi 0} = \Delta y_{\pi 02}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi 01}^{(+)' } = x_1' = 1,14873968803408533101899873 \cdot 10^{-3}; \quad (3.18)$$

$$\alpha_{\pi 02}^{(-)' } = x_2' = -31,074360458860292257761081821577; \quad (3.19)$$

$$\alpha_{\pi 03}^{(-)' } = x_3' = -31,84977386745631157625935451008. \quad (3.20)$$

Запишем уравнение (2.26) в виде:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = \left(1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}\right)^3. \quad (3.21)$$

Запишем уравнение:

$$x_{\pi \beta}^2 = \beta_{\pi e}^2. \quad (3.22)$$

Уравнение (3.22), вида (2.99) и имеет два действительных значения корня $x_{\pi \beta} = \pm \sqrt{\beta_{\pi e}^2}$:

$$x_{\pi\beta 1} = \beta_{\pi e 1}^{(+)} = 1 + \frac{\overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}}{\left(1 + \overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}\right)^3} = 1,0002612042496720228820849304645; \quad (3.23)$$

$$x_{\pi\beta 2} = \beta_{\pi e 2}^{(-)} = - \left[1 + \frac{\overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}}{\left(1 + \overline{\beta}_{\pi 02}^{(+)}\right)^3} \right] = -1,0002612042496720228820849304645. \quad (3.24)$$

Преобразуя, приведем (3.21) к виду:

$$-\Delta y_{\pi e}^3 \cdot \alpha_{\pi e}^3 - 3 \cdot \Delta y_{\pi e}^2 \cdot \alpha_{\pi e}^2 + \left[(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \beta_{\pi e} - 3 \cdot \Delta y_{\pi e} \right] \cdot \alpha_{\pi e} - 1 = 0. \quad (3.25)$$

Определим коэффициент $\Delta y_{\pi e}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{1}{\varphi_{\pi 0}} \cdot \alpha_{\pi x}^2 + \alpha_{\pi x} = \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} \quad (3.26)$$

или

$$\frac{1}{\varphi_{\pi 0}} \cdot \alpha_{\pi x}^2 + \alpha_{\pi x} - \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 0. \quad (3.27)$$

С учетом (2.58), отношение корней уравнения (3.27) запишется как:

$$\Delta_{\pi x} = \frac{\alpha_{\pi x 2}}{\alpha_{\pi x 1}} = \frac{-1 - \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\sqrt{2} \cdot \pi_x}}}{-1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \overline{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\sqrt{2} \cdot \pi_x}}}. \quad (3.28)$$

$$\Delta y_{\pi e 1,2} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\Delta y_{\pi 0}^3}, \quad (\Delta_{\pi x} < 0). \quad (3.29)$$

Имея в виду (3.4) и (3.5), запишем для $\Delta y_{\pi e}$:

$$\Delta y_{\pi e 1}^{(-)} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\Delta y_{\pi 01}^{(+)^3}} = -1,583073608067288561551448269766; \quad (3.30)$$

$$\Delta y_{\pi e 2}^{(+)} = \frac{\Delta_{\pi x}}{\Delta y_{\pi 02}^{(-)^3}} = 1,583073608067288561551448269766. \quad (3.31)$$

Используя известные методы решения, найдем действительные корни уравнения (3.25).

Исходные данные:

$$\varphi_{\pi 0} = 4,4428829381583662470158809900607; \quad (3.32)$$

$$\beta_{\pi e} = 1,0002612042496720228820849304645; \quad (3.33)$$

$$\Delta y_{\pi e} = 1,583073608067288561551448269766. \quad (3.34)$$

Результаты расчетов:

1. Если $\Delta y_{\pi e} = \Delta y_{\pi e}^{(+)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi e 1}^{(+)} = x_{e1} = 13,814165189147504446752717935587; \quad (3.35)$$

$$\alpha_{\pi e 2}^{(+)} = x_{e2} = 1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.36)$$

$$\alpha_{\pi e 3}^{(-)} = x_{e3} = -15,710374299039453313840730335841. \quad (3.37)$$

