

A.M. Repin

The *transitive* and *established* the *electromagnetic processes* in *multiphase Converter* with the *ultimate cathode inductance*

**Переходные и установившиеся электромагнитные процессы Репин А.М. в многофазном преобразователе с конечной катодной индуктивностью**

**Анонс. Предисловие. Реквизиты. Выводы**

Впервые в электронном виде. Пусть даже не при новом наборе. А лишь как скан-копия. Со всеми огрехами. Зато оригинал.

Друзья, товарищи, коллеги, специалисты, особенно нравственно Божии люди, даже при давнем физическом отсутствии, продолжают своими светлыми в памяти образами духовно поддерживать в трудные моменты. В моей, уже, к сожалению, затухающей, но благодарной памяти, как на некачественной фото-бумаге, проявляются из 1960-1980-х годов своим добром:

Исай Ильич Белопольский, Фёдор Фёдорович Волков, Владимир Николаевич Аксёнов, Эфроил Леонтьевич Блох, Лев Александрович Жекулин, Владимир Александрович Лабунцов, Вукол Михайлович Лавров, Леонид Робертович Нейман, Андрей Владимирович Поссе, Роман Маркович (Меерович) Горбовицкий, Кронид Павлович Собинов. Без винно убиенные.

Не будучи в состоянии поставить им реальный памятник, надеюсь, они, будь живыми, не осерчают за малость. Посвящение им этой скромненькой статьи. В данном случае важен сам факт. К тому же, результаты в ней – из ДАВ. Досье АнтиВорНеЙЛА&K (см. [/econf.rae.ru/article/6750](http://econf.rae.ru/article/6750)). Мошенничество, плагиат, воровство, жулики, плагиаторы, в т.ч. из Вор&Ко, – факторы неприязни для любого из {Б.И.И. – С.К.П.}. Посему, в знак светлой памяти о них и, хотя бы, для виртуального соучастия, полагаю желательным, приемлемым приводить {Б.И.И. ...} и в других Е–публикациях своих работ.

МИНИСТЕРСТВО СВЯЗИ СССР  
МОСКОВСКИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ СВЯЗИ

**ТРУДЫ  
МОСКОВСКОГО  
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА СВЯЗИ  
(МЭИС)**

*Анонс  
А.М. Репин  
январь 1971*

Выпуск 2

*Sm RL, P=H, (и Z<sub>n</sub>)  
ПИП*

Под редакцией И. В. КУШМАНОВА,  
проректора МЭИС по науке

*Метод относительных эквивалентов (ОТЭ)  
Метод операторных эквивалентов (ОПЭ)  
Метод эквивалентных реакций (МЭР)  
на примере переходных и установившихся процессов схем класса См RL (физика процессов, теория, номограммы)*

1969 – МОСКВА — 1970

В настоящий сборник «Труды МЭИС» вошли материалы Научно-технической конференции профессорско-преподавательского состава Московского электротехнического института связи, проходившей в январе 1969 года и посвященной различным актуальным направлениям техники связи и смежных отраслей. Все замечания и предложения по сборнику просим направлять в редакционно-издательский отдел МЭИС.

**Содержание**

**А.М. Репин. Переходные процессы в многофазном преобразователе с конечной катодной индуктивностью 167-178 232**

**Автор благодарен заведующей РИО МЭИС И.Л. Рябцевой за корректность и редактирование.**

ТРУДЫ МЭИС

Выпуск 2

Редактор: Рябцева И. Л.

Технический редактор: Ратникова З. Н.

Сдано в набор 12/1-1970 г. Подписано к печати 15/VI-1970 г. Т-10003.  
Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 2. Объем 14,5 усл. п. л.  
Уч.-изд. л. 13,7. Тираж 800 экз. Цена 96 коп. Заказ 1009.

Типография изд-ва «Советское радио».

**Выводы**

1. Исследованы переходные непрерывные и импульсные процессы в схеме замещения многофазного вентильного преобразователя с катодной индуктивностью конечной величины.
2. Использование методов операторных и относительных эквивалентов и эквивалентных реакций позволило весьма просто провести анализ динамики (и как частный случай при  $n \rightarrow \infty$  — статики) вентильного преобразователя с линейной нагрузкой любого порядка.
3. Результаты работы позволяют проектировать устройства, схема замещения которых сводится к рассмотренной.

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В МНОГОФАЗНОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ С КОНЕЧНОЙ КАТОДНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ**

В первом приближении при обычно принимаемой в литературе идеализации трансформатора и вентилях, а также <sup>167</sup> линейности остальных элементов, схема замещения преобразователя с катодным реактором имеет вид, представленный на рис. 1, а\*) . Диаграмма фазовых э.д.с. для  $m^{**}) = 3$  изображена на рис. 1, б.

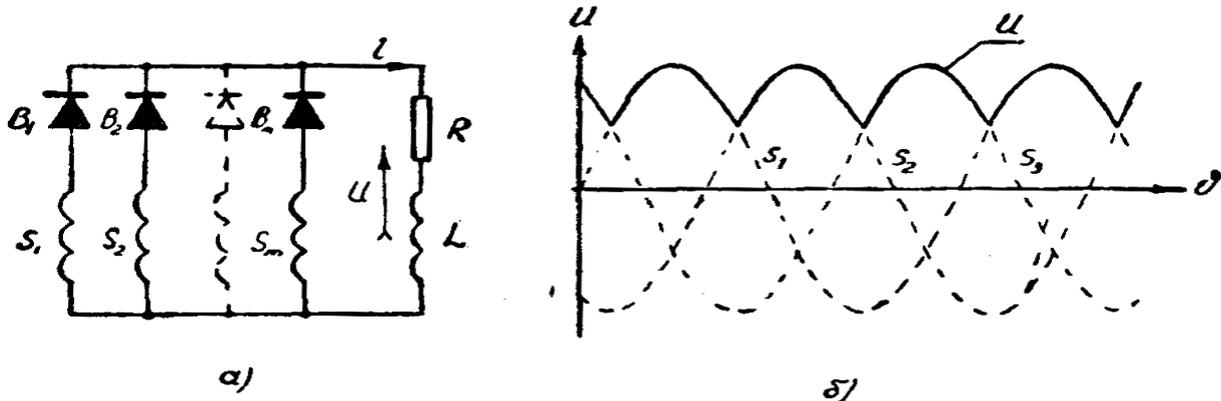


Рис. 1. Схема замещения (а)  $m$ -фазного вентильного преобразователя и диаграмма фазовых э.д.с. (б).

Исследуем переходное состояние схемы при ее включении.

Поскольку внутренние сопротивления не учитываются, потенциал фазы является потенциалом анода вентиля, а при открытом вентиле — потенциалом катодов закрытых вентилях. Следовательно, выходное напряжение представляет собой огибающую фазовых э.д.с., и катодный реактор не вызывает коммутации (перекрывания) фаз. Это означает, что для исследования работы схемы достаточно выяснить процессы, протекающие в цепи  $RL$  при воздействии вида импульсной последовательности с периодом и шириной импульсов  $\vartheta_n = \Theta_n = 2\Theta \left( \Theta = \frac{\pi}{m} \right)$ . Форма одиночного импульса приведена на рис. 2, а.

На отрезке времени  $0 \div 2\Theta$  импульс описывается аналитически как  $\sin(\vartheta + \psi_0)$ , т. е. кривая импульса имеет форму синусоиды (в дальнейшем — форму  $S$ ). Эквивалентная схема преобразователя представлена на рис. 2, б, где  $K_B$  — ключ, имитирующий включение преобразователя,  $S_\psi$  — воздействие формы  $S$  с начальной фазой  $\psi$ , не равной нулю. Таким образом, поставленная проблема свелась по существу к простой задаче: исследованию реакции цепочки  $RL$  на синусоидальное воздействие при ненулевых начальных условиях ( $i(0) \neq 0$ ).

\*) Работа мостовых схем принципиально не отличается от рассматриваемой.

\*\*\*)  $m$  показывает число импульсов воздействия на нагрузку за период сети.

линейности остальных элементов, схема замещения <sup>*m*-фазного лучевого\*</sup> преобразователя с катодным реактором имеет вид, представленный на рис. 1, а<sup>\*)</sup>. Диаграмма фазовых э.д.с. для  $m^{**}) = 3$  изображена на рис. 1, б.

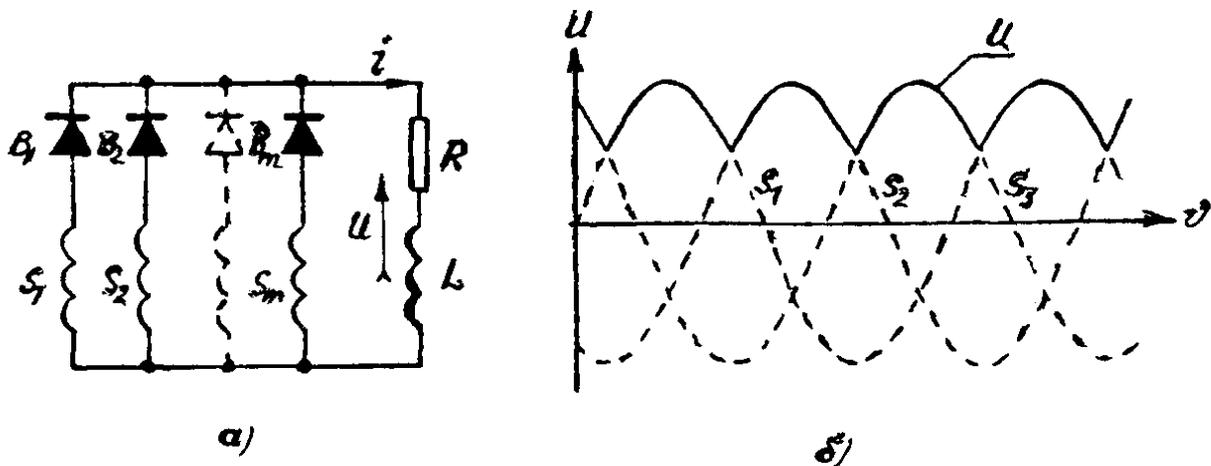


Рис. 1. Схема замещения (а) *m*-фазного вентильного преобразователя и диаграмма фазовых э.д.с. (б).

