

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТРОИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

И.А. Шпилькина

Национальный исследовательский Томский Политехнический
Университет ЭНИН, ТПТ, 6М502

По заданию фирмы ООО «Рекон» возникла необходимость определения теплофизических характеристик нового строительного материала, который используется в строительстве. Установка представляет собой шар, внутри которого нагревательный элемент, а снаружи шар омывается воздухом.

Исследование теплофизических свойств теплоизоляционных материалов является актуальной проблемой, так как в современном промышленном и гражданском строительстве они находят самое широкое применение. Проблемы энергосбережения выдвигают жёсткие требования к стеновым строительным материалам с точки зрения эффективности их теплоизоляционных свойств.

Цель работы: Разработка метода по определению теплофизических характеристик строительного материала.

Задачи исследования:

- Анализ литературы по определению теплофизических характеристик теплоизоляционных материалов.
- Выбор метода решения, методики по определению коэффициента теплопроводности строительного теплоизоляционного материала.
- Решение нестационарной задачи теплопроводности для неограниченной пластины при граничных условиях второго и третьего рода.
- Решение нестационарной задачи теплопроводности для полого шара при граничных условиях второго и третьего рода.
- Оценка погрешности определения коэффициента теплопроводности на основе известных экспериментальных данных.
- Анализ полученных результатов.

Для определения ТФХ материала был выбран метод шара. В известной литературе предпочтение для исследования теплофизических свойств, отдается пластине или цилиндру. Точность метода и погрешности по сравнению с другими известными способами не известны.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для шара (1):

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(+ \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$(r > 0; R_1 < r < R_2) \quad (2)$$

При краевых условиях (3), (4), (5):

$$T(r, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (3)$$

$$-\frac{\partial T(R_1, \tau)}{\partial r} = \frac{q_c}{\lambda}, \quad (4)$$

$$-\frac{\partial T(R_2, \tau)}{\partial r} = H[T(R_2, \tau) - T_c] \quad (5)$$

Решение в изображениях операционным методом Лапласа [1] имеет вид:

$$T_L(r, s) = \frac{T_0}{s} + \frac{1}{rsm_1} \left[\frac{q_c R_1^2}{\lambda} ch \sqrt{\frac{s}{a}} r + \frac{1}{M} \left\{ \frac{q_c R_1^2}{\lambda s} m_2 + Bi R_2 m_1 \left(\frac{T_c - T_0}{s} \right) \right\} * \rightarrow \right. \\ \left. \rightarrow * [R_1 \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} (r - R_1) + ch \sqrt{\frac{s}{a}} (r - R_1)] \right],$$

где

$$m_1 = R_1 \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} R_1 - ch \sqrt{\frac{s}{a}} R_1, \\ m_2 = R_2 \sqrt{\frac{s}{a}} sh \sqrt{\frac{s}{a}} R_2 + (Bi - 1) ch \sqrt{\frac{s}{a}} R_2, \\ d_1 = R_1 \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} R_1 - sh \sqrt{\frac{s}{a}} R_1, \\ d_2 = R_2 \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} R_2 + (Bi - 1) sh \sqrt{\frac{s}{a}} R_2 \\ M = R_1 R_2 \frac{s}{a} sh \sqrt{\frac{s}{a}} (R_2 - R_1) + R_2 \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} (R_2 - R_1) \\ + (Bi - 1) R_1 \sqrt{\frac{s}{a}} ch \sqrt{\frac{s}{a}} * \rightarrow \\ \rightarrow * (R_2 - R_1) + (Bi - 1) sh \sqrt{\frac{s}{a}} (R_2 - R_1)$$

На основе проведенного исследования установлено, что сложно перейти от изображения к оригиналу.

Решение системы уравнений (1)-(5) получили приближенным методом. Для этого искомое распределение температур в виде функции параболической зависимости от радиуса, в которой коэффициенты зависят от времени.

$$\vartheta(r, \tau) = a_0(\tau) + a_1(\tau) \cdot r + a_2(\tau) \cdot r^2 \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{da_0}{d\tau} + \frac{da_1}{d\tau} \cdot r + \frac{da_2}{d\tau} \cdot r^2$$