2. Если $\Delta y_{\pi e} = \Delta y_{\pi e}^{(-)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi e 1}^{(-)'} = x_{e1}' = -1,148737295298415229577161133 \cdot 10^{-3}. \quad (3.38)$$

3. Если $\Delta y_{\pi e} = \Delta y_{\pi e}^{(-)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(-)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(+)} = x_{e1}'' = 15,710374299039453313840730335842; \quad (3.39)$$

$$\alpha_{\pi e2}^{(-)} = x_{e2}'' = -1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.40)$$

$$\alpha_{\pi e3}^{(-)} = x_{e3}'' = -13,814165189147504446752717935587. \quad (3.41)$$

4. Если $\Delta y_{\pi e} = \Delta y_{\pi e}^{(-)}$; $\beta_{\pi e} = \beta_{\pi e}^{(+)}$, то:

$$\alpha_{\pi e1}^{(+)} = x_{e1}''' = 1,1487372952984152295771611481336 \cdot 10^{-3}. \quad (3.42)$$

Запишем (2.56), в виде:

$$\frac{\alpha_{\pi 0x}^2}{\varphi_{\pi 0}} + \alpha_{\pi 0x} - \alpha_{\pi 02}^{(+)} \cdot \bar{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 0. \quad (3.43)$$

Определим корни уравнения (3.43).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = 1,1614102380397693196470550905733 \cdot 10^{-3}; \quad (3.44)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 1,0002614091467647781932485148769; \quad (3.45)$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4,4428829381583662470158809900607. \quad (3.46)$$

Результаты расчетов:

$$\alpha_{\pi 0x1}^{(+)} = 1,1614102380397693196470550905716 \cdot 10^{-3}; \quad (3.47)$$

$$\alpha_{\pi 0x2}^{(-)} = -4,4440443483964060163355280451496; \quad (3.48)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 2}^{(-)} = \frac{\alpha_{\pi 0x2}^{(-)}}{\varphi_{\pi 0}} = -1,0002614091467647781932485148765. \quad (3.49)$$

Запишем (2.65) в виде:

$$\bar{\beta}_{\pi x}^2 + \bar{\beta}_{\pi x} - \frac{\alpha_{\pi 02}^{(+)} \cdot \bar{\beta}_{\pi 2}^{(+)}}{\varphi_{\pi 0}} = 0. \quad (3.50)$$

Определим корни уравнения (3.50).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 02}^{(+)} = 1,1614102380397693196470550905733 \cdot 10^{-3}; \quad (3.51)$$

$$\bar{\beta}_{\pi 2}^{(+)} = 1,0002614091467647781932485148769; \quad (3.52)$$

$$\varphi_{\pi 0} = 4,4428829381583662470158809900607. \quad (3.53)$$

Результаты расчетов:

$$\bar{\beta}_{\pi x1}^{(+)} = 2,614091467647781932485148765 \cdot 10^{-4}; \quad (3.54)$$

$$\bar{\beta}_{\pi x2}^{(-)} = -1,0002614091467647781932485148765. \quad (3.55)$$

Запишем (2.56) в виде:

$$\frac{\alpha_{\pi ex}^2}{\varphi_{\pi e}} + \alpha_{\pi ex} - \alpha_{\pi e2}^{(+)} \cdot \beta_{\pi e}^{(+)} = 0. \quad (3.56)$$

Определим корни уравнения (3.56).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi e2}^{(+)} = 1,1614098279067621100926220669725 \cdot 10^{-3}; \quad (3.57)$$

$$\beta_{\pi e}^{(+)} = 1,0002612042496720228820849304645; \quad (3.58)$$

$$\varphi_{\pi e} = 4,4463665095995512443046782203812. \quad (3.59)$$

Результаты расчетов:

$$\alpha_{\pi ex1}^{(+)} = 1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.60)$$

$$\alpha_{\pi ex 2}^{(-)} = \varphi_{\pi e} \cdot (-\beta_{\pi e}^{(+)}) = -4,4475279194274580064147708424466. \quad (3.61)$$