Исследуем переходное состояние схемы при её включении.

Поскольку внутренние сопротивления не учитываются, потенциал фазы является потенциалом анода вентиля, а при открытом вентиле — потенциалом катодов закрытых вентиляей. Следовательно, выходное напряжение представляет собой огибающую фазовых э.д.с., и катодный реактор не вызывает коммутации (перекрытия) фаз. Это означает, что для исследования работы схемы достаточно выяснить процессы, протекающие в цепи  $RL$  при воздействии вида импульсной последовательности с периодом и шириной импульсов  $\vartheta_n = \Theta_n = 2\Theta, \left(\Theta = \frac{\pi}{m}\right)$ . Форма одиночного импульса приведена на рис. 2, а.

На отрезке времени  $0 \div 2\Theta$  импульс описывается аналитически как  $\sin(\vartheta + \psi_0)$ , т. е. кривая импульса имеет форму синусоиды (в дальнейшем — форму  $S$ ). Эквивалентная схема преобразователя представлена на рис. 2, б, где  $K_v$  — ключ, имитирующий включение преобразователя,  $S_\psi$  — воздействие формы  $S$  с начальной фазой  $\psi$ , не равной нулю. Таким образом, поставленная проблема свелась по существу к простой задаче: исследованию реакции цепочки  $RL$  на синусоидальное воздействие при ненулевых начальных условиях ( $i(0) \neq 0$ ).

\*) Работа мостовых схем принципиально не отличается от рассматриваемой.

\*\*\*)  $m$  показывает число импульсов воздействия на нагрузку за период сети.

Найдем аналитическое выражение этой реакции, взяв ток нагрузки в качестве переменной, характеризующей состояние схемы в переходном режиме.

Операторный эквивалент (ОПЭ) схемы рис. 2, б в области комплексной переменной изображен на рис. 2, в. Ключ К имитирует подключение и отключение генератора  $S_\Psi$  в моменты, соответствующие переднему и заднему фронтам импульсов. После замыкания ключа получим по закону Ома

$$i(s) = \frac{S_\Psi(s) + U_-(s)}{X_{L_3}(s) + R_3(s)} = \delta \frac{S_\Psi(s) + U_-(s)}{s + \delta}, \quad (1)$$

где  $S_\Psi(s)$  — изображение функции  $S_\Psi$ ;  $s$  — оператор;  $U_-(s)$  — изображение постоянного напряжения эквивалентного пассивного источника, отображающего начальные условия при воздействии  $n$ -го импульса;  $X_{L_3}(s) = gs$ ;  $R_3(s) = 1$  эквивалентные операторные сопротивления;  $\delta = \frac{1}{g} = \text{ctg } \varphi$  — обобщенная постоянная затухания (декремент);  $g = \omega L/R$ .

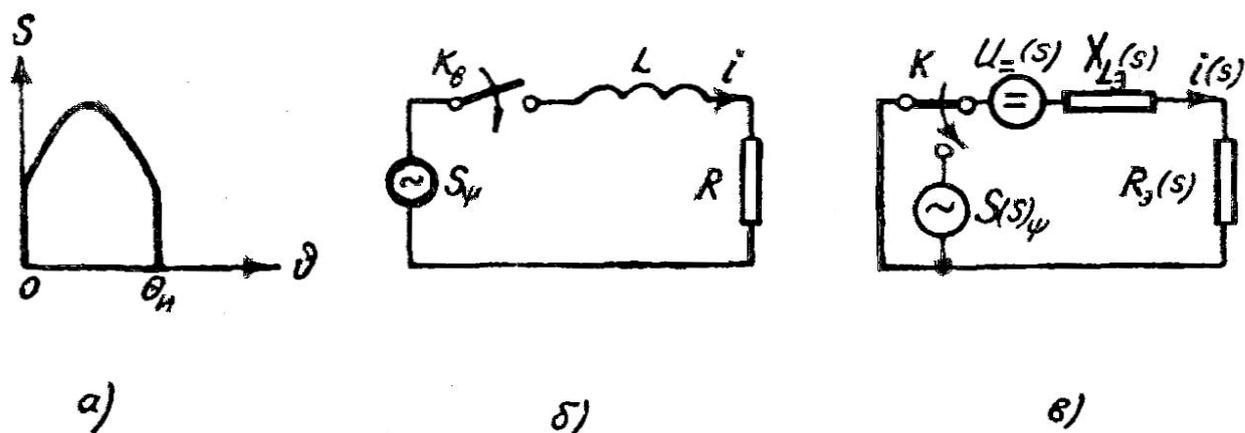


Рис. 2. Форма одиночного импульса (а), эквивалентная схема преобразователя (б) и ее операторный эквивалент (в).

На основе принципа суперпозиции и имеющих соответствий (в общем случае по модифицированной обобщенной теореме разложения Хэвисайда) из (1) получаем зависимость выбранной переменной состояния от времени в пределах действия одного импульса

$$i(\vartheta)_n = i(\vartheta)_0 + i(\vartheta)_\infty \subset S + e. \quad (2)$$

Член  $i(\vartheta)_0$  характеризует переходный процесс при  $i(0) = 0$  (индекс нуль). Второй член учитывает ненулевые начальные условия. В целом формула (2) представляет зависи-

Найдём аналитическое выражение этой реакции, взяв ток нагрузки в качестве <sup>исходной</sup> переменной, характеризующей состояние схемы в переходном режиме.

Операторный эквивалент (ОПЭ) схемы рис. 2, б в области комплексной переменной изображён на рис. 2, в. Ключ К имитирует подключение и отключение генератора  $S_\Psi$  в моменты, соответствующие переднему и заднему фронтам импульсов. После замыкания ключа получим по закону Ома

$$i(s) = \frac{S_\Psi(s) + U_{\equiv}(s)}{X_{L_3}(s) + R_3(s)} = \delta \frac{S_\Psi(s) + U_{\equiv}(s)}{s + \delta}, \quad (1)$$

где  $S_\Psi(s)$  — изображение функции  $S_\Psi$ ;  $s$  — оператор;  $U_{\equiv}(s)$  — изображение постоянного напряжения эквивалентного пассивного источника, отображающего <sup>(индекс =)</sup> начальные условия <sup>(начальный запас энергии в L)</sup> при воздействии  $n$ -го импульса;  $X_{L_3}(s) = gs$ ,  $R_3(s) = 1$  — эквивалентные операторные сопротивления;  $\delta = \frac{1}{g} = \text{ctg } \varphi$  — обобщённая постоянная затухания (декремент);  $g = \omega L/R$  —  $g$  — обобщённая постоянная времени цепи нагрузки  $RL$ ,  $\varphi$  — фазовый угол цепи  $RL$ .

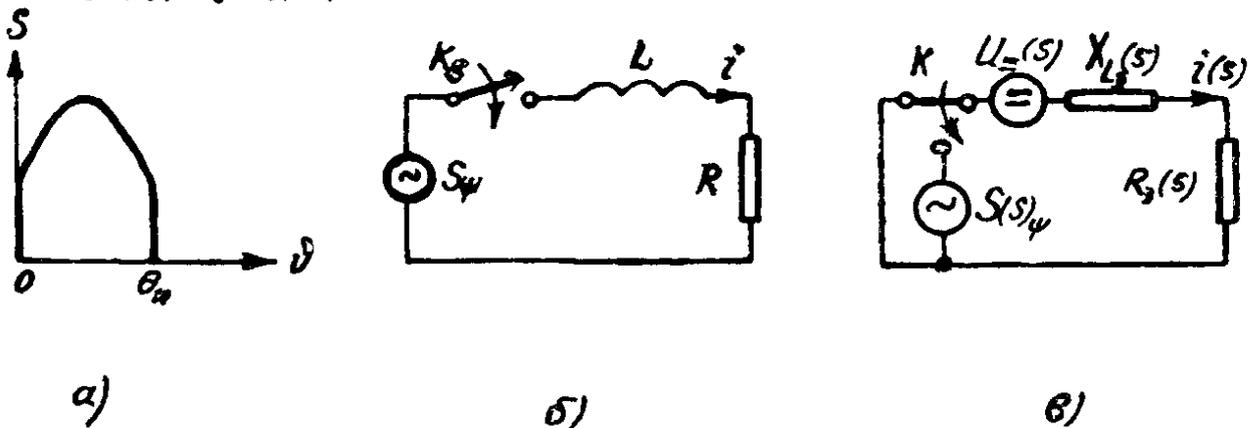


Рис. 2. Форма одиночного импульса (а), эквивалентная схема преобразователя (б) и ее операторный эквивалент (в).

