

Старобогатов Ростислав Олегович,

к.ф.-м.н, доцент, СПбГИЭУ,

rstarobogotov@gmail.com

**Использование принципов квантовой механики для
моделирования фондовых рынков**

В статье рассматривается возможность использования формализма квантовой механики для полномасштабного и гибкого моделирования цен на финансовые активы.

Ключевые слова: квантовая статистика, опцион, SCoP формализм.

Starobogotov Rostislav Olegovich,

Ph.D, Associate Professor, StPSUEE

rstarobogotov@gmail.com

Using the principles of quantum mechanics for modeling of stock markets

In this paper we will discuss the possibility of using the formalism of quantum mechanics for the full and flexible modeling of financial asset prices.

Keywords: quantum statistics, option, SCoP formalism.

Модель Блэка-Шоулза и гипотезы случайного блуждания

Идея оценивания количественных производных инструментов (опционов) была озвучена Луи Башелье, который впервые применил понятие Броуновского движения к анализу вероятности в процессах финансирования. Цель этой статьи кратко изложить суть, основные понятия, определения и результаты количественного аспекта финансирования. Будет рассмотрена

наиболее часто используемая финансовая модель Блэка-Шоулза и её основные допущения, в том числе гипотеза случайного блуждания, а также недостатки основных допущений. Опцион – финансовый инструмент, представляющий собой контракт между двумя сторонами, регулирующий цену поставки активов. Покупка опциона даёт участнику сделки возможность выбора, делая его участие в сделке не обязательным, в то время как брокер берет на себя соответствующее обязательство осуществлять эту (возможную) операцию по заранее оговоренной цене. Цена опциона устанавливается от разницы между ценой сделки и базовой стоимости актива (который может представлять собой акции, облигации, валюту и т.д.), к стоимости также прибавляется премия, размер которой устанавливается в зависимости от оставшегося времени до истечения срока действия опциона. Более наглядно это можно показать, если через $V(t)$ мы обозначим общую стоимость, через $I(t)$ – непосредственно стоимость самого опциона и через $Z(t)$ – стоимость затраченного времени, стоимость потенциальной премии, размер которой растет или уменьшается в зависимости от времени, можно будет посчитать по формуле:

$$V(t) = I(t) + Z(t), \quad (1)$$

где стоимость опциона - $I(t)$, выражается в разнице между текущей ценой базового актива - $S(t)$ и ценой сделки – K , согласно формуле:

$$I(t) = S(t) - K \quad (2)$$

Опцион, наделяющий брокера правом покупать (продавать) что либо по определенным ценам, называется call(put)-опционом, или просто опционом купли-продажи.

В большинстве опционов указывается определенная дата, по истечении которой они аннулируются. Если опцион не будет использован до указанной даты, то он также аннулируется. Европейский тип опциона подразумевает

под собой возможность использования его по истечении указанной даты, а Американский тип позволяет использование опциона в любой день торгов, до и после указанной в контракте даты окончания. Себестоимость call-опциона обозначается как $IC = \max\{S - K, 0\}$, в то время как себестоимость put-опциона - $IP = \max\{K - S, 0\}$. Если стоимость опциона является положительной, то он считается выигрышным (или иногда - денежным, прибыльным), при ином раскладе он считается невыигрышным, то есть неприбыльным. В теории, стоимость опциона оценивается в соответствии с конкретными математическими моделями, задачей которых является получение возможности предсказать, как стоимость опциона изменяется соответственно текущим условиям. Например, как изменяется цена до и после истечения срока действия опциона, или как эти изменения отразятся на стоимости. Грубо говоря, теория опционов работает над проблемой поиска "справедливой" цены опциона в момент времени (t) и до истечения срока его действия (t-). Наиболее широко и часто используемой моделью финансового рынка европейских опционов купли/продажи является модель Блэка-Шоулза, которая позволяет регулировать цену некоторое дополнительное время. Основная идея, лежащая в основе этой модели - построение идеальной позиции для своевременного хеджирования, стоимость которого не будет зависеть от цены базового актива, что помогает снизить естественный риск.

