

## А.М. Репин *Who will give just a thanks! ? / Кто передаст просто спасибо?*

Анонс. Намереваясь, как обещано в [econf.rae.ru/article/6486](http://econf.rae.ru/article/6486), продолжить список публикаций по **теоремам разложения** в теории преобразования Лапласа, но предварительно взглянув в этом файле на **начальную часть** (**признательность/благодарность /thanks!**), автор задумался. Вряд ли кто даже из живущих, указанных в ней **хороших людей** посмотрит файл. Необходимо сообщить им **лично**. **Родственникам** ушедших. Или, если приемлемо, **коллегам**, где они трудились. Так появилась мысль обратиться в **РАН**. В отделение **энергетики**. В журнале которого опубликованы формулы автора. Возможно, и заодно познакомить, если сочтут, с некоторыми, предполагаемо **полезными сведениями**. Увы. Человек предполагает. Но порой не Бог располагает.

Ниже, с выражением надежды на **милость** за дерзость и оттенок лёгкого юмора, приведены **обращение** к руководителям отделения ЭМПУ РАН. **Начальная часть**, дополненная, по числу **хороших людей**, до исходной, относительно данной в [article/6486](http://article/6486). И прежние уникальные списки литературы с некоторыми подправленными опечатками из числа замеченных. Поскольку **даже о получении** обращений дождался сообщения автору **не удалось**, то именно возможная **полезность обновления** имеющегося в **НЭА РАЕ** материала предопределяет **целесообразность** опубликования обновлённого.

### Обращения

<p><a href="mailto:fortov@ras.ru">fortov@ras.ru</a>, <a href="mailto:ptped@oem.ras.ru">ptped@oem.ras.ru</a>, <a href="mailto:ptped@ipsun.ras.ru">ptped@ipsun.ras.ru</a>, <a href="mailto:volkov@eninnet.ru">volkov@eninnet.ru</a> toFortov,Favorskij,Volkov отРепинаАМ</p> <p>Уважаемые Владимир Евгеньевич, Олег Николаевич, Эдуард Петрович,</p> <p><b>Добрый день и с Новым Годом!</b></p> <p>Энергия глобальна. Планеты, звёзды крепит. Письмо <b>ВАМ</b> шлёт из дальней Кентавры некий Репин. Три файла прилагает. Зачем-то “стих” слагает. Хотя в стихах как крот. <b>И Бога умоляя,</b> Надежду возлагая. <b>Ответ, как манну, ждёт.</b></p> <p><b>АМР 13.1.2012</b> ==== ;-;- ====</p> <p>Вложенные файлы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <a href="#">3-главый Дракoша ПоСути,Хороший 12.1.12 1630.pdf (284 Кб)</a></li> <li>2. <a href="#">ЭнТ73 R-теоремыСкан 21206 Дизайн 301111.pdf (1.8 Мб)</a></li> <li>3. <a href="#">АМР-Признательность +[Л] кЭ-иТ73 291010 12.1.12.pdf (441 Кб)</a></li> </ol> <p>Ждите ответа ... Ждите .. пи-пи-пи....</p>	<p>Не дождавшись сообщения о <b>получении</b> письма, “гонцов”, то бишь запрос, “он снова шлёт” Чинам.</p> <p><a href="mailto:fortov@ras.ru">fortov@ras.ru</a> УвФортовуВЕ отРепинаАМ</p> <p>Уважаемый Владимир Евгеньевич, 13 Jan 2012 в 19:11 <b>Вам</b> на Ваш Е-адрес <a href="mailto:fortov@ras.ru">fortov@ras.ru</a> отправлено письмо toFortov ... отРепинаАМ с приложениями. <b>Просьба</b> сообщить о получении. С надеждой, <b>АМР</b>. 17.1.2012- 2230 мск /Ваше <a href="#">письмо</a> отправлено 23:25 7,2 Кб</p> <p><a href="mailto:ptped@ipsun.ras.ru">ptped@ipsun.ras.ru</a> УвФаворскомуОН отРепинаАМ</p> <p>Уважаемый Олег Николаевич, 13 Jan 2012 в 19:11 <b>Вам</b> на Ваш Е-адрес <a href="mailto:ptped@ipsun.ras.ru">ptped@ipsun.ras.ru</a> отправлено письмо to..Favorskij .. отРепинаАМ с приложениями. <b>Просьба</b> