О сходимости рядов в пространствах с гладкой нормой

Кобзев В.Н.

Филиал Уральского государственного экономического университета в г.Березники

Пусть X -сепарабельное банахово пространство с элементами x и нормой $\|x\|$, X^* - сопряжённое пространство, (Ω, Σ, P) -основное вероятностное пространство. Через $L_p(\Omega, X)$ обозначается банахово пространство случайных элементов со значениями *в* X и с нормой

$$\|\xi\|_p = \left[\int_\Omega \|\xi(\omega)\|^p P(d\omega)\right]^{1/p}, 1 \le p < \infty .$$

Говорят, что банахово пространство X является G_α- пространством для некоторого $\alpha \in (0,1]$, если существуют отображение $G: X \to X^*$ и константа $A > 0$ со свойствами:

1) $\|G(x)\| = \|x\|^\alpha$,

2) $\langle G(x), x \rangle = \|x\|^{1+\alpha}$,

3) $\|G(x) - G(y)\| \le A\|x - y\|$ для любых $x, y \in X$.

Примерами G_α-пространств могут служить l_p -пространства, когда $1 < p < \infty$.

Нами доказана

Теорема. Пусть X является G_α- пространством. Тогда для того, чтобы из ограниченной в $L_{1+\alpha}(\Omega, X)$ последовательности $\{\xi_n\}$ можно было извлечь подпоследовательность $\{\xi_{n_k}\}$ такую, чтобы ряд $\sum a_k \xi_{n_k}$ сходился в $L_{1+\alpha}(\Omega, X)$ и почти наверное, как только $\sum |a_n|^{1+\alpha} < \infty$, необходимо и достаточно существование подпоследовательности $\{\xi_{n_k}\}$ слабо сходящейся в $L_{1+\alpha}(\Omega, X)$ к нулю.