Модель Блэка-Шоулза подразумевает под собой следующие положения:

(I) Получить прибыль без риска невозможно; идеальных условий для сделки не существует.

(II) Существует постоянная процентная ставка, по которой деньги могут быть одолжены и предоставлены в пользование без какого-либо риска.

(III) Акции могут быть проданы по свободной цене и в любом количестве.

(IV) Базовый актив не приносит дивидендов.

(V) Постоянно изменяющийся курс котировки акций и безостановочность этого процесса напоминают Броуновское движение.

Говоря о предлагаемой цене (v), мы подразумеваем, что цена базового актива (S) является случайной величиной, и это удовлетворяет дифференциальному уравнению:

$$DS = \mu S dt + \sigma S dW, \quad (3)$$

где W - винеровский процесс броуновского движения (хорошим дискретным аналогом для W может послужить термин *случайное блуждание*), μ (обозначает отклонения) и σ (обозначает изменчивость) - являются константами. Теперь, если ввести безрисковый показатель доходности - r , то можно вывести уравнение Блэка-Шоулза, которое удовлетворяет цене $V = V(S, t)$ опциона:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \quad (4)$$

В качестве примера мы приводим формулу Блэка-Шоулза, содержащую цену европейского call-опциона для безвозмездной оплаты базового актива, которая определяется по формуле:

$$C(S, t) = N(d_1)S - N(d_2)K e^{-r(T-t)} \quad (5)$$

Соответственно цена put-опциона определяется по формуле:

$$P(S, t) = K_e^{-r(T-t)} - S + C(S, t) = N(-d_2)K_e^{-r(T-t)} - N(-d_1)S. \quad (6)$$

Параметры d_1 и d_2 в уравнениях (5) и (6) определяются как

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{R}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (7)$$

и

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{R}\right) + \left(-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}. \quad (8)$$

соответственно, $N(t)$ является совокупной кумулятивной функцией при стандартном распределении:

$$N(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-z^2/2} dz \quad (9)$$

Следует отметить, что модель, представленная выше, содержит ряд упрощений и идеализаций, неприменимых в условиях рынка. Кроме этого, утверждение, что использование модели Блэка-Шоулза исключает риск, является лишь теоретическим предположением и некий процент всё-таки существует. Несмотря на это, испытания модели на практике и накопленный опыт позволяют заключить, что модель оправдывает ожидания, и вместе со всеми производственными оптимизациями, модель Блэка-Шоулза является наилучшей для оценки опционов и при работе с крупными суммами. Краеугольным камнем для вывода уравнения (4) служит понятие случайного блуждания, на котором построено уравнение (3), другими словами, цена на активы развивается в соответствии с классическим понятием случайного блуждания. Выразаясь простым языком, конечная цена актива на финансовом рынке, таком как Уолл-стрит, например, может быть определена путем подбрасывания монеты, что является сутью процесса Колмогорова.

Эта гипотеза случайного блуждания является основой финансового моделирования в банках и других финансовых учреждениях, а также тесно переплетается с так называемой гипотезой эффективности рынка, и подразумевает факт того, что финансовые рынки «информационно зависимы», и цены активов мгновенно изменяются, подчиняясь новой поступившей информации. Очевидно, что как гипотеза случайного блуждания, так и гипотеза эффективности рынка весьма идеалистичны, но их ключевая идея основывается на том, что использовать неэффективность рынка на уровне цен активов практически не представляется возможным. Однако, в последние годы некоторые авторы отмечают, что в некоторых ситуациях отклонения от прогнозов согласно модели Блэка-Шоулза не случайны, что противоречит основополагающим гипотезам данной модели. Эти наблюдения ставят под сомнение саму гипотезу случайного блуждания. Ссылаясь на экспериментальные данные, вышеназванные авторы утверждают, что модель случайного блуждания показала себя достаточно хорошо лишь в статичных ситуациях при отсутствии каких либо фазовых переходов. Случись что-нибудь настолько неожиданное, как например обвал фондового рынка, модель случайного блуждания перестает функционировать, что неизменно влечет за собой когерентные эффекты. В таких исключительных ситуациях отклонения не выверены и не приведены к общему значению что создаёт эффект заторможенности, и люди, не контролируя ситуацию, подчиняются стадному инстинкту. В итоге, были разработаны альтернативные модели уравнений Блэка-Шоулза, и идеи многих из них берут начало в квантовой механике. Также, некоторые аналогии можно найти в статистической механике. Известно, что если мы рассматриваем газ содержащий множество частиц, и его температура достаточно высока, то газ можно считать идеальным, что соответствует классическому распределению Максвелла - Больцмана. И наоборот, если температура становится очень низкой, то имеет место квантовая когерентность и другие эффекты, свойственные квантам, то есть газ