Запишем (2.65) в виде:

$$\beta_{\pi ex}^2 + \beta_{\pi ex} - \frac{\alpha_{\pi e 2}^{(+)} \cdot \beta_{\pi e}^{(+)}}{\varphi_{\pi e}} = 0. \quad (3.62)$$

Определим корни уравнения (3.62).

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi e 2}^{(+)} = 1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (3.63)$$

$$\beta_{\pi e}^{(+)} = 1,0002612042496720228820849304645; \quad (3.64)$$

$$\varphi_{\pi e} = 4,4463665095995512443046782203812. \quad (3.65)$$

Результаты расчетов:

$$\beta_{\pi ex 1}^{(+)} = 2,6120424967202288208493046446 \cdot 10^{-4}; \quad (3.66)$$

$$\beta_{\pi ex 2}^{(-)} = -1,00026120424967202288208493046446. \quad (3.67)$$

Далее, определим постоянную масштабной инвариантности $f_{\pi s}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{1 + \Delta y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}}{1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e})^3}{(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3}. \quad (3.68)$$

В виду того, что

$$(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = (1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi})^3, \quad (3.69)$$

Запишем (3.68) в виде:

$$\frac{1 + \Delta y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0}}{1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e})^3}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}}. \quad (3.70)$$

Отметим, что в соответствии с (2.42) $\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} > 0$, а это значит, что выполняется и (2.45), тогда:

$$\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = (-\alpha_{\pi}) \cdot (-\beta_{\pi}). \quad (3.71)$$

Из уравнения (3.70) найдем произведение $\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}$:

$$\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = \frac{(1 + \Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e})^4}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot (1 + \Delta y_{\pi 0} \cdot \alpha_{\pi 0})} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}}}{(\sqrt{2} \cdot \pi)^3 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_{\pi}}} = \sqrt[3]{\frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_{\pi}}} \quad (3.72)$$

или:

$$\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = \sqrt[3]{\frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_{\pi}}}. \quad (3.73)$$

Назовем произведение $\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}$ постоянной масштабной инвариантности $f_{\pi s}$, тогда:

$$f_{\pi s} = \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}. \quad (3.74)$$

α_{π} – постоянная тонкой структуры;

$$\beta_{\pi} – коэффициент отношения фундаментальных констант. \quad (3.75)$$

$$\quad (3.76)$$

Из (3.73) найдем $f_{\pi s}$.

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_{\pi}} = 1,1617138412991391736824094106293 \cdot 10^{-3}; \quad (3.77)$$

$$\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = 1,1617131930894222091114421317317 \cdot 10^{-3}. \quad (3.78)$$

Результат расчета:

$$f_{\pi s} = 1,1617129770195969289702545529785 \cdot 10^{-3}. \quad (3.79)$$

Далее, определим α_π и β_π .

Запишем уравнение:

$$\frac{\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}{\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e}} = \frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^3}{(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3}. \quad (3.80)$$

Из (3.80):

$$(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^3 = \frac{\alpha_{\pi e}^4 \cdot \beta_{\pi e}^4}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_\pi}. \quad (3.81)$$

Запишем (3.81) для n -мерного случая:

$$(\alpha_\pi \cdot \beta_\pi)^{n-1} = \frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^n}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_\pi}. \quad (3.82)$$

Тогда, для компоненты n - мерного пространства, (3.82) запишется как

$$\alpha_\pi \cdot \beta_\pi = \sqrt[n-1]{\frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^n}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_\pi}}. \quad (3.83)$$