На основе принципа суперпозиции и имеющих соответствий (в общем случае по модифицированной обобщённой теореме разложения Хэвисайда) из (1) получаем зависимость выбранной переменной состояния от времени в пределах действия одного импульса

$$i(\vartheta)_n = i(\vartheta)_0 + i(\vartheta)_{\equiv} \subset S + e. \quad (2)$$

Член  $i(\vartheta)_0$  характеризует переходный процесс при  $i(0) = 0$  (индекс нуль). Второй член учитывает ненулевые начальные условия. В целом формула (2) представляет зависи-

мость тока, которая содержит синусоидальную  $S$  и экспоненциальную  $e$  составляющие и описывает переходный *непрерывный* процесс при включении цепи  $RL$  на непрерывное синусоидальное воздействие при наличии в индуктивности начального запаса энергии.

Проиллюстрированный выше прием отыскания тока может быть назван *методом операторных эквивалентов* (ОПЭ). Его использование упрощает математические выкладки в области комплексной переменной и, следовательно, может оказаться перспективным при решении задач электротехники и, в частности, техники вентильных цепей.

Далее, используя (2) и применяя один из методов математического исследования переходных импульсных процессов в области вещественного аргумента (например, метод индукции), найдем в замкнутом виде аналитическое выражение переменной состояния преобразователя в переходном *импульсном* режиме

$$i(\vartheta, n) = i(\vartheta)_0 + i_n(0) e^{-\delta\vartheta}, \quad (3)$$

где

$$i(\vartheta)_0 = \cos \varphi [\cos(\vartheta - \Theta - \varphi) - \cos(\Theta + \varphi) e^{-\delta\vartheta}];$$

$$i_n(0) = H(1 - e^{-x(n-1)});$$

$$H = \frac{i(\vartheta)_{01} \big|_{\vartheta=\vartheta_n}}{1 - e^{-x}} = \cos^2 \varphi \left( \cos \Theta + g \sin \Theta \operatorname{cth} \frac{x}{2} \right);$$

$$x = \frac{2\pi}{m \operatorname{tg} \varphi}; \quad 0 \leq \vartheta \leq 2\Theta; \quad n - \text{порядковый номер импульса.}$$

После простых преобразований получим из (3)

$$i(\vartheta, n) = C_a \cos(\vartheta - \Theta - \varphi) + e_a e^{-\delta\vartheta} \subset C + e, \quad (3')$$

где амплитуда косинусоиды  $C$  и экспоненты  $e$  соответственно равны

$$C_a = \cos \varphi; \quad e_a = \cos \varphi \{ [\cos(\Theta + \varphi) e^{-x} - \cos(\Theta - \varphi)] e^{-x(n-1)} + 2 \sin \Theta \sin \varphi \} : (1 - e^{-x}). \quad (4)$$

При получении зависимостей в области вещественного аргумента использован инструмент относительных (безразмерных) величин и эквивалентных сопротивлений. За основания, в частности, приняты: для напряжений — амплитуда  $S_a$  фазовой э.д.с.\*) (вольт); для токов — величина  $S_a/R$  (ампер); для сопротивлений — сопротивление нагрузки  $R$  (ом).

\*) В трехфазной мостовой схеме — амплитуда линейного напряжения.

мость тока, которая содержит синусоидальную  $S$  и экспоненциальную  $e$  составляющие и описывает переходный *непрерывный* процесс при включении цепи  $RL$  на непрерывное синусоидальное воздействие при наличии в индуктивности начального запаса энергии.

Проиллюстрированный выше приём отыскания тока может быть назван *методом операторных эквивалентов* (ОПЭ). Его использование упрощает математические выкладки в области комплексной переменной и, следовательно, может оказаться перспективным при решении задач электротехники и, в частности, техники вентильных цепей.

Далее, используя (2) и применяя один из методов математического исследования переходных импульсных процессов в области вещественного аргумента (например, метод индукции), найдём в замкнутом виде аналитическое выражение переменной состояния преобразователя в переходном *импульсном* режиме

$$i(\vartheta, n) = i(\vartheta)_0 + i_n(0) e^{-\delta\vartheta}, \quad (3)$$

где

$$i(\vartheta)_0 = \cos \varphi [\cos(\vartheta - \Theta - \varphi) - \cos(\Theta + \varphi) e^{-\delta\vartheta}];$$

$$i_n(0) = H(1 - e^{-\chi(n-1)});$$

$$H = \frac{i(\vartheta)_0 |_{\vartheta=\vartheta_n}}{1 - e^{-\chi}} = \cos^2 \varphi \left( \cos \Theta + g \sin \Theta \operatorname{cth} \left( \frac{\chi}{2} \right) \right);$$

$$\chi = \frac{2\pi}{m \operatorname{tg} \varphi}; \quad 0 \leq \vartheta \leq 2\Theta; \quad n - \text{порядковый номер импульса.}$$

После простых преобразований получим из (3)

$$i(\vartheta, n) = C_a \cos(\vartheta - \Theta - \varphi) + e_a e^{-\delta\vartheta} \subset C + e, \quad (3')$$

где амплитуда косинусоиды  $C$  и экспоненты  $e$  соответственно равны

$$C_a = \cos \varphi; \quad e_a = \cos \varphi \{ [\cos(\Theta + \varphi) e^{-\chi} - \cos(\Theta - \varphi)] e^{-\chi(n-1)} + 2 \sin \Theta \sin \varphi \}; (1 - e^{-\chi}). \quad (4)$$

При получении зависимостей в области вещественного аргумента использован инструмент относительных (безразмерных) величин и эквивалентных сопротивлений. За основания, в частности, приняты: для напряжений — амплитуда  $S_a$  фазовой э.д.с.\*) (вольт); для токов — величина  $S_a/R$  (ампер); для сопротивлений — сопротивление нагрузки  $R$  (ом).

\*) В трехфазной мостовой схеме — амплитуда линейного напряжения.

$$\delta = 1/g = \operatorname{ctg} \varphi. \quad g = \operatorname{tg} \varphi = \omega L/R. \quad \chi = 2\pi TR/m2\pi L = TR/mL.$$

Найдем некоторые зависимости, представляющие для исследователя интерес.

Напряжение на индуктивности и нагрузке

$$u_L(\vartheta, n) = gi' \subset C' + e' \rightarrow S + e \supset - \\ - [\sin \varphi \sin(\vartheta - \Theta - \varphi) + e_a e^{-\delta \vartheta}]; \quad u_0(\vartheta, n) = i(\vartheta, n). \quad (5)$$

«Среднее» и «действующие» значения токов нагрузки и вентиля (фазы)

$$I_0(n) = \frac{1}{2\Theta} \int_0^{2\Theta} i(\vartheta, n) d\vartheta \subset \int_0^{2\Theta} (C + e) d\vartheta \rightarrow S + \\ + e \Big|_0^{2\Theta} \supset \frac{1}{2\Theta} [2 \sin \Theta \cos^2 \varphi + \operatorname{tg} \varphi e_a (1 - e^{-x})], \quad (6)$$

$$J_0(n) = \sqrt{m} J_b(n) = \sqrt{m} J_\varphi(n) =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\Theta} \int_0^{2\Theta} [i(\vartheta, n)]^2 d\vartheta} \subset$$

$$\subset \sqrt{\int_0^{2\Theta} (C + e)^2 d\vartheta} \rightarrow \sqrt{\int_0^{2\Theta} (C^2 + Ce + e^2) d\vartheta} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{\vartheta + S + (C + S)e + e \Big|_0^{2\Theta}} \supset \sqrt{A_n(\varphi) + A_n(n, \varphi)}. \quad (7)$$

Для установившегося режима ( $n \rightarrow \infty$ ) из (6) и (7) имеем

$$\overbrace{i_{(R)}(\vartheta) = i(\vartheta)_0 + H e^{-\delta \vartheta}}^{\rightarrow} \Big|_0^{2\Theta} \Rightarrow I_0 = \frac{\sin \Theta}{\Theta}, \quad (6')$$

$$= \cos \varphi \left[ \cos(\vartheta - \Theta - \varphi) + \frac{2 \sin \Theta \sin \varphi}{1 - e^{-x}} e^{-\delta \vartheta} \right] \Big|_0^{2\Theta} \Rightarrow J_0 = \cos \varphi \sqrt{A + A(\varphi)}, \quad (7')$$

$$A = \frac{1}{2} (1 + I_0 \cos \Theta);$$

$$A(\varphi) = I_0 \sin \varphi \left( \cos \Theta + g \sin \Theta \operatorname{cth} \frac{x}{2} \right). \quad (8)$$

При  $\varphi \rightarrow 0$  (случай чисто активной нагрузки)  $\cos \varphi = 1$ ;  $A(\varphi) = 0$  и  $J_0 = \sqrt{A}$ , что для конкретных  $m$  совпадает с соответствующими известными формулами.

Минимальное  $i_{r}(n)$  и максимальное  $i_x(n)$  значения тока нагрузки внутри интервала повторяемости определяются из (3) для значений непрерывного аргумента  $\Theta_1(n)$  и  $\Theta_2(n)$ ,

которые находятся из условия  $u_L(\vartheta, n) = 0$ . Последнее означает, что точки  $u_{оп}(n)$  и  $u_{ох}(n)$  находятся на соответствующих кривых фазовых э.д.с.

Величина пульсации внутри интервала повторяемости определяемая как относительный размах колебания напряжения на нагрузке  $R$ , равна

$$\Delta u = |i_x(n) - i_n(n)| : I_0(n). \quad (9)$$

Необходимое для выбора вентиля максимальное обратное напряжение на вентиле и его форма находятся также, как и в случае чисто активной нагрузки. Аналогично определяются и иные переменные состояния схемы и уравнения для их анализа. В частности, для обычно рассматриваемого в литературе случая, когда выпрямленный ток принимают постоянным ( $L \rightarrow \infty$ ;  $i(\vartheta, n) = I_0$ ) напряжение на индуктивности в установившемся режиме определяется формулой

$$u_L(\vartheta)|_{L \rightarrow \infty} = S_{\Psi} - I_0. \quad (10)$$

Приведенный прием получения выражений во временной области иллюстрирует метод, который может быть назван *методом относительных эквивалентов (ОТЭ)*. Он позволяет довольно просто и наглядно проводить аналитическое и графическое исследование электромагнитных процессов в области вещественного аргумента независимо от конкретных (ватты, вольты и т. п.) значений переменных состояния и элементов электрической схемы, в частности, вентиля преобразователя с нагрузкой  $RL$  конечной величины (нагрузка 1-го порядка).

В общем случае цепь  $k$ -го порядка в  $n$ -м периоде реагирует на воздействия:

1.  $\varepsilon(\vartheta)_0$ , запаздывающее на  $(n-1)$  период. По теореме запаздывания его изображение будет равно

$$\varepsilon(s)_n = \varepsilon(s)_0 e^{-s(n-1)\vartheta_n};$$

2.  $\varepsilon_{n-1}(\vartheta, n)$ , охватывающее  $(n-1)$  импульсов. С учетом формулы суммы членов геометрической прогрессии его

изображение равно  $\varepsilon_{n-1}(s) = \varepsilon_1^{(')} (s) \frac{1 - e^{-s(n-1)\vartheta_n}}{1 - e^{-s\vartheta_n}}$ , где

$\varepsilon_1^{(')} (s)$  — изображение первого, одиночного (индекс штрих) импульса (периода);

3.  $U_{=n}$ , обусловленное оставшимся к концу  $(n-1)$  периода начальным запасом энергии в индуктивностях и емкостях.

Здесь принято, что кривая фазовой э.д.с. описывается голоморфной функцией, которая не принимает внутри периода бесконечных значений и имеет конечное число разрывов и

Из трансцендентного уравнения, получаемого

которые находятся из условия  $u_L(\vartheta, n) = 0$ . Последнее означает, что точки  $u_{он}(n)$  и  $u_{ох}(n)$  находятся на соответствующих кривых фазовых э.д.с.

Величина пульсации внутри интервала повторяемости, определяемая как относительный размах колебания напряжения на нагрузке  $R$ , равна

$$\Delta u = |i_x(n) - i_n(n)| : I_0(n). \quad (9)$$

Необходимое для выбора вентиля максимальное обратное напряжение на вентиле и его форма находятся также, как и в случае чисто активной нагрузки. Аналогично определяются и иные переменные состояния схемы и уравнения для их анализа. В частности, для обычно рассматриваемого в литературе случая, когда выпрямленный ток принимают постоянным ( $L \rightarrow \infty$ ;  $i(\vartheta, n) = I_0$ ) напряжение на индуктивности в установившемся режиме определяется формулой

$$u_L(\vartheta)|_{L \rightarrow \infty} = S_{\varphi} - I_0. \quad (10)$$

Приведенный приём получения выражений во временной области иллюстрирует метод, который может быть назван *методом относительных эквивалентов (ОТЭ)*. Он позволяет довольно просто и наглядно проводить аналитическое и графическое исследование электромагнитных процессов в области вещественного аргумента независимо от конкретных (ватты, вольты и т. п.) значений переменных состояния и элементов электрической схемы, в частности, вентильного преобразователя с нагрузкой  $RL$  конечной величины (нагрузка 1-го порядка).

В общем случае цепь  $k$ -го порядка в  $n$ -м периоде реагирует на воздействия:

1.  $\varepsilon(\vartheta)_0$ , запаздывающее на  $(n-1)$  период. По теореме запаздывания его изображение будет равно

$$\varepsilon(s)_n = \varepsilon(s)_0 e^{-s(n-1)\vartheta_n};$$

2.  $\varepsilon_{n-1}(\vartheta, n)$ , охватывающее  $(n-1)$  импульсов. С учётом формулы суммы членов геометрической прогрессии его изображение равно  $\varepsilon_{n-1}(s) = \varepsilon_1^{(n)}(s) \frac{1 - e^{-s(n-1)\vartheta_n}}{1 - e^{-s\vartheta_n}}$ , где

$\varepsilon_1^{(n)}(s)$  — изображение первого, одиночного (индекс штрих) импульса (периода);

3.  $U_{=n}$ , обусловленное оставшимся к концу  $(n-1)$  периода начальным запасом энергии в индуктивностях и ёмкостях.

Здесь принято, что кривая фазовой э.д.с. описывается голоморфной функцией, которая не принимает внутри периода бесконечных значений и имеет конечное число разрывов и

На рисунке больше простота  
 прически и. подметать закономерности,  
 присущие обзору случаяю,  
 когда нагрузка многообразного выпрямителя  
 служит мн. целю, k-го порядка.

$\varepsilon(s)_{\text{текущее}}$   
 $= \varepsilon(s)_n +$   
 $+ \varepsilon_{n-1}(s),$   
 при  $n \rightarrow \infty$   
 $\varepsilon(s)_n \rightarrow 0$   
 и  
 $\varepsilon(s)_{\text{тек}} \rightarrow \varepsilon(s)_{\text{уст}} = \frac{\varepsilon_1^{(n)}(s)}{1 - e^{-s\vartheta}}$

т. е. к обычно используемой форме, дающей в оригинале сой ряд Фурье (см., напр., Балебаня)

экстремальных точек. Реальные э.д.с. удовлетворяют этим условиям и, значит, приведенное представление реакции цепи справедливо.

Итак, в переходном импульсном режиме выражение для выходного тока преобразователя, нагруженного на начинающуюся с индуктивности цепь  $k$ -го порядка с проводимостью  $Y(s)$ , запишется

$$i(s) = [\varepsilon(s)_n + \varepsilon_{n-1}(s)] Y(s) + i(s)_- \subset i(\vartheta, n) = i_{\text{пн}}(\vartheta, n) + i_{\text{ун}}(\vartheta). \quad (\text{A})$$

Получаемый оригинал  $i(\vartheta, n)$  содержит: члены, зависящие от  $n$ , — переходная импульсная составляющая  $i_{\text{пн}}(\vartheta, n)$ , и члены, не зависящие от  $n$ , — установившаяся составляющая  $i_{\text{ун}}(\vartheta)$ .

Аналогично (A) может быть записана общая формула для тока (или иной переменной состояния) в переходном импульсном режиме любой  $\mu$ -й ветви электрической цепи  $k$ -го порядка. При воздействии вида  $S$  [т. е.  $\varepsilon(\vartheta)_0 = \sin(\vartheta + \psi_0)$ ] на цепь 1-го порядка ( $RL$ ) и при  $i(0) = I_1(0) \neq 0$  имеем

$$i(\vartheta, n) = i(\vartheta)_0 + [H(1 - e^{-\lambda(n-1)}) + I_1(0) e^{-\lambda(n-1)}] e^{-\delta\vartheta}.$$

При начальном включении преобразователя катодный реактор не «заряжен» ( $I_1(0) = 0$ ), и последнее выражение дает формулу (3).

Приведенный прием отыскания реакции линейной цепи на периодическое воздействие может быть назван *методом эквивалентных реакций*. Он позволяет непосредственно в вещественной области получить переменные состояния в переходном и установившемся режимах в виде конечной суммы алгебраических членов, не прибегая к раздельному отысканию непрерывного и импульсного решений цепи.

*Общий характер* переходного импульсного процесса удобно оценить посредством кривых, проходящих через значения переменной состояния в дискретных точках аргумента, т. е. с помощью «огибающих» импульсного процесса. В относительных единицах из (3) при  $\vartheta = 0$  для «огибающей» тока, выраженной через решетчатую функцию ( $n$  — число периодов), получим

$$\bar{i}_{\text{ог}} = \bar{i}[n, 0] = 1 - e^{-\lambda n}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что переходный импульсный процесс изменяется по экспоненте. Полученный результат значим тем, в частности, что позволяет весьма просто найти такой важный параметр переходных импульсных процессов, как время уста-

экстремальных точек. Реальные э.д.с. удовлетворяют этим условиям и, значит, приведенное представление реакции цепи справедливо.

Итак, в переходном импульсном режиме выражение для выходного тока преобразователя, нагруженного на начинающуюся с индуктивности цепь  $k$ -го порядка с проводимостью  $Y(s)$ , запишется

$$i(s) = [\varepsilon(s)_n + \varepsilon_{n-1}(s)] Y(s) + i(s)_- \subset i(\vartheta, n) = i_{\text{пр}}(\vartheta, n) + i_{\text{уст}}(\vartheta). \quad (\text{A})$$

Получаемый оригинал  $i(\vartheta, n)$  содержит: члены, зависящие от  $n$ , — переходная импульсная составляющая  $i_{\text{пр}}(\vartheta, n)$ , и члены, не зависящие от  $n$ , — установившаяся составляющая  $i_{\text{уст}}(\vartheta)$ .

Аналогично (A) может быть записана общая формула для тока (или иной переменной состояния) в переходном импульсном режиме любой  $\mu$ -й ветви электрической цепи  $k$ -го порядка. При воздействии вида  $S$  [т. е.  $\varepsilon(\vartheta)_0 = \sin(\vartheta + \psi_0)$ ] на цепь 1-го порядка ( $RL$ ) и при  $i(0) = I_1(0) \neq 0$  имеем

$$i(\vartheta, n) = i(\vartheta)_0 + [H(1 - e^{-\alpha(n-1)}) + I_1(0)e^{-\alpha(n-1)}] e^{-i\vartheta}.$$

При начальном включении преобразователя катодный реактор не «заряжен» ( $I_1(0) = 0$ ), и последнее выражение даёт формулу (3).