становится неидеальным и подходит под статистику Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Предполагается, что подобные явления происходят и на фондовом рынке (столпотворение, давка, беспорядок и т. д.), в особенности, когда некоторые показатели достигают критических отметок. В последующих разделах мы постараемся доказать, что аналогичных выводов можно достичь используя и другие различные точки зрения, а также объясним, почему квантовый формализм необходим для моделирования финансовых систем.

Потенциальные возможности финансового структурирования

В предыдущем параграфе говорилось о том, что стандартные модели ценообразования опционов основываются на классических случайных, так называемых *вероятностных*, процессах. Другими словами, стоимость опциона является случайным числом, одним из многих возможных. Из этого следует, что использование формализма квантовой механики и квантовой вероятностной модели предоставляет возможность полномасштабного и в то же время гибкого моделирования цен на финансовые активы (опционы, акции и т.д.). Но существуют и более весомые причины, говорящие в пользу использования квантового структурирования в области финансов. Основная доктрина квантовой механики состоит в том, что качество и состояние рассматриваемого объекта, чего-то реально существующего в данный момент, не может рассматриваться в качестве постоянной характеристики, то есть не дает нам сведений о предыдущем состоянии объекта, как это принято в классической физике. И более того, информация о качестве и свойствах предмета актуальна только в момент проведения измерений и может меняться при использовании разных средств измерения. Это значит, что в процессе измерения происходят неопределимые изменения в состоянии измеряемого объекта, что свидетельствует о взаимодействии рассматриваемого предмета и производящей измерения аппаратурой. Более

того, в процессе измерения мы наблюдаем переход от «возможного» к «действительному», то есть состояние объекта, которое было лишь возможным до проведения измерений становится фактическим, то есть действительным, в процессе или после проведения измерений, а также наоборот. В таком случае обычно говорится, что измеряемый объект находится в потенциальном, то есть возможном, состоянии, с поправкой на измерения. Следовательно, квантовая вероятность не может быть истолкована как формализация субъективного незнания реального состояния объекта, что свойственно классической (Колмогоровской) вероятности и статистической механике, но этот факт скорее свидетельствует о недостатке информации о колебаниях, то есть нам неизвестно, как изменится состояние предмета в той или иной ситуации. Последующая формализация квантовой потенциальности ясно даёт понять, что квантовая модель вероятности далека от Колмогоровской. Группа Брюсселя исследовала концептуальные основы квантовой механики в течение многих лет, чтобы обеспечить оперативную аксиоматизацию этой теории. Проведенные исследования позволили ученым разработать так называемый SCoP формализм, смысл которого состоит в объединении информации о состоянии объекта, его качестве и конкретных условиях в которых он находится, что даёт возможность описания любого (не обязательно физически существующего) объекта. Формализм (математическая модель) SCoP охватывает как классическую, так и квантовую механику, в некоторой степени обобщает их; этот же принцип был использован при разработке более ранних концептуальных моделей и их комбинаций. Термин *вероятность* возникает вследствие того, что нам неизвестно, каково будет влияние, оказанное на предмет, и к каким изменениям оно приведет (так называемый формализм скрытого воздействия). Этот формализм представляет возможным описание потенциальных возможностей любой кванто-подобной структуры. Пример вышеописанной ситуации был найден за пределами физики, и им стал

социальный опрос. Кванто-подобная потенциальная структура наблюдается при соцопросе, потому что существует два возможных типа вопросов.