Запишем уравнение:

$$\frac{[[\alpha \cdot \beta]]_\pi}{\alpha_{\pi 0} \cdot \beta_\pi} = \frac{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^3}{[[\alpha \cdot \beta]]_\pi^3} \quad (3.84)$$

или:

$$[[\alpha \cdot \beta]]_\pi^4 = (\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^3 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}. \quad (3.85)$$

Запишем (3.85) для n - мерного случая:

$$[[\alpha \cdot \beta]]_\pi^n = (\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^{n-1} \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}. \quad (3.86)$$

Для компоненты n - мерного пространства (3.86) запишется как

$$[[\alpha \cdot \beta]]_\pi = \sqrt[n]{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^{n-1} \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}}. \quad (3.87)$$

Обозначим отношение (3.87) к (3.83) как:

$$k_\pi^n = \frac{[[\alpha \cdot \beta]]_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}. \quad (3.88)$$

Определим из (3.88) коэффициент асимметрии k_π :

$$k_\pi = \sqrt[n]{\frac{[[\alpha \cdot \beta]]_\pi}{\alpha_\pi \cdot \beta_\pi}}. \quad (3.89)$$

Вычислим α_π и β_π .

Исходные данные:

$$\alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi} = 1,1617138412991391736824094106293 \cdot 10^{-3}; \quad (3.90)$$

$$\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e} = 1,1617131930894222091114421317317 \cdot 10^{-3}; \quad (3.91)$$

$$\alpha_{\pi e} = 1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}. \quad (3.92)$$

Результаты расчетов.

1. По формуле

$$[[\alpha \cdot \beta]]_\pi = \sqrt[4]{(\alpha_{\pi e} \cdot \beta_{\pi e})^3 \cdot \alpha_{\pi 0} \cdot \overline{\beta_\pi}} \quad (3.93)$$

находим $[[\alpha \cdot \beta]]_\pi$:

$$\llbracket \alpha \cdot \beta \rrbracket_{\pi} = 1,1617133551418175421672763105792 \cdot 10^{-3}. \quad (3.94)$$

2. По формуле

$$k_{\pi} = \sqrt[4]{\frac{\llbracket \alpha \cdot \beta \rrbracket_{\pi}}{\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}}} \quad (3.95)$$

находим k_{π} :

$$k_{\pi} = 1,0000000813716860232158897424093. \quad (3.96)$$

3. Определяем α_{π} как

$$\alpha_{\pi} = \frac{\alpha_{\pi e}}{k_{\pi}}. \quad (3.97)$$

$$\alpha_{\pi} = 1,1614097334008939394882079879548 \cdot 10^{-3}. \quad (3.98)$$

4. Определяем β_{π} как

$$\beta_{\pi} = \frac{f_{\pi s}}{\alpha_{\pi}}. \quad (3.99)$$

$$\beta_{\pi} = 1,0002610996016152003731797946565. \quad (3.100)$$

Далее, определим коэффициент абсолютной стабильности $k_{\pi st}$.

Вычислим соотношения:

$$k_{\pi}^9 = \left(\frac{\alpha_{\pi e}}{\alpha_{\pi}} \right)^9 = 1,0000007323454125776345714805304. \quad (3.101)$$

$$\left(\frac{\beta_{\pi e}}{\beta_{\pi}} \right)^7 = 1,0000007323454125776345714805346. \quad (3.102)$$

Из сравнения (3.101) и (3.102) следует, что

$$\left(\frac{\beta_{\pi e}}{\beta_{\pi}} \right)^7 = \left(\frac{\alpha_{\pi e}}{\alpha_{\pi}} \right)^9. \quad (3.103)$$

Определим коэффициент абсолютной стабильности $k_{\pi st}$ как

$$k_{\pi st} = k_{\pi}^9. \quad (3.104)$$

$$k_{\pi st} = 1,0000007323454125776345714805245. \quad (3.105)$$

Сделаем очень важное замечание: в силу равенства (3.101) и (3.102) существует единственный набор констант α_{π} и β_{π} . Это очевидно, так как α_{π} и β_{π} в знаменателях (3.103). Значит произведение $\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}$ только одно для данного набора констант.

