КИНЕМАТИЧЕСКИ ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСТЯЖЕНИИ ПЛОСКОГО ОБРАЗЦА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДЕФОРМАЦИОННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ.

Рассмотрим растяжение полосы с непрерывным полем скоростей перемещений. Также предположим, что захваты, обеспечивающие перемещение верхнего и нижнего концов образца не препятствуют движению материала вдоль ось их.

Граничные условия:

$$при \quad y=1 \quad \sigma_{yy}=2k, при \quad y=-1 \quad \sigma_{yy}=2k, \sigma_{xx}=\sigma_{xy}=0,$$

Данные граничные условия приводят к предположению, что весь образец находится в пластическом состоянии с однородным полем напряжений и прямолинейному полю линий скольжения, наклоненных к оси x под углом .

Поле скоростей при плоской деформации с учетом условия текучести, связанного с линиями уровня поверхности деформаций [1] ,

$$\left(3(\sigma_1-\sigma_2)^2\sigma_2-2\sigma_2^3+3\sigma_2^2(\sigma_1-\sigma_2)-2(\sigma_1-\sigma_2)^3\right)\sqrt{3}++\left((\sigma_1-\sigma_2)\sigma_2-\sigma_2^2-(\sigma_1-\sigma_2)^2\right)h'H=9h'^3\left(\sqrt{27}-H^3\right)$$

определяется системой уравнений [2]:

$$2\frac{\partial V_x}{\partial x}+3\frac{V_y}{\partial y}=0 \quad (I),\ \frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial y}=0 \quad (II), \qquad (1)$$

Преобразуя (1) по законам $\frac{\partial}{\partial x}(I)-3\frac{\partial}{\partial y}(II)$ и $\frac{\partial}{\partial y}(I)-2\frac{\partial}{\partial x}(II)$, получаем волновые уравнения:

$$2\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}-3\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}=0, 3\frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2}-2\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2}=0. \qquad (2)$$

Общее решение системы (2) имеет вид:

$$\begin{cases} V_x=\theta_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)+\theta_2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y+\frac{1}{\sqrt{2}}x\right), \\ V_y=\psi_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)+\psi_2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y+\frac{1}{\sqrt{2}}x\right) \end{cases} \qquad (3)$$

где θ_1, θ_2, ψ_1, ψ_2 произвольные дважды дифференцируемые функции.

Будем рассматривать симметричное пластическое течение с двумя осями симметрии x и y. Граничные условия для скоростей перемещений:

при $x=0 \quad V_x=0$, при $y=0 \quad V_y=0$, при $x=a \quad V_x=const$, при $y=1 \quad V_y=V$. (4)

Общее решение системы уравнений (2) при данных граничных условиях имеет вид:

$$\begin{cases} V_x(x,y)=A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)-A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y+\frac{1}{\sqrt{2}}x\right), \\ V_y(x,y)=A\left(\frac{1}{\sqrt{3}}y-\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)+A\left(\frac{1}{3}y+\frac{1}{\sqrt{2}}x\right), \end{cases} \qquad (9)$$

где $A(t)$ - нечетная дифференцируемая функция, удовлетворяющая граничным условиям.

Найдем связь между относительным удлинением образца и главными инвариантами тензора E :

$$e=0,$$

$$g=k^2\left(8\left(1+\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\ln\left|1+\bar{\varepsilon}\right|}{2\sqrt{6}k}\right)^2-1\right), \qquad (19)$$

$$f=\sqrt{3}k^3\left(1+\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\ln\left|1+\bar{\varepsilon}\right|}{2\sqrt{6}k}\right)\cdot\left(4\left(1+\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\ln\left|1+\bar{\varepsilon}\right|}{2\sqrt{6}k}\right)^2-1\right).$$

Изменение ширины полосы а с течением времени определяется выражением:

$$a(t) = \frac{a_0 l_0^{\sqrt{3/2}}}{(l_0 + Vt)^{\sqrt{3/2}}}.$$

где l_0 начальная длина плоского образца.

Усилие, необходимое для растяжения полосы:

$$P = 2a\sigma_{22} = 4k\frac{a_0 l_0^{\sqrt{3/2}}}{(l_0 + Vt)^{\sqrt{3/2}}} = \frac{4ka_0}{(1+\bar{\varepsilon})^{\sqrt{3/2}}}, \quad \frac{P}{4a_0 k} = \frac{1}{(1+\bar{\varepsilon})^{\sqrt{3/2}}}. \qquad (21)$$

Изменение толщины пластины с течением времени $f(t) = \dfrac{f_0 \sqrt{l_0}^{3/2}}{\sqrt{(l_0+Vt)}^{3/2}}$.

Была рассмотрена задача по растяжению полосы при новом условии пластичности, связанном с линиями уровня поверхности деформаций и получено решение.

При условии текучести Мизеса решение подобной задачи имеет вид:

$$\frac{P}{4ka_0} = \frac{1}{(1+\bar{\varepsilon})^2},$$

На рис. 1 представлены зависимости усилий при различных условиях текучести от

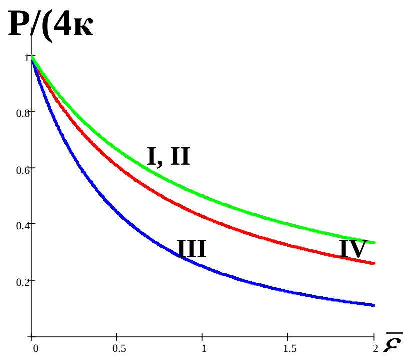

Рис.1

деформаций $\bar{\varepsilon}$. Под цифрой (1) на графике изображена зависимость для условия текучести Мизеса, под цифрой (2) зависимость для нового условия. Коэффициенты описывающие изменение геометрии пластин задаются формулами:

$$\frac{a(t)}{f(t)} = \frac{a_0}{f_0}\frac{1}{1+t/l_0}$$ - для условия пластичности Мизеса,

$$\frac{a(t)}{f(t)} = \frac{a_0}{f_0}\frac{1}{\left(\sqrt{1+t/l_0}\right)^{\sqrt{3/2}+1}}$$ - для нового условия пластичности.

При условии пластичности Треска изменяется лишь один линейный размер: либо *a*, либо *f*. Данные коэффициенты позволяют экспериментально определить выбор условия текучести для конкретного конструкционного материала.

Список литературы

1. А.И. Хромов, А.Л. Григорьева, Е.П.Кочеров Деформационно-энергетический критерий растяжения жесткопластических тел. Доклады Российской Академии Наук, 2007, том 413, №4, с. 1-5

2. А.Л. Григорьева Поверхность нагружения, связанная с линиями уровня поверхности деформационных состояний несжимаемых жесткопластического тела.
Вестник ЧГПУ им. Яковлева серия: механика предельного состояние №1 . Периодическое издание, журнал, г.Чебоксары: ЧПГУ, 2007. 33-36с.