Тип I: К примеру, если был задан вопрос «Курите ли Вы?», то ответы «да» или «нет» предопределены, независимо от каких либо условий.

Такой тип вопроса называют *классическим*, так как возможные ответы предопределены заранее и пополняют только знания вопрошающего лица.

Тип II: вопрос, ответ на который может быть не предопределен заранее, как например мы можем увидеть в следующих примерах:

(I) «Каково Ваше мнение насчет использования ядерной энергии?»

(II) «Как Вы относитесь к идее легализации легких наркотиков?»

(III) «Как Вы считаете, не станут ли лучше условия жизни при капиталистическом строе?».

В случае с подобными вопросами, мнение собеседника не определено заранее, так как оно формируется в процессе опроса. Таким образом, мнение интервьюируемого человека находится в подвешенном состоянии, то есть возможен любой ответ, и трансформируется в процессе, образуя мнение индивида по данному вопросу, и в итоге формируется окончательный ответ, будь то «да» или «нет». Вопросы подобного типа принято называть неклассическими. Нами было показано, что рассмотренная структурная вероятность не свойственна Колмогоровской модели и представляется в виде обобщенно-квантовой или кванто-подобной. При скрупулезном анализе, подобные ситуации можно выявить и на фондовом рынке. Более того, будет разумно предположить, что цены на активы не предопределены заранее и зависят от случайных событий и непосредственно от решений о покупке или продаже принимаемых людьми спонтанно. С этой точки зрения, структура и динамика активов, а также их влияние на цену актива, по типу подобны неклассическим вопросам квантовой вероятностной модели соцопроса. В дополнение можно заметить, что эквивалентом классического вопроса, на который существует предопределенный ответ, может стать вопрос касательно цены на какой-либо обычный предмет в магазине, где цены

всегда установлены заранее. Из этого следует, что модель, основанная на классическом вопросе, удовлетворяет ситуациям покупки и продажи товаров с фиксированной заранее ценой. И напротив, эквивалентом неклассического вопроса, ответ на который не предопределен заранее – является процесс биржевых торгов, в результате которых цена активов меняется постоянно, на протяжении всего периода торгов. Так или иначе, классические экономические теории зачастую базируются на гипотезе эффективности рынка. Если информация распространяется так, как нужно, то есть «эффективно», и имеет определенную область распространения, то график цен будет развиваться в нужном направлении, что делает гипотезу эффективности рынка применимой к данным условиям. В этом типичном для рыночных условий случае, так называемый эффект неклассического вопроса, при котором цены на активы не предопределены заранее и подвергаются влиянию обстановки, а также информации постоянно поступающей от людей желающих купить и/или продать, сглаживается. Таким образом, использование классического уравнения Блэка-Шоулза для установления цен активов представляется оправданным. Совершенно иная картина возникает в условиях биржевого обвала цен или при экономическом кризисе. В таких случаях поступающая информация распространяется бесконтрольно и не ограничена определенной областью, ситуация перестает удовлетворять гипотезе эффективности рынка, а неклассические эффекты, связанные с воздействием окружающей обстановки на принятие решений, более не могут быть сглажены. Подводя итог сказанному, можно утверждать, что классические уравнения для определения вероятности позволяют предопределить эволюцию цен опционов только в случае стабильности рынка. И напротив, если происходят некие "катастрофические" (как например обвал фондового рынка) или экстраординарные события, если рынок нестабилен, как следствие этого проявляются неклассические эффекты, возникает необходимость в квантовом структурировании.

В следующем разделе будет дано объяснение тому, почему цены на активы не могут быть установлены заранее и как это происходит в процессе торгов.

SCoP формализм для моделирования фондового рынка

По итогам анализа моделей и ситуаций, проведенному в предыдущем параграфе, следует сказать, что усовершенствование модели фондового рынка основывается на квантовом формализме и обобщении принципов, лежащих в его основе. И в этом разделе нами будет представлен SCoP формализм, позволяющий сделать такое обобщение возможным.

Предположим, что рассматриваемый нами объект T - это акция. В какой-то определенный, конкретный момент, акция T находится в известном нам состоянии p , которое реально для T в этот конкретный момент. Факторы внешней обстановки – e , для акции T являются частью иной реальности, и влияют на T таким образом, что её состояние изменяется. Факторы обстановки e , могут представлять собой, к примеру, все решения принимаемые людьми в процессе торгов, в котором идёт речь о покупке или продаже T .

В общем, взаимодействие акции T с окружающей обстановкой p определяет её изменение, то есть переход от состояния p к состоянию q (по аналогии изменения состояние предмета на уровне квантов в процессе его измерения). И этот переход от одного состояния к другому принято называть *коллапсом*. Обозначим состояния T через Σ , а факторы окружения через M . Если состояние p не меняется под действием факторов окружения e , то мы говорим, что p является типичным собственным состоянием объекта, а в обратном случае, мы говорим, что p является *потенциальным* состоянием. Вероятность того, что состояние p под воздействием факторов окружения изменится до состояния q обозначим через $\mu(p, e, q)$. Очевидно, что подобная смена состояний, как правило, является вероятностным процессом.

Качество, или свойство a акции T является частью T и свойственно для неё независимо от, что (которым) T может обладать независимо от влияния факторов окружающей обстановки. Свойство a акции T это, например, цена акции на данный момент времени. Обозначим множество свойств T через L . Если акция T на данный момент обладает свойством a , мы говорим что оно *актуально*, в противном случае мы говорим, что a является *потенциальным*, то есть возможным. В данном состоянии p акция T обладает набором свойств, которые являются актуальными. Свойства, которые актуальны для T , находящейся в каком-то конкретном состоянии, могут стать потенциальными, при условии что T сменит состояние p . Это определяет функцию $\xi: \Sigma \rightarrow P(L)$, где $P(L)$ есть множество всех возможных вариантов свойств L , которое отображает состояние p в множество $\xi(p)$ всех свойств, которые актуальны для этого состояния. Вводя Функцию ξ мы заменяем выражение "свойство актуальное для акции T , находящейся в состоянии p " на " $a \in \xi(p)$ ". Если состояние p акции T изменяется под влиянием факторов окружения e до состояния q , то множество $\xi(p)$ свойств актуальных для акции в состоянии p превращается в множество $\xi(q)$ актуальных свойств акции в состоянии q .

В частности, мы говорим, что акция T в состоянии p *отображает* варьирование цены между отметками x и y в ходе процесса торгов, если цены в пределах отметок x и y является актуальным свойством акции T в данном состоянии p . Затем, в ходе торгового процесса, акция T переходит из состояния p в состояние q , что выглядит примерно так:

$$a \in \xi(q).$$

Предоставив вышеописанные основные определения и обозначения, мы теперь готовы совместить служившую нам примером акцию T с системой SCoP, которая представлена множеством состояний – Σ , множество факторов внешнего воздействия – M , множество свойств объекта – L , а также функциями μ и ξ . Функция μ определяется как $\mu: \Sigma \times M \times \Sigma \times M \rightarrow [0,1]$, $(q, f, p, e) \mapsto \mu(q, f, p, e)$, где $\mu(q, f, p, e)$ есть вероятность того, что акция, под