Далее, определим значения постоянной сильного взаимодействия $\alpha_{\pi s}$.

Из уравнения:

$$\left(\sqrt{2} \cdot \pi \right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi} = \left(1 + \Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi} \right)^3 \quad (3.104)$$

найдем Δy_{π} :

$$\Delta y_{\pi} = \frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \sqrt[3]{\pi^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha_{\pi} \cdot \beta_{\pi}} - 1}{\alpha_{\pi}}. \quad (3.105)$$

$$\Delta y_{\pi} = 1,5830202575162537570368494711377. \quad (3.106)$$

Запишем (2.97) как

$$\alpha_{\pi 1,2} = \frac{1}{\Delta y_{\pi 1,2}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi \alpha}} - 1 \right), \quad (3.107)$$

$$\Delta y_{\pi 1} = \Delta y_{\pi} ; \quad \Delta y_{\pi 2} = -\Delta y_{\pi} ; \quad (3.108)$$

а $k_{\pi\alpha}$ в виде

$$k_{\pi\alpha} = \left(1 + |\Delta y_{\pi} \cdot \alpha_{\pi}|\right)^3 . \quad (3.109)$$

Из (3.107) определим $\alpha_{\pi 1}$ и $\alpha_{\pi 2}$.

$$\alpha_{\pi 1,2} = \frac{1}{\Delta y_{\pi 1,2}} \cdot \left(\sqrt[3]{k_{\pi\alpha}} - 1\right) . \quad (3.110)$$

Для нахождения корней уравнения, запишем (3.25) в виде:

$$-\Delta y_{\pi}^3 \cdot \alpha_{\pi}^3 - 3 \cdot \Delta y_{\pi}^2 \cdot \alpha_{\pi}^2 + \left[\left(\sqrt{2} \cdot \pi\right)^3 \cdot \pi^2 \cdot \beta_{\pi} - 3 \cdot \Delta y_{\pi} \right] \cdot \alpha_{\pi} - 1 = 0 \quad (3.111)$$

Рассмотрим случай: $\Delta y_{\pi} < 0$; $\beta_{\pi} < 0$.

Используя известные методы решения, найдем действительные корни уравнения (3.111).

$$\alpha_{\pi 1} = 15,711152080759781419544767260121; \quad (3.112)$$

$$\alpha_{\pi 2} = -1,1614097334008939394882079737916 \cdot 10^{-3}; \quad (3.113)$$

$$\alpha_{\pi 3} = -13,814879104540821943269436437179. \quad (3.114)$$

4. Аномалия a_{π} магнитного момента электрона. Точные решения.

Запишем тождество:

$$a + b = a + b \quad (4.1)$$

Запишем (4.1) в виде:

$$a + b = \frac{a}{k_1} + \frac{b}{k_2} \quad (4.2)$$

Рассмотрим варианты решений уравнения (4.2).

Обозначим в (4.2) $a = \alpha_{\pi e}$, $b = a_{\pi e}$, $k_1 = k_{\pi}$, $k_2 = k_{\pi x}$.

Тогда (4.2) запишется как:

$$\alpha_{\pi e} + a_{\pi e} = \frac{\alpha_{\pi e}}{k_{\pi}} + \frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}} \quad (4.3)$$

или

$$\frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}} = -\frac{\alpha_{\pi e}}{k_{\pi}} + \alpha_{\pi e} + a_{\pi e} . \quad (4.4)$$

Обозначим:

$$a_{\pi} = \frac{a_{\pi e}}{k_{\pi x}} . \quad (4.5)$$

С учетом (4.5), (4.3) запишется как

$$a_{\pi} = \alpha_{\pi e} \left(1 - \frac{1}{k_{\pi}}\right) + a_{\pi e} . \quad (4.6)$$

Из (4.5), с учетом (4.6), определим $k_{\pi x}$:

$$k_{\pi x} = \frac{a_{\pi e}}{\alpha_{\pi e} \left(1 - \frac{1}{k_{\pi}}\right) + a_{\pi e}} . \quad (4.7)$$

Определим $a_{\pi e}$.