Приведенный приём отыскания реакции линейной цепи на периодическое воздействие может быть назван методом эквивалентных реакций. Он позволяет непосредственно в вещественной области получить переменные состояния в переходном и установившемся режимах в виде конечной суммы алгебраических членов, не прибегая к раздельному отысканию непрерывного и импульсного решений цепи.

Общий характер переходного импульсного процесса удобно оценить посредством кривых, проходящих через значения переменной состояния в дискретных точках аргумента, т. е. с помощью «оггибающих» импульсного процесса. В относительных единицах из (3) при  $\vartheta = 0$  для «оггибающей» тока, выраженной через решетчатую функцию ( $n$  — число периодов), получим

$$\bar{i}_{\text{ог}} = \bar{i}[n, 0] = 1 - e^{-\alpha n}. \quad (11)$$

Из (11) видно, что переходный импульсный процесс изменяется по экспоненте. Полученный результат значим тем, в частности, что позволяет весьма просто найти такой важный параметр переходных импульсных процессов, как время уста-

1 поздне  
году буд  
компания  
Руденко,  
Жуков,  
Семько, др.  
из КПИ  
предлагат  
аналогич  
метод  
и даже  
назовут  
почти  
также  
"метод  
эквивалентных  
реакций".  
см., ЗВ,  
"Проблемы  
технической  
физики"  
№45, 1974,  
Киев, М. Дум  
с. 54-59.

новления. Основной операцией математических преобразований при этом является операция логарифмирования. В результате дискретное время установления при любой наперед заданной величине  $\sigma$  (обратной относительной погрешности установления) определяется простым выражением

$$n_y = \frac{1}{\kappa} \ln \sigma. \quad (12)$$

Откуда безразмерное  $\vartheta_y$  и текущее (в секундах)  $t_y$  время, а также  $L$ , равны

$$\vartheta_y = g \ln \sigma; \quad t_y = \tau \ln \sigma; \quad L = \frac{Rt_y}{\ln \sigma}, \quad (13)$$

где  $g = \operatorname{tg} \varphi$  — параметр, который может быть назван *обобщенной постоянной времени* нагрузки в отличие от  $\tau = L/R$ , называемой постоянной времени цепи.

Если функцию тока представить в форме смещенной решетчатой функции  $\bar{i}[\varepsilon, n]$  и зафиксировать относительную текущую координату  $0 \leq \varepsilon = \vartheta/\Theta_d \leq 1$ , то аналогично (11) можно показать, что при переходе от импульса к импульсу изменяется по экспоненциальному закону любое значение переменной состояния, взятое внутри интервала дискретности  $\Theta_d = 2\Theta$ . Следовательно, как анализ, так и синтез схемы может быть значительно упрощен.

На рис. 3, а для иллюстрации приведена совмещенная диаграмма входного воздействия и переменных переходного импульсного состояния рассматриваемого вентильного преобразователя при числе  $m=3$ . Анализируя рисунок, можно отметить, в частности, следующие существенные моменты.

1. Скачков и перерывов (пауз нулевого значения) тока нагрузки и напряжений на индуктивности и активном сопротивлении не наблюдается (кроме скачка напряжения на индуктивности в момент включения).

2. Кривая тока нагрузки непрерывна и колеблется вокруг «огибающей», которая монотонно возрастает от нуля по экспоненте, стремясь в установившемся режиме к среднему значению тока нагрузки. Частота колебаний тока в  $m$  раз больше частоты сети питания. Размах колебаний (пульсации) тем больше, а установление процесса тем быстрее, чем меньше обобщенная постоянная времени нагрузки  $g = \operatorname{tg} \varphi$ . В системах, где имеет значение время выхода устройства в номинальный режим (скажем, в системах оперативной готовности и действия), величину индуктивности следует выбирать компромиссно, учитывая противоречивые требования к пульсациям и времени установления.

новления. Основной операцией математических преобразований при этом является операция логарифмирования. В результате дискретное время установления при любой наперёд заданной величине  $\sigma$  (обратной относительной погрешности установления) определяется простым выражением

$$n_y = \frac{1}{\alpha} \ln \sigma. \quad (12)$$

Откуда безразмерное  $\vartheta_y$  и текущее (в секундах)  $t_y$  время, а также  $L$ , равны

$$\vartheta_y = g \ln \sigma; \quad t_y = \tau \ln \sigma; \quad L = \frac{R t_y}{\ln \sigma}, \quad (13)$$

где  $g = \operatorname{tg} \varphi$  — параметр, который может быть назван *обобщённой постоянной времени* нагрузки в отличие от  $\tau = L/R$ , называемой постоянной времени цепи.

Если функцию тока представить в форме смещённой решетчатой функции  $\bar{i}[\varepsilon, n]$  и зафиксировать относительную текущую координату  $0 \leq \varepsilon = \vartheta/\Theta_d \leq 1$ , то аналогично (11) можно показать, что при переходе от импульса к импульсу изменяется по экспоненциальному закону любое значение переменной состояния, взятое внутри интервала дискретности  $\Theta_d = 2\Theta$ . Следовательно, как анализ, так и синтез схемы может быть значительно упрощен.

На рис. 3, а для иллюстрации приведена совмещённая диаграмма входного воздействия и переменных переходного импульсного состояния рассматриваемого вентильного преобразователя при числе  $m=3$ . Анализируя рисунок, можно отметить, в частности, следующие существенные моменты.

1. Скачков и перерывов (пауз нулевого значения) тока нагрузки и напряжений на индуктивности и активном сопротивлении не наблюдается (кроме скачка напряжения на индуктивности в момент включения).

2. Кривая тока нагрузки непрерывна и колеблется вокруг «огибающей», которая монотонно возрастает от нуля по экспоненте, стремясь в установившемся режиме к среднему значению тока нагрузки. Частота колебаний тока в  $m$  раз больше частоты сети питания. Размах колебаний (пульсации) тем больше, а установление процесса тем быстрее, чем меньше обобщённая постоянная времени нагрузки  $g = \operatorname{tg} \varphi$ . В системах, где имеет значение время выхода устройства в номинальный режим (скажем, в системах оперативной готовности и действия), величину индуктивности следует выбирать компромиссно, учитывая противоречивые требования к пульсациям и времени установления.

3. Поскольку ток нагрузки непрерывен, а перекрытия фаз не наблюдается, ток вентиля фазы, вступающей в работу, изменяется скачком до значения тока фазы предыдущей, который также скачком становится равным нулю. Максимальное значение тока, по которому следует выбирать вентили, имеет место в установившемся импульсном режиме.

4. На протяжении некоторого времени после включения схемы (назовем его интервалом начального «заряда» индуктивности —  $\lambda_{ЛЗН}$ ) фазовые э.д.с. питают и нагрузку и индуктивность одновременно. При выбранном для рассматриваемого рисунка значении параметра  $g$  (т. е. параметров сети и

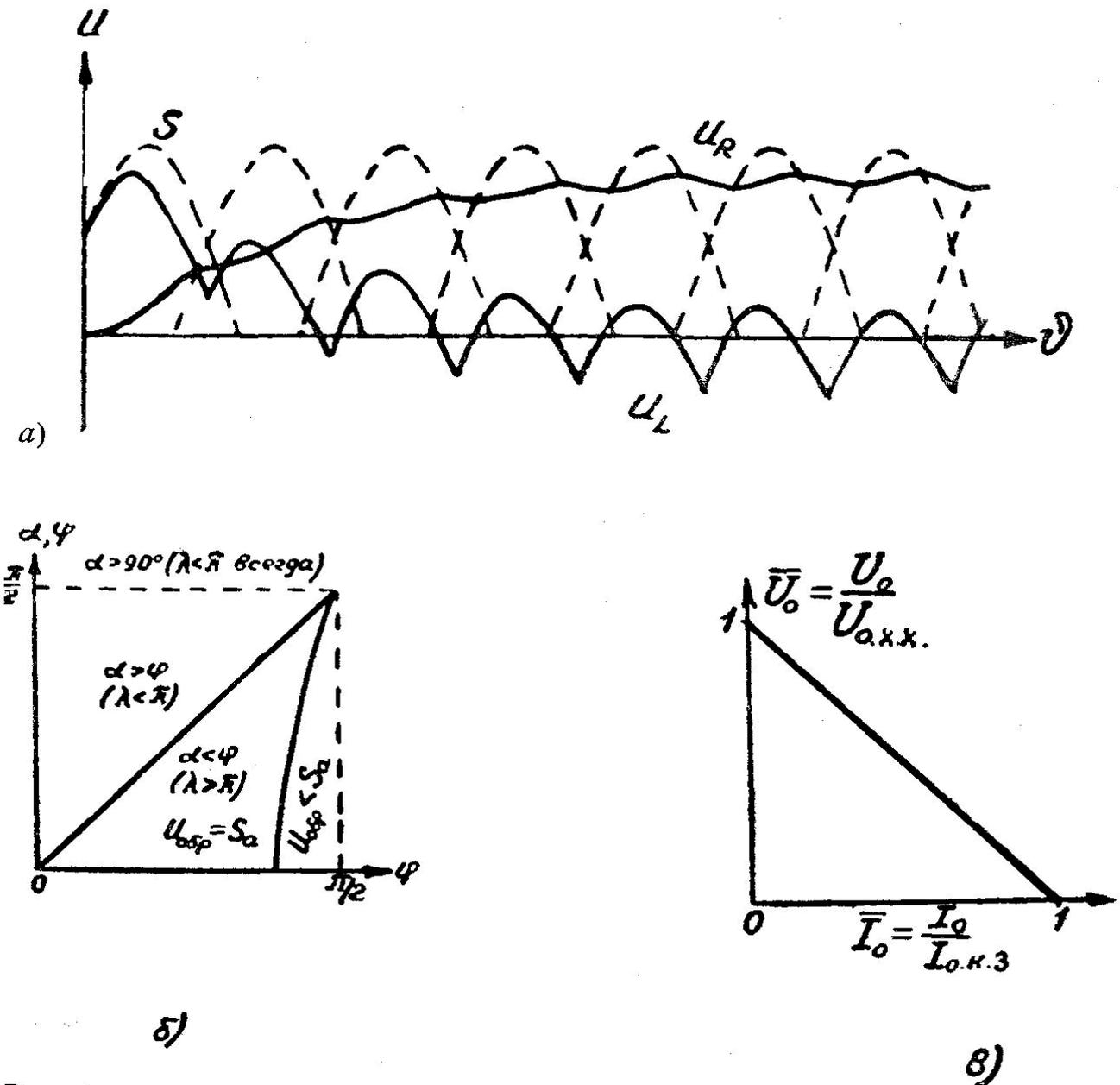


Рис. 3. Диаграмма переменных состояния (а), зоны работы управляемого преобразователя (б), обобщенная нагрузочная характеристика (в) и расчетные кривые статики преобразователя при неуправляемых вентилях (г).