влиянием внешних факторов (e), перейдет из состояния p в состояние q , а также переход от внешних факторов e (в данном случае более употребителен термин «*ситуация*») к ситуации f . Из этого следует, что μ описывает структуру взаимодействия акции и ситуации. Функция ξ определяется как $\xi: \Sigma \rightarrow P(L)$, $p \mapsto \xi(p)$, где $\xi(p)$ обозначает совокупность всех свойств, которые актуальны в состоянии p . Следовательно, ξ описывает внутреннюю структуру объекта или, лучше сказать, то, как свойства акции зависят от различных состояний, в которых она может быть. Данное определение распространяется на любые другие акции находящиеся во взаимодействии друг с другом, что весьма характерно для финансового рынка. Как следует из всего вышесказанного, акция не имеет определенной цены, даже если она находится в определенном состоянии в определенный момент времени. Цена акции изменяется в процессе торгов, что, безусловно, является вероятностным процессом, зависящим от ситуативных факторов, таких как, к примеру, решения людей о покупке или продаже акции. Вполне очевидна справедливость аналогии проведенной между акцией и квантовым объектом, изменяющим своё состояние в процессе его взаимодействия с измеряющей аппаратурой. Это подтверждает необходимость применения квантового формализма для моделирования и преобразований, связанных с акциями. Процесс покупки / продажи акции можно рассматривать как результат ситуативного взаимодействия между самой акцией и внешними факторами, которые формируются соответственно принимаемым решениям. Не будет лишним разъяснить ситуацию. Факт того, что решения принимаемые людьми в каких-либо конкретных ситуациях носят неклассический характер, приводит к некоторым парадоксам в экономической теории (парадоксы Алле и Эллсберга, ложная конъюнкция, эффект дизъюнкции и т.д.). Эти недостатки показывают, что в принятии решений не стоит руководствоваться лишь классической логикой и теорией вероятности.

Возникают и обратные ситуации, в которых мышление носит концептуальный характер, зависит от восприятия ситуации, и, как утверждается в ряде исследований, в основе имеет принципы свойственные квантовому формализму. В частности, в этих исследованиях нами была выделена гипотеза о наличии двух структур человеческого мышления: классический логический уровень, который может быть смоделирован в рамках классической Колмогоровской вероятности и квантовый концептуальный уровень, имеющий в основе вероятностный формализм свойственный квантовой механике. Мыслительный процесс на этом уровне происходит под влиянием концептуального восприятия окружающей действительности, следовательно, основой мышления для этого уровня служит ситуация и всё происходящее .

Заключение

Современное финансирование опирается на классическую вероятностную модель поведения рынка. Говоря точнее, для моделирования цен на активы, опционы и акции используется уравнение Блэка-Шоулза, и решения, принимаемые с помощью этих уравнений, уравнивают рынок, добавляя стабильности, а отклонения от этих решений, как правило, рассматриваются как случайные колебания, нарушающие баланс в ту или иную сторону. Уравнение Блэка-Шоулза основывается на гипотезе случайного блуждания. Но не существует конкретного объяснения ни для самой гипотезы, ни для нарушения её условий в некоторых конкретных ситуациях. Взяв за основу данные исследований, приведенные в ряде работ, можно заявить, что модель случайного блуждания является хорошим отображением ситуаций, характерных для рынка в период его стабильности. Периодом стабильности рынка принято называть временной промежуток, в течение которого не происходят какие-либо экстраординарные события, которые могут оказать влияние на рынок, тем самым став угрозой его

стабильности. Глобальные события, такие, как например экономический кризис, вызывают значительный резонанс и могут стать причиной обвала фондового рынка. Всякий раз, когда такие экстраординарные события происходят, это грозит вылиться в финансовый кризис, что делает гипотезу случайного блуждания неприменимой к рынку. Незамедлительно начинают проявляться когерентные эффекты, то есть последствия, возникающие по причине потери рынком сбалансированности. Это ведет к неразберихе и панике, усиливая в людях стадный инстинкт, рынок выходит из-под контроля, паника приобретает размеры массового помешательства. Мы утверждаем, что ситуации, подходящие под квантовую статистику, вполне свойственны финансовому рынку: при распространении новостей мирового значения ограничение доступа к информации не представляется возможным, и это, несомненно, оказывает влияние на решения, принимаемые людьми, то есть налицо неклассические эффекты. В этом случае квантовая когерентность зависит от глобальности характера новостей и их распространения. Если распространение новостей ограничивается определенной областью, и они не могут повлиять на решения людей по всему земному шару, то в таком случае возникновение квантовой когерентности невозможно, и ситуация на рынке вполне удовлетворяет классической гипотезе случайного блуждания. В обратной же ситуации, если происходит нечто настолько глобальное, как например финансовый кризис, то это становится всем и каждому и возникает феномен квантовой когерентности, и как следствие – массовое принятие скоропалительных решений.