Окончательное решение

$$\vartheta(r, \tau) = \vartheta_0 - \frac{qr \left[1 + \exp\left(\frac{2a\tau}{r^2}\right) \right]}{(1-4Fo)e^{2Fo}} - A_2 \left(\frac{2R_1 r (1-6Fo)e^{4Fo} \left(1 + \exp\left(\frac{2a\tau}{r^2}\right) \right)}{(1-4Fo)} - r^2 \left(1 + e^{\frac{6a\tau}{r^2}} \right) \right),$$

где

$$A_2 =$$

$$\frac{\frac{q}{\lambda} \left\{ \left[e^{\frac{2Fo}{R_2^2}} \left(1 - 4\frac{Fo}{R_2^2} + Bi \right) + Bi \right] \right\} - H\vartheta_0(1-Fo)e^{2Fo}}{\exp\left(\frac{8Fo(2R_2^2+1)}{R_2^2}\right) \left\{ 2R_1(1-6Fo) \left[\left(1 - 4\frac{Fo}{R_2^2} \right) + Bi \left(1 + e^{\frac{2Fo}{R_2^2}} \right) \right] - R_2(1-4Fo) \left[2 \left(1 - 6\frac{Fo}{R_2^2} \right) + Bi \left(1 + e^{\frac{6Fo}{R_2^2}} \right) \right] \right\}}$$

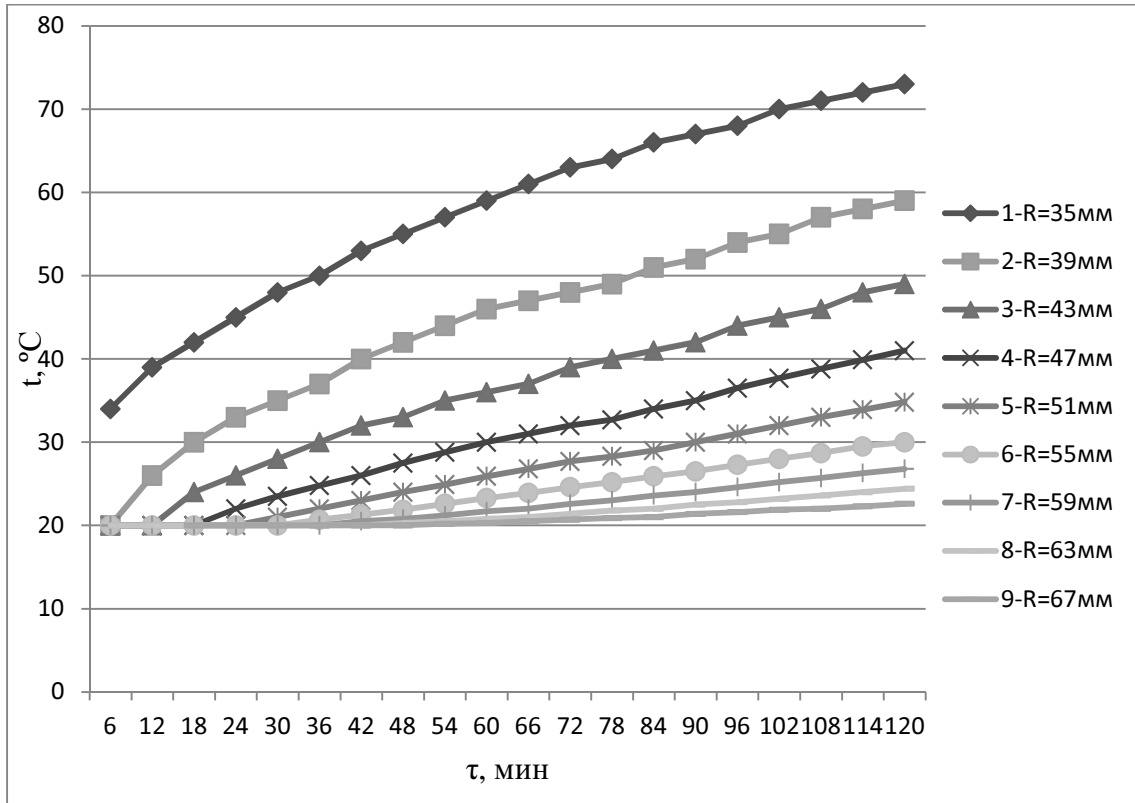


Рисунок 1 – Зависимость распределения температуры от времени (численный метод).