3. Поскольку ток нагрузки непрерывен, а перекрытия фаз не наблюдается, ток вентиля фазы, вступающей в работу, изменяется скачком до значения тока фазы предыдущей, который также скачком становится равным нулю. Максимальное значение тока, по которому следует выбирать вентили, имеет место в установившемся импульсном режиме.

4. На протяжении некоторого времени после включения схемы (назовём его интервалом начального «заряда» индуктивности —  $\lambda_{L3H}$ ) фазовые э.д.с. питают и нагрузку, и индуктивность одновременно. При выбранном для рассматриваемого рисунка значении параметра  $g$  (т. е. параметров сети и

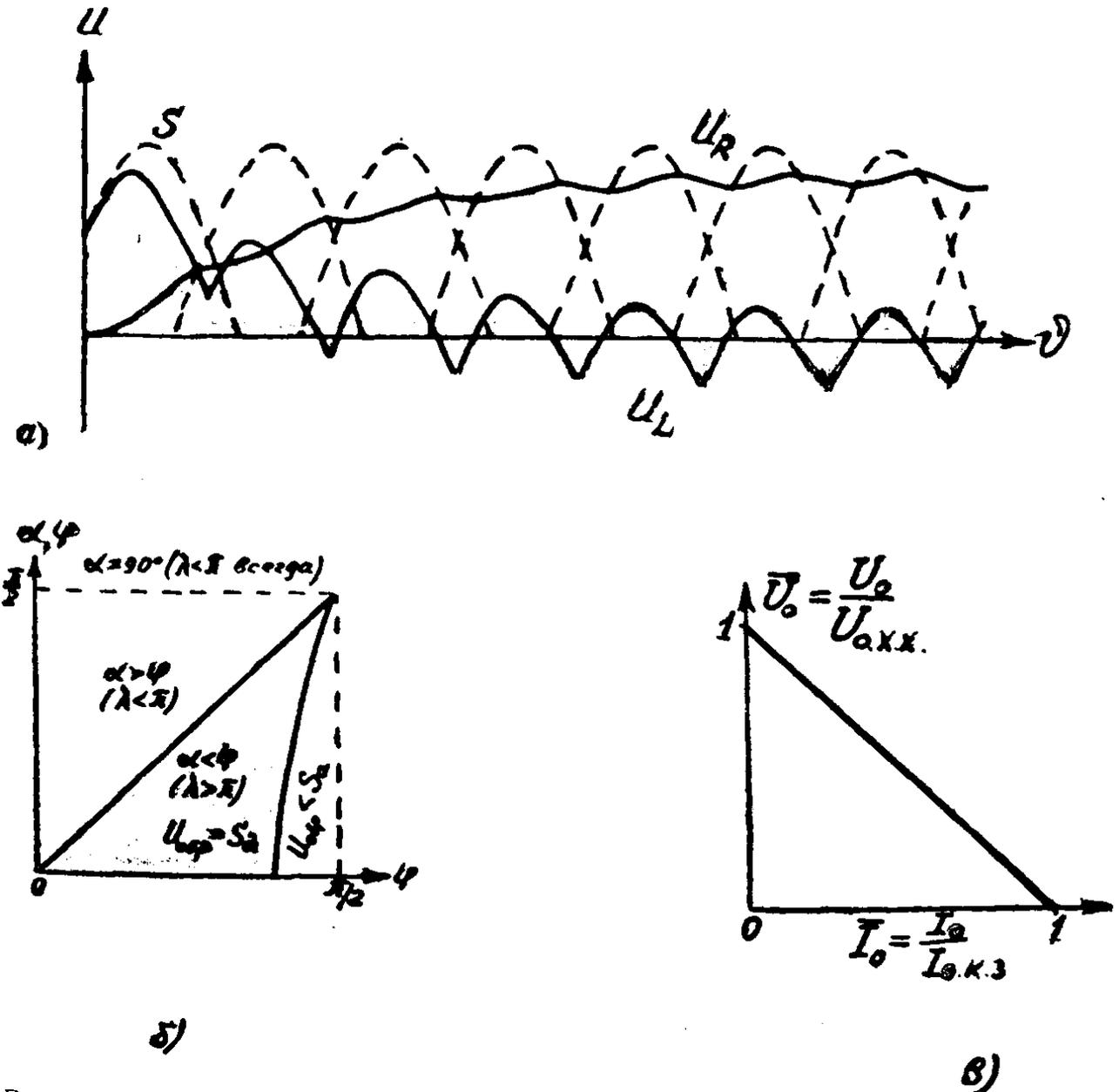


Рис. 3. Диаграмма переменных состояния (а), зоны работы управляемого преобразователя (б), обобщённая нагрузочная характеристика (в) и расчётные кривые статики преобразователя при неуправляемых вентилях (г).

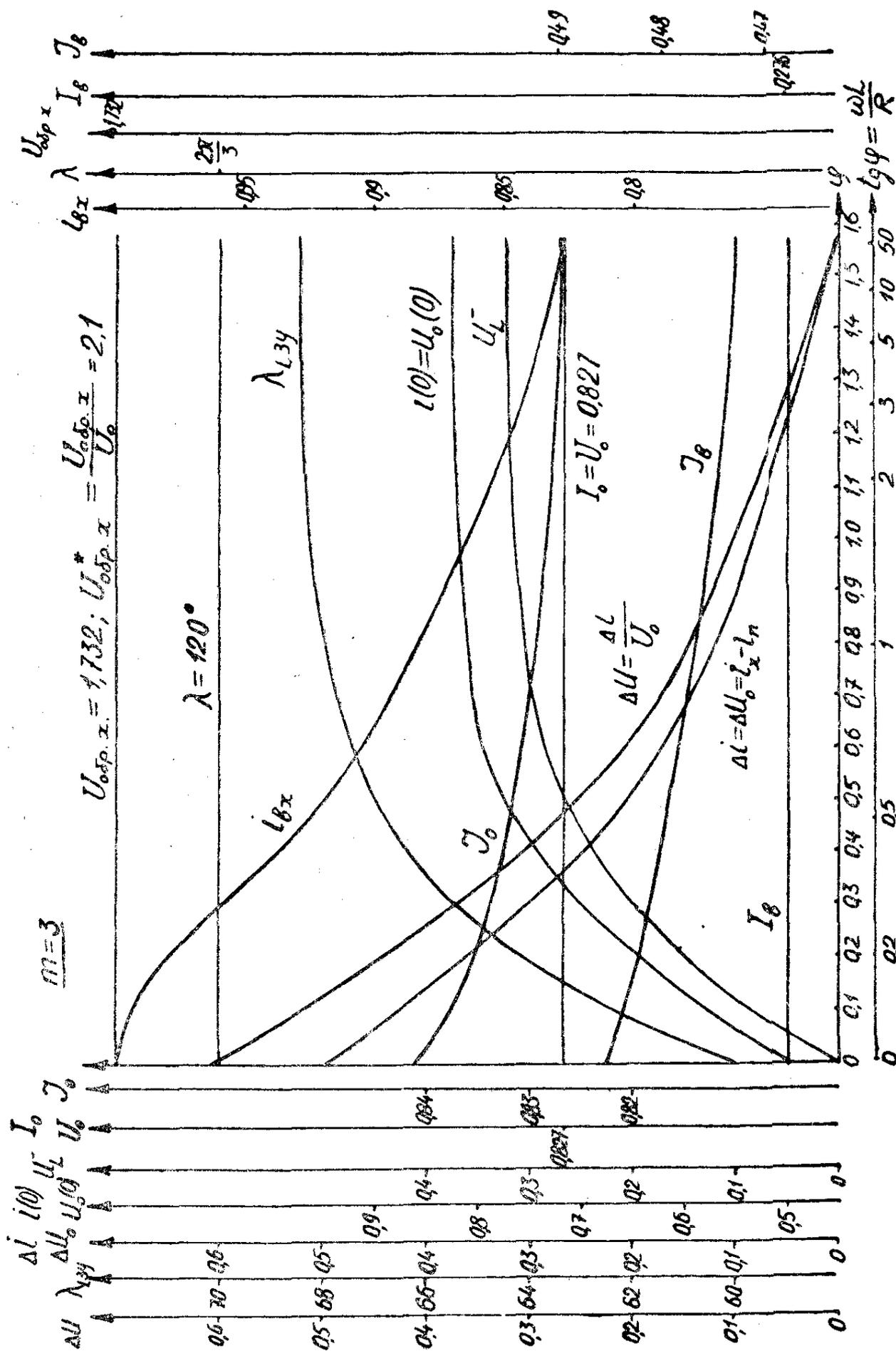


Рис. 3, 2

нагрузки) интервал заряда  $\lambda_{L3H} > \vartheta_n = 2\Theta$ . В течение этого интервала накопление индуктивностью магнитной энергии носит импульсный, но неразрывный характер, т. е. пауза между импульсами равна нулю. Индуктивность, выступая в роли накопителя энергии, становится *потенциальным* (пассивным) источником питания.