Опираясь на формализм SCoP, который берет начало из принципов квантовой механики, а также на формализм скрытого воздействия, который интерпретирует квантовую вероятность как колебания, происходящие в результате взаимодействия объекта и внешних факторов, мы предоставили достаточно убедительных аргументов, чтобы утверждать, что акция не имеет определенной цены до тех пор, пока не становится предметом торговли, и приобретает цену только при условии наличия торгов о её покупке или

продаже. Приобретение акцией цены в процессе торгов есть не что иное, как результат влияния совокупности всех внешних факторов и их влияния на процесс торгов, как например решения, принимаемые людьми в ходе этого процесса. В некоторых случаях этими внешними факторами можно пренебречь, поэтому становится актуальным классическое моделирование. Но также существуют конкретные ситуации, в которых этими внешними эффектами никак не пренебречь, и в этих случаях необходимо использование квантового описания ситуации.

Литература

1. Bachelier L., *Theorie de la Speculation* // Gauthier-Villars, Paris, 1900.
2. Black F., and Scholes M., *J. Pol. Econ.* 81 // 637-654 (1973).
3. Cox J. C., Ross S. A, and Rubinstein M. E., *J. Fin. Econ.* 7 // 229-263 (1979).
4. Choustova O., *Pilot wave quantum model for the stock market* // <http://www.arxiv.org/abs/quant-ph/0109122>.
5. Haven E., *Physica A* 304 // 507-524 (2002).
6. Schaden M., *Physica A* 316 // 511-538 (2002).
7. Haven E., *Physica A* 324 // 201-206 (2003).
8. Haven E., *Physica A* 344 // 151-155 (2003).
9. Baaquie B. E., *Quantum Finance* // Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
10. Bagarello, *J. Phys. A* 39 // 6823-6840 (2006).
11. Bagarello F., *Qual. Quant.* 41 // 533-544 (2007).
12. Choustova, *Physica A* 374 // 304-314 (2007).
13. Ye C., and Huang J. P., *Physica A* 387 // 1255-1263 (2008).
14. Ataullah A., Davidson I., and Tippett M., *Physica A* 388 // 455-461 (2009).
15. Accardi L., *Foundations of quantum probability* // in *Rend. Sem. Math. Univ. Politech. Turin*, 1982, pp. 249-273.
16. Accardi L., and Fedullo A., *Lett. Nuovo Cim.* 34 // 161-172 (1982).

- 17.** Pitowsky I., Quantum Probability, Quantum Logic, Lecture Notes in Physics 321 // Springer, Heidelberg, 1989.
- 18.** Aerts D., Int. J. Theor. Phys. 38 // 289-358 (1999).
- 19.** Aerts D., Quantum mechanics: Axioms, structures and paradoxes, in Quantum Mechanics and the Nature of Reality // Dordrecht, 1999, pp. 141-205.
- 20.** Aerts D., Being and change: Foundations of a realistic and operational formalism, in Probing the Structure of Quantum Mechanics: Nonlinearity, Nonlocality, Probability and Axiomatics // World Scientific, Singapore, 2002, pp. 71-110.
- 21.** Cornell University Library, A Quantum-like Approach to the Stock Market// arxiv.org:8081/paper.jsp?r=1110.5350
- 22.** Gabora L., and Aerts D., J. Exp. Theor. Art. Int. 14 // 327-358 (2002).
- 23.** Aerts D., and Czachor M., J. Phys. A 37, L123-L132 (2004).
- 24.** Aerts D., Quantum interference and superposition in cognition: Development of a theory for the disjunction of concepts, in Worldviews, Science and Us: Bridging Knowledge and Its Implications for Our Perspectives of the World, // World Scientific, Singapore, 2011, in print.
- 25.** Kitto K., Ramm B., Bruza P., and Sitbon L., Testing for the non-separability of bi-ambiguous compounds, in Proceedings of the AAAI Fall Symposium on Quantum Informatics for Cognitive, Social, and Semantic Processes (QI 2010)
- 26.** Bruza P. D., Kitto K., Ramm B., Sitbon L., Blomberg S., and Song D., Quantum-like non separability of concept combinations, emergent associates and abduction // Logic Journal of the IGPL, 2011, in print
- 27.** Aerts D., Reality and probability: introducing a new type of probability calculus, in Probing the Structure of Quantum Mechanics: Nonlinearity, Nonlocality, Probability and Axiomatics // World Scientific, Singapore, 2002, pp. 205-229.
- 28.** Aerts D., and S. Aerts, Found. Sci. 1 // 85-97 (1994).
- 29.** Aerts D., J. Math. Psych. 53 // 314-348 (2009).
- 30.** Aerts D., and D'Hooghe B., Classical logical versus quantum conceptual thought: Examples in economics, decision theory and concept theory, in Proceedings of QI 2009-