Запишем уравнение:

$$\frac{(1+\Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e})^3}{(1+\Delta y_{\pi e} \cdot a_{\pi e})^3} = \left(\frac{\alpha_{\pi x}}{\alpha_{\pi y}} \right)^4. \quad (4.8)$$

Определим из (4.8) $a_{\pi e}$:

$$a_{\pi e} = \frac{\frac{1+\Delta y_{\pi e} \cdot \alpha_{\pi e}}{\sqrt{\left(\frac{\alpha_{\pi x}}{\alpha_{\pi y}} \right)^4}} - 1}{\Delta y_{\pi e}}. \quad (4.9)$$

По формуле (4.9) вычислим численное значение $a_{\pi e}$.

Исходные данные:

$$\Delta y_{\pi e} = -1,583073608067288561551448269766; \quad (4.10)$$

$$\alpha_{\pi e} = \alpha_{\pi e 2}'' = -1,161409827906762110092622067688 \cdot 10^{-3}; \quad (4.11)$$

$$\alpha_{\pi x} = \alpha_{\pi 01}' = 1,14873968803408533101899873 \cdot 10^{-3}; \quad (4.12)$$

$$\alpha_{\pi y} = \alpha_{\pi e 1}''' = 1,1487372952984152295771611481336 \cdot 10^{-3}. \quad (4.13)$$

Результат расчета:

$$a_{\pi e} = -1,1596522752934401692274640032275 \cdot 10^{-3}. \quad (4.14)$$

Произведем численные расчеты для 4-х вариантов (4.6).

Исходные данные:

$$k_{\pi} = 1,0000000813716860232158897424093; \quad (4.15)$$

$$|\alpha_{\pi e}| = 1,1614098279067621100926220676880 \cdot 10^{-3}; \quad (4.16)$$

$$|\alpha_{\pi}| = 1,1614097334008939394882079879548 \cdot 10^{-3}; \quad (4.17)$$

$$|a_{\pi e}| = 1,1596522752934401692274640032275 \cdot 10^{-3}. \quad (4.18)$$

1 вариант: если $a = \alpha_{\pi e}$ и $b = a_{\pi e}$, то

$$\alpha_{\pi e} + a_{\pi e} = \alpha_{\pi} + a_{\pi} + 1 - 1 = (1 + \alpha_{\pi}) - (1 - a_{\pi}) = -(1 - \alpha_{\pi}) + (1 + a_{\pi}). \quad (4.19)$$

$$\alpha_{\pi 1} = \alpha_{\pi}. \quad (4.20)$$

$$a_{\pi 1} = 1,159652369799308339831878082961 \cdot 10^{-3}. \quad (4.21)$$

$$k_{\pi x 1} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 1}} = 0,99999991850500147129455646276259. \quad (4.22)$$

2 вариант: если $a = -\alpha_{\pi e}$ и $b = -a_{\pi e}$, то

$$-\alpha_{\pi e} - a_{\pi e} = -\alpha_{\pi} - a_{\pi} + 1 - 1 = -(1 + \alpha_{\pi}) + (1 - a_{\pi}) = (1 - \alpha_{\pi}) - (1 + a_{\pi}). \quad (4.23)$$

$$\alpha_{\pi 2} = -\alpha_{\pi}. \quad (4.24)$$

$$a_{\pi 2} = -1,159652369799308339831878082961 \cdot 10^{-3}. \quad (4.25)$$

$$k_{\pi x 2} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 2}} = k_{\pi x 1}. \quad (4.26)$$