При  $\vartheta > \lambda_{L3H}$  индуктивность «разряжается» в течение части периода  $\vartheta_n$  (назовем это время интервалом «разряда» индуктивности в переходном импульсном режиме —  $\lambda_{LpH}$ ), т. е. индуктивность помогает фазовой э.д.с. питать нагрузку. Теперь интервалы, в течение которых индуктивность накапливает энергию, разделены паузами, когда часть накопленной энергии индуктивность отдает *нагрузке*. В последующие периоды интервал разряда увеличивается, а интервал заряда уменьшается, достигая в установившемся режиме некоторых постоянных значений  $\lambda_{Lpy}$  и  $\lambda_{L3y}$ , таких, что наступает равенство взятых за период накапливаемой и отдаваемой индуктивностью энергий. Наступает энергетический баланс. Величины интервалов заряда и разряда индуктивности находятся из условия равенства нулю напряжения на ней.

5. В переходном и установившемся импульсных режимах напряжение на индуктивности *отстает* от соответствующей ему фазовой э.д.с по нулевым значениям с положительной производной и *опережает* э.д.с. по максимальным (экстремальным) значениям и по нулевым значениям с отрицательной производной.

В установившемся импульсном режиме среднее значение напряжения на индуктивности равно нулю, т. е. в рабочем режиме величина индуктивности не влияет на среднее значение выпрямленного напряжения (тока) [см. выражение (6')].

6. Для катушки индуктивности, спроектированной с учетом условия  $U_{L \text{ доп}} > S_a$ , не страшны возникающие в режиме включения перенапряжения, если последние трактовать как напряжения, превышающие по величине максимальное значение напряжения на катушке в номинальном (рабочем) режиме.

7. Сверхтоков в режиме включения не наблюдается.

Приведенные методы и полученные результаты позволяют исследовать ряд других важных вопросов: частичный и полный сброс нагрузки, бросок напряжения питания, наброс нагрузки, учет активного сопротивления катушки индуктивности, учет начального напряжения ампер-вольтовой характеристики вентиля и его активного сопротивления, влияние противо-э.д.с., процессы в преобразователе с управляемыми вентилями, влияние внутренних сопротивлений и т. д. Вопросы эти были изложены в докладе. Здесь их рассмотрение опус-

кается в связи с ограничением печатного объема. Для примера на рис. 3, б, в и г для установившегося импульсного режима приведены соответственно: зоны работы при управляемых вентилях, обобщенная нагрузочная характеристика и расчетные (параметрические) кривые при неуправляемых

**Выводы.** См. в начале статьи. На стр. 1

Иллюстрация наукообразия на примере одной из десятка публикаций **Л.А.Нейман&К.** Получение формулы тока RL-нагрузки преобразователя для **частного** случая с **чётным** числом частотной кратности  $\Pi$  пульсации тока. Изменение огибающей формы тока в переходном режиме лано на **дополнительно частном** примере. При  $\Pi = 8$ . Но **нет** даже очевидной **формулы** изменения огибающей по экспоненте:  $i_{ог} = i[n, 0] = 1 - e^{-nx}$ . **Нет** и формул для средних и действующих значений переменных (тока, пр.). Приведенные в диссертации формулы громоздки. **Нет** необходимых в инженерной практике номограмм. И т.д. Причём, **ничего полезного нет**, спустя почти **40** лет после тоих публикаций и диссертаций. **Несоответствие** публикаций и диссертации **Нейман Л.Р.** требованиям ВАК, плагиат и пр. совершенно **очевидны**. Как и несостоятельность Диссовета НГТУ. И экспертов ВАК.

УДК 681.51+004](06)  
Н 76

#### Редакционная коллегия:

*А.А. Воевода*, д-р техн. наук, проф., акад. МАН ВШ,  
*В.И. Денисов*, д-р техн. наук, проф., акад. САН ВШ,  
чл.-кор. АИН РФ,  
*К.П. Кадомская*, д-р техн. наук, проф., чл.-кор. САН ВШ

Сборник научных трудов НГТУ. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – Вып. 2(40). – 152 с.

ISBN 5-7782-0505-5

В сборнике публикуются результаты научных исследований докторантов, аспирантов и соискателей Новосибирского государственного технического университета. Не исключается возможность опубликования научных работ сотрудниками других вузов. Ежегодно предполагается издание четырех сборников.

Адрес редакции: 630092, г. Новосибирск,  
пр. К. Маркса, 20  
E-mail: voevoda@cs.nstu.ru  
Web Site: www.infoterra.ru, раздел НГТУ  
Editorial Address: К. Marx street, 20  
Novosibirsk, 630092  
Russia

УДК 681.51+004](06)

ISBN 5-7782-0505-5

© Новосибирский государственный  
технический университет, 2005

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ НГТУ. – 2005. – № 2(40). – 65–72

#### ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА, ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНОЛОГИИ

УДК 621 314 6

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ ОДНОФАЗНЫХ МОСТОВ МНОГОПУЛЬСНЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ ПРИ АКТИВНО-ИНДУКТИВНОЙ НАГРУЗКЕ

Г.Н. ВОРФОЛОМЕЕВ\*, Л.А. НЕЙМАН\*

Изложены результаты теоретических исследований переходного процесса при 8-пульсном выпрямлении, выполненные на основе метода разностных уравнений. Установлена зависимость между током и аргументом решетчатой функции, позволяющая определять величину тока от целого числа пульсов выпрямленного напряжения

Характерная особенность выпрямительного устройства – периодичность протекающих процессов, определяемая частотой источника и схемой выпрямления. Даже при непрерывном токе нагрузки ток отдельного вентиля носит дискретный характер. Взаимосвязь значений тока на границе периода повторности работы выпрямительного устройства может быть решена с помощью уравнений в конечных разностях с постоянными коэффициентами, зависящими от схемы выпрямления и параметров нагрузки.

Дифференциальное уравнение для  $n$ -полупериода выпрямленного напряжения в схеме выпрямления, показанной на рис. 1, считая с момента включения, будет иметь вид

$$R_d i + L_d \frac{di}{dt} = U_k, \quad (1)$$

где  $U_k$  – текущее значение напряжения на выходе моста в промежутке времени  $t = \frac{2\pi}{m\omega}$ ,

$L_d, R_d$  – индуктивность и активное сопротивление нагрузки;  $i$  – мгновенное значение тока контура рассматриваемой схемы.

Если принять за начало отсчета времени на рассматриваемом интервале работы момент коммутации вентилей, напряжение от действия  $k$ -го источни-

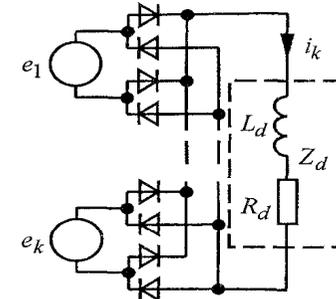


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения

\* Зам. зав. кафедрой электрического транспорта, профессор, д-р. техн. наук  
\* Аспирант кафедры электрического транспорта

ка на выходе моста с учетом повторяемости процесса в течение  $n$ -го полупериода выпрямленного напряжения будет определяться

$$U_k = (-1)^n U_m \sin \left[ \omega t + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{m}(1-2k) \right],$$

где  $U_m$  – амплитуда фазного напряжения  $k$ -го источника ( $k = 1, 2, \dots$ ).

Для составления уравнения в конечных разностях необходимо получить решение (1), выражающее ток в нагрузке  $i[n+1]$  в конце  $n$ -го состояния через ток  $i[n]$  в начале  $n$ -го состояния произвольного межкоммутационного промежутка [1–4].

Таким образом, в силу непрерывности тока значение тока в конце  $n$ -го состояния является начальным значением для тока в  $(n+1)$  состоянии, а момент коммутации тока будет определять его дискретные значения через равноотстоящие интервалы времени  $t = \frac{2\pi}{m\omega}$ .

При переходе от непрерывной функции к решетчатой, определив произвольный момент времени  $t = \frac{2\pi}{m} n$ , покажем, что для любого произвольного  $n$ -го состояния в интервале  $0 \leq \omega t \leq 2\pi$  выполняется тождество

$$(-1)^n U_m \sin \left[ \omega t + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{m}(1-2k) \right] = U_m \sin \left[ \frac{2\pi}{m} n + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m} \right]. \quad (2)$$

Для схемы выпрямления с частотой пульсаций  $m = 8$  при сопоставлении выражений (1) и (2) дифференциальное уравнение, описывающее состояние решетчатой функции выпрямленного тока на равноотстоящих интервалах времени  $n$ -го состояния, принимает вид

$$R_d i + L_d \frac{di}{dt} = U_m \sin \left( \frac{\pi}{4} n + \frac{3\pi}{8} \right). \quad (3)$$

Для целого числа  $n$  уравнение (3) позволяет найти ток на фиксированном интервале времени  $t = \frac{\pi n}{4\omega}$ .