- Third International Symposium on Quantum Interaction, // Springer, Berlin, 2009, pp. 128-142.
- 31.** Aerts D., and Sozzo S., Quantum structure in cognition: Why and how concepts are entangled, in Proceedings of QI 2011-Fifth International Symposium on Quantum Interaction, // Springer, Berlin, 2011, in print.
 - 32.** Aerts D., D'Hooghe B., and Sozzo S., A quantum cognition analysis of the Ellsberg paradox, in Proceedings of QI 2011-Fifth International Symposium on Quantum Interaction // Springer, Berlin, 2011, in print.
 - 33.** Gabora L., and Aerts D., J. Exp. Theor. Art. Int. 14 // 327-358 (2002).
 - 34.** Aerts D., and Czachor M., J. Phys.A 37, L123-L132 (2004).
 - 35.** Aerts D., Quantum interference and superposition in cognition: Development of a theory for the disjunction of concepts, in Worldviews, Science and Us: Bridging Knowledge and Its Implications for Our Perspectives of the World, // World Scientific, Singapore, 2011, in print.
 - 36.** Kitto K., Ramm B., Bruza P., and Sitbon L., Testing for the non-separability of bi-ambiguous compounds, in Proceedings of the AAAI Fall Symposium on Quantum Informatics for Cognitive, Social, and Semantic Processes (QI 2010)
 - 37.** Bruza P. D., Kitto K., Ramm B., Sitbon L., Blomberg S., and Song D., Quantum-like non separability of concept combinations, emergent associates and abduction // Logic Journal of the IGPL, 2011, in print.
 - 38.** Galea D., Bruza P. D., Kitto K., Nelson D., and McEvoy C. M., Modelling the activation of words in human memory: The Spreading Activation, Spooky-activation-at-a-distance and the Entanglement models compared, in Proceedings of QI 2011-Fifth International Symposium on Quantum Interaction, // Springer, Berlin, 2011, in print.
 - 39.** Busemeyer J. R., Wang Z., Townsend J. T., J. Math. Psych. 50 220-241 (2006).
 - 40.** Khrennikov A., Biosystems95 // 179-187 (2008).
 - 41.** Accardi L., Khrennikov A., and Ohya M., Op. Syst. Inf. Dyn.16 // 371-385 (2009).
 - 42.** Khrennikov A., and Haven E., J. Math.Psych. 53 // 378-388 (2009).

43. Pothos E. M., and Busemeyer J. R., A quantum probability explanation for violations of 'rational' decision theory // Proceedings of the Royal Society B, online first (2009).
44. Busemeyer J. R., Wang Z., Mogilansky A. L.. J. Math. Psych. 53 // 423-433 (2009).
45. Lambert-Mogiliansky A., Zamir S., and Zwirn H., J. Math. Psych. 53 // 349-361 (2009).
46. Franco R., J. Math. Psych. 53 // 415-422 (2009).
47. Widdows D., Orthogonal negation in vector spaces for modelling word-meanings and documentretrieval, in Proceedings of the 41st Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics // Sapporo, Japan, July 7-12, 136-143 (2003).
48. van RijsbergenK.. The Geometry of Information Retrieval // Cambridge University Press, Cambridge, (2004).
49. Widdows D., Geometry and Meaning, CSLI Publications // University of Chicago Press, (2006).
50. Melucci M., Lect. Not. Comp. Sc. 6931 // 139-150 (2011).
51. <http://arxiv.org/abs/1110.5350v1> (28.05.2012)