3 вариант: если $a = -\alpha_{\pi e}$ и $b = a_{\pi e}$, то

$$-\alpha_{\pi e} + a_{\pi e} = -\alpha_{\pi} + a_{\pi} + 1 - 1 = (1 - \alpha_{\pi}) - (1 - a_{\pi}) = -(1 + \alpha_{\pi}) + (1 + a_{\pi}). \quad (4.27)$$

$$\alpha_{\pi 3} = -\alpha_{\pi}. \quad (4.28)$$

$$a_{\pi 3} = 1,159652180787571998623049923493 \cdot 10^{-3}. \quad (4.29)$$

$$k_{\pi x3} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 3}} = 1,0000000814950118115771788998673. \quad (4.30)$$

4 вариант: если $a = \alpha_{\pi e}$ и $b = -a_{\pi e}$, то

$$\alpha_{\pi e} - a_{\pi e} = \alpha_{\pi} - a_{\pi} + 1 - 1 = -(1 - \alpha_{\pi}) + (1 - a_{\pi}) = (1 + \alpha_{\pi}) - (1 + a_{\pi}). \quad (4.31)$$

$$\alpha_{\pi 4} = \alpha_{\pi}. \quad (4.32)$$

$$a_{\pi 4} = -a_{\pi 3}. \quad (4.33)$$

$$k_{\pi x4} = \frac{a_{\pi e}}{a_{\pi 4}} = k_{\pi x3}. \quad (4.34)$$

5. Сравнение данных.

Результаты теоретических расчетов:

$$\alpha_{\pi} = 1,1614097334008939394882079879548 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_{\pi}' = \alpha_{\pi} \cdot 2 \cdot \pi = 7,2973525725198574235458586243837 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_{\pi}'^{-1} = 137,03599902323053312035456575982;$$

$$a_{\pi e} = 1,1596521807875719986230499234930 \cdot 10^{-3}.$$

В нижеследующей Таблице в первом столбце представлены результаты: прямого экспериментального определения α – M. Cadoret и др.: (5.1) и (5.2); прямого экспериментального определения a_e – G. Gabrielse и др.: (5.3) и (5.6); теоретического определения $\alpha(a_e)$ – G. Gabrielse и др.: (5.4) и (5.7);

Данные CODATA (2006) a_e и α – (5.9) и (5.10) соответственно.

Данные CODATA (2010) a_e и α – (5.12) и (5.13) соответственно.

Таблица

1. Источник: M. Cadoret et al. Precise determination of h/mRb using Blochoscillations and atomic interferometry: a mean to deduce the fine structure constant. Статья в электронном архиве препринтов: arXiv:0809.3167v1 (18 Sep 2008).

$$\alpha^{-1} = 137,035\ 998\ 87 \text{ (64)} \quad \alpha_{\pi}'^{-1} - \alpha^{-1} = 0,000\ 000\ \mathbf{15} \quad (5.1)$$

2. Источник: M. Cadoret et al. Combination of Bloch Oscillations with a Ramsey-Borde² Interferometer: New Determination of the Fine Structure Constant. Статья в электронном архиве препринтов: arXiv:0810.3152v1 (17 Oct 2008).

$$\alpha^{-1} = 137,035\ 999\ 45 \text{ (62)} \quad \alpha_{\pi}'^{-1} - \alpha^{-1} = -0,000\ 000\ \mathbf{43} \quad (5.2)$$

3. Источник: G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, B. Odom. New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED. *Physical Review Letters*, 97, 030802 (2006).

$$a_e = 1,159\ 652\ 180\ 85 \text{ (76)} \cdot 10^{-3} \quad a_{\pi e} - a_e = -0,000\ 000\ 000\ \mathbf{06} \cdot 10^{-3} \quad (5.3)$$

$$\alpha = 7,297\ 352\ 5359 \text{ (51)} \cdot 10^{-3} \quad \alpha_{\pi}' - \alpha = 0,000\ 000\ \mathbf{0366} \cdot 10^{-3} \quad (5.4)$$

$$\alpha^{-1} = 137,035\ 999\ 710 \text{ (96)} \quad \alpha_{\pi}'^{-1} - \alpha^{-1} = -0,000\ 000\ \mathbf{687} \quad (5.5)$$