Численный метод тепловых балансов для нахождения распределения температуры.

$$t'_1 = \frac{\Delta r q}{F \Delta \tau \lambda} + t_2$$

$$t'_2 = 3Fot_1 + 3Fot_3 + t_2(1 - 6Fo)$$

$$\begin{aligned}
t'_3 &= 3Fot_2 + 3Fot_4 + t_3(1 - 6Fo) \\
t'_4 &= 3Fot_3 + 3Fot_5 + t_4(1 - 6Fo) \\
t'_5 &= 3Fot_4 + 3Fot_6 + t_5(1 - 6Fo) \\
t'_6 &= 3Fot_5 + 3Fot_7 + t_6(1 - 6Fo) \\
t'_7 &= 3Fot_6 + 3Fot_8 + t_7(1 - 6Fo) \\
t'_8 &= 3Fot_7 + 3Fot_9 + t_8(1 - 6Fo) \\
t'_9 &= 3Fot_8 + 3Fot_{10} + t_9(1 - 6Fo) \\
t'_{10} &= 3Fot_9 + 3Fot_{11} + t_{10}(1 - 6Fo) \\
t'_{11} &= 3Fot_{10} + 3FoBit_{ж} + t_{11}(1 - 3Fo - 3FoBi)
\end{aligned}$$

Таблица 1. Результаты численного и приближенного расчета температур.

| R, мм | 35 | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 59 | 63 | 67 |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Численный метод | 73 | 59 | 49 | 46 | 40 | 33 | 28 | 24 | 23 |
| Приближенное решение | 75 | 60 | 53 | 43 | 39 | 30 | 27 | 23 | 21 |
| Погрешность ε , % | 2 | 1 | 4 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 |

Для определения теплофизических характеристик материала был выбран метод обобщенной закономерности упорядоченного теплового режима[2]. Выражение углового коэффициента прямой линии является универсальной закономерностью упорядоченного теплового режима в твердых телах.

$$\begin{aligned}
\Phi &= b + k \cdot \tau \\
b &= T_0 - \frac{q_c R}{\lambda} \left[\frac{3}{10} - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] \\
k &= \frac{3q_c a}{\lambda R}
\end{aligned}$$

Угловой коэффициент прямой линии

$$\begin{aligned}
\Phi &= \ln \Delta \theta \pm p \int \frac{d\theta_n}{\Delta \theta} = -\mu_1^2 \cdot Fo + const \\
\Phi &= \ln \Delta T \pm p \int \frac{dT_p}{\Delta T} = -\mu_1^2 \cdot \frac{a}{R^2} \tau + const
\end{aligned}$$

Φ численно равен множителю А

$$A = 9.8 \frac{a}{R^2}$$

Полученный коэффициент А усредняется и по нему подсчитывается коэффициент температуропроводности

$$a = A \frac{R^2}{9.8}$$

Таблица 2. Расчет по известным экспериментальным данным. Метод обобщенной закономерности упорядоченного теплового режима.

| $a_{рас},$ Вт/(м ² *°С) | $\lambda_{рас},$ Вт/(м*°С) | $a_{спр},$ Вт/(м ² *°С) | $\lambda_{спр},$ Вт/(м*°С) | $ \delta a , \%$ | $ \delta \lambda , \%$ |
|---------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|------------------|------------------------|
| $3,1*10^{-7}$ | 0,95 | $4,4*10^{-7}$ | 0,81 | 29 | 17 |

Выводы:

1. Не все задачи нестационарной теплопроводности для тел классической формы можно решить операционным методом Лапласа, при различных граничных условиях.

2. Получено приближенное аналитическое решение. Сформулирована нестационарная задача теплопроводности. Установлен диапазон при котором приближенное решение можно использовать. $0.01 < Fo < 0.2$, $0.1 < Bi < 7.5$, $10 < q < 260$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967.- 600 с.
2. Бойков Г.П., Видин Ю.В., Фокин В.М., Шаронова О.В. Определение теплофизических свойств строительного материала: Монография. - Издательство Красноярского университета, 1992. – 172с.
3. Чиркин, Виктор Сергеевич. Теплопроводность промышленных материалов / В. С. Чиркин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Машгиз, 1962. — 247 с. : ил. — Библиогр.: с. 236-246.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике/ М. Я. Выгодский. – М.:АСТ: Астрель, 2008. – 991 с.

Научный руководитель: В.С. Логинов, д.ф.-м.н., профессор каф. теоретической и промышленной теплотехники.