Также очевидно, что в установившемся режиме ( $n \rightarrow \infty$ ) через промежутки времени  $t = \frac{\pi}{4\omega}$  ток от действия фазных ЭДС источников будет только повторять свою форму.

Общее решение (3) для тока может быть представлено в виде

$$i = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \sin \left( \frac{\pi}{4} n + \frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right) + A e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega} n}. \quad (4)$$

Постоянная интегрирования  $A$  в уравнении (4) может быть определена из начальных условий для тока  $i$  в начале  $n$ -го состояния

$$i[n] = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \sin \left( \frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right) + A. \quad (5)$$

В соответствии с выражением (5) постоянная интегрирования определится

$$A = i[n] - \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \sin \left( \frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right). \quad (6)$$

Значение тока в конце  $n$ -го состояния при  $t = \frac{\pi}{4\omega}$

$$i[n+1] = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \sin \left( \frac{\pi}{4} n + \frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right) + A e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}. \quad (7)$$

Связывая начальные условия в текущем и последующем состояниях из условия непрерывности тока подстановкой (6) в (7), получаем уравнение в конечных разностях первого порядка с постоянными коэффициентами

$$i[n+1] = i[n] e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}} + \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \times \left[ \sin \left( \frac{5\pi}{4} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right) - \sin \left( \frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d} \right) \right] e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}. \quad (8)$$

Таким образом, уравнение (8) представляет собой рекуррентную формулу для последовательного определения значений тока  $i[n]$  для любого  $n$  [4, 5].

Представим ток к концу  $n$ -го состояния в виде

$$i[n+1] = i[n] h + B, \quad (9)$$

где  $h = e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}$ ;

$$B = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \left[ \sin\left(\frac{5\pi}{4} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right) \right] e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}.$$

Решение разностного уравнения (9) выполним с помощью дискретного преобразования Лапласа для уравнений с решетчатыми функциями. Оригинал и изображение в данном преобразовании будут связаны соотношением [5]

$$D \{ i [n+1] \} = e^q [I^*(q) - i [0]], \quad (10)$$

где  $I^*(q)$  – изображение функции  $i [n]$ ,  $i [0]$  – начальное значение выпрямленного тока к началу процесса.

Рассматривая начальный процесс на момент включения  $i [0] = 0$  в соответствии с соотношением (10), получаем

$$i [n+1] = e^q I^*(q). \quad (11)$$

Принимая во внимание (9) и (11) при переходе к изображениям, определяем

$$I^*(q) = \frac{e^q B}{(e^q - 1)(e^q - h)}. \quad (12)$$

Для упрощения записи (12) введем новую переменную  $z = e^q$ . При этом вместо соотношения (12), определяющего дискретное преобразование Лапласа  $i [n]$ , получим выражение, определяющее одностороннее прямое  $z$  – преобразование решетчатой функции [1, 6],

$$I(z) = \frac{zB}{(z-1)(z-h)}. \quad (13)$$

Переход от преобразования (13) к оригиналу осуществим с помощью вычетов по формуле [7]

$$i[n] = \sum_{k=1}^n \text{Res} [I(z) z^{n-1}].$$

Функция (13)  $I(z)$  имеет два полюса первого порядка  $z_1 = 1$  и  $z_2 = h$ , поэтому вычеты функции  $I(z)z^{n-1}$  составят

$$\text{Res}_{z \rightarrow 1} I(z) = B \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z^n}{z-h} = \frac{B}{1-h},$$

$$\text{Res}_{z \rightarrow h} I(z) = B \lim_{z \rightarrow h} \frac{z^n}{z-1} = \frac{Bh^n}{h-1}.$$

Тогда сумма вычетов, определяющая оригинал для тока  $i [n]$ ,

$$\sum_{k=1}^n \text{Res} [I(z) z^{n-1}] = B \left( \frac{1}{1-h} + \frac{h^n}{h-1} \right). \quad (14)$$

Подставляя в выражение (14) значения коэффициентов  $h$  и  $B$ , выражение для тока в начале  $n$ -го состояния записываем в виде

$$i[n] = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} \left( 1 - e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega} n} \right) \times \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right) e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}}{1 - e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}}. \quad (15)$$

Для установившегося режима в схеме выпрямления на выходе моста, что будет иметь место при  $n \rightarrow \infty$ , через промежутки времени  $t = \frac{\pi}{4\omega}$  выражение (15) принимает вид

$$i[n] \Big|_{n \rightarrow \infty} = \frac{U_m}{\sqrt{R_d^2 + (\omega L_d)^2}} e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}} \times \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{8} - \arctg \frac{\omega L_d}{R_d}\right)}{1 - e^{-\frac{R_d}{L_d} \frac{\pi}{4\omega}}} \quad (16)$$

На рис. 2 представлены графики выпрямленного 8-пульсного напряжения и тока нагрузки, построенные по выражению (15) при изменении состояний для дискретных равноотстоящих моментов времени  $t = \frac{\pi}{4\omega} n$ .

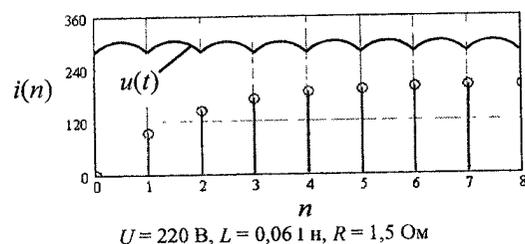


Рис. 2. Графики выпрямленного напряжения  $u(t)$  и тока нагрузки  $i(n)$

Как видно из представленных графиков, процесс получения решетчатой функции  $i[n]$  можно представить в виде мгновенных значений непрерывной функции  $i(t)$  на равноотстоящих интервалах времени.

Мгновенное значение тока в момент изменения состояния, связанного с коммутацией вентилей, является начальным условием для тока следующего состояния, что определяет переходной и установившийся процессы.

Примером одной из наиболее важных задач может быть анализ переходных и установившихся режимов неуправляемого 8-пульсного выпрямителя, предназначенного для питания потребителей постоянного тока. На рис. 3 показаны соответствующие уравнению (15) решетчатые функции для различных значений  $L_d$  активно-индуктивной нагрузки.

Очевидно, что при изменении характера нагрузки различным ординатам решетчатых функций в дискретные моменты времени соответствуют различные значения мгновенных токов  $i[n]$ .

Так как функция  $i[n]$  не может полностью отразить свойство непрерывной функции  $i(t)$ , то анализ переходного процесса можно осуществлять по огибающим решетчатой функции

Для первого случая (рис. 3,а) расчеты показывают, что при относительно малой величине индуктивности нагрузки установившийся режим в цепи нагрузки наступает при действии первого импульса питающего напряжения.

Расчеты мгновенных значений токов для случая увеличения индуктивности нагрузки приведены на рис. 3,б–е. Огибающие решетчатых функций свидетельствуют о длительности времени переходного процесса и позволяют судить об амплитуде токов на момент коммутации вентилей в зависимости от количества поступающих импульсов питающего напряжения.

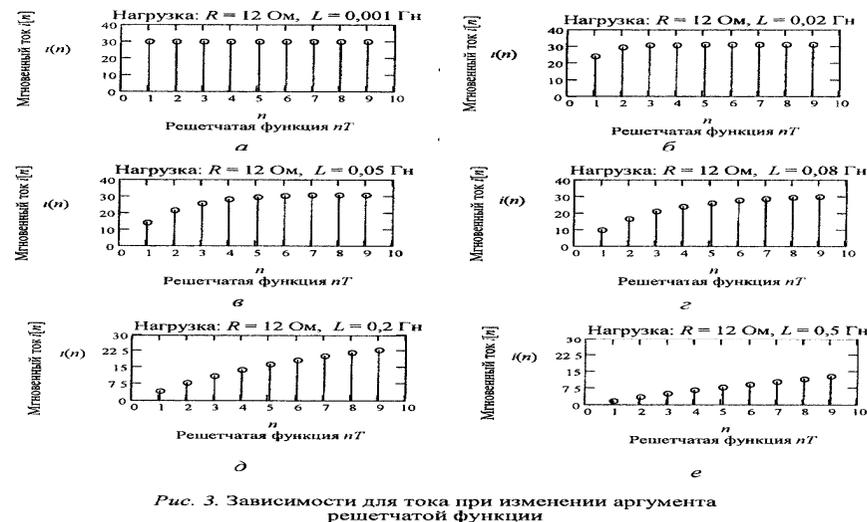


Рис. 3. Зависимости для тока при изменении аргумента решетчатой функции

## ВЫВОДЫ

Итак, наши исследования позволяют утверждать следующее:

1. Аналитическая зависимость между током и аргументом решетчатой функции определяет величину тока от целого числа импульсов выпрямленного напряжения при активно-индуктивной нагрузке.

2. Огибающие решетчатых функций тока в нагрузке отражают характер нестационарного процесса, что может быть использовано при сравнительном анализе схем выпрямления, а также для анализа установившихся процессов.

[1] Демирчян К.С. и др. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов: В 3 т. – СПб.: Питер, 2003. – Т. 2.

[2] Зиновьев Г.С. Основы силовой электроники: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003.

[3] Зиновьев Г.С. Основы преобразовательной техники. Ч. 3. Методы анализа установившихся и переходных процессов в вентильных преобразователях. – Новосибирск: НЭТИ, 1975.

[4] Цыткин Я.З. Теория линейных импульсных систем. – М.: Физматгиз, 1963.

[5] Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. – М.: Наука, 1967.

[6] Зезюлкин Г.Г. Особенности расчета переходных процессов в линейных электрических цепях при кусочно-линейных возмущениях: Учеб. пособие. – М.: МЭИ, 1985.

[7] Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986.