4. Источник: D. Hanneke, S. Fogwell, G. Gabrielse. New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant. *Physical Review Letters* 100, 120801 (2008).

$$a_e = 1,159\ 652\ 180\ 73 \text{ (28)} \cdot 10^{-3} \quad a_{\pi e} - a_e = 0,000\ 000\ 000\ \mathbf{05} \cdot 10^{-3} \quad (5.6)$$

$$\alpha = 7,297\ 352\ 5693 \text{ (27)} \cdot 10^{-3} \quad \alpha_{\pi}' - \alpha = 0,000\ 000\ \mathbf{0032} \cdot 10^{-3} \quad (5.7)$$

$\alpha^{-1} = 137,035\ 999\ 084$ (51)	$\alpha_{\pi}^{\prime-1} - \alpha^{-1} = -0,000\ 000\ 061$	(5.8)
---	--	-------

5. Источник: данные CODATA (2006), <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>

$a_e = 1,159\ 652\ 181\ 11$ (74) $\cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = -0,000\ 000\ 000\ 32 \cdot 10^{-3}$	(5.9)
---	--	-------

$\alpha = 7,297\ 352\ 5376$ (50) $\cdot 10^{-3}$	$\alpha_{\pi}^{\prime} - \alpha = 0,000\ 000\ 0349 \cdot 10^{-3}$	(5.10)
---	---	--------

$\alpha^{-1} = 137,035\ 999\ 679$ (94)	$\alpha_{\pi}^{\prime-1} - \alpha^{-1} = -0,000\ 000\ 656$	(5.11)
---	--	--------

6. Источник: данные CODATA (2010), <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html>

$a_e = 1,159\ 652\ 180\ 76$ (27) $\cdot 10^{-3}$	$a_{\pi e} - a_e = 0,000\ 000\ 000\ 03 \cdot 10^{-3}$	(5.12)
---	---	--------

$\alpha = 7,297\ 352\ 5698$ (24) $\cdot 10^{-3}$	$\alpha_{\pi}^{\prime} - \alpha = 0,000\ 000\ 0027 \cdot 10^{-3}$	(5.13)
---	---	--------

$\alpha^{-1} = 137,035\ 999\ 074$ (44)	$\alpha_{\pi}^{\prime-1} - \alpha^{-1} = -0,000\ 000\ 051$	(5.14)
---	--	--------

Выводы

1. На примере теоретического вывода констант α и a_e обоснована и доказана целочисленная 3-х мерность пространства.
2. Доказано, что только в случае трехмерного пространства константы α и a_e имеют именно такие численные значения и не изменяются со временем.
3. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными полностью подтверждает справедливость Теории.
4. Предложенный аналитический метод высокоточного определения α и a_e позволяет, при расчетах численных значений указанных констант, обойтись без трудоемких вычислительных и экспериментальных процедур.

Литература:

1. Макс Борн. Таинственное число 137. УФН, 1936 г., Т. XVI, вып. 6.
2. Caster J. The Other Theory of Physics, Washington, 1994.
3. Ч. Киттель, У. Найт, М. Рудерман. Механика. Берклеевский курс физики. М., "Наука", 1975.
4. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., "Наука", 1974.
5. Г.Б. Двайт. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., "Наука", 1977.
6. Математический энциклопедический словарь. М., "Советская энциклопедия", 1988.
7. Математическая энциклопедия, Т. 1. М., "Советская энциклопедия", 1977.
8. М.Я. Выгодский. Справочник по элементарной математике. М., "Наука", 1974.
9. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. М., "Наука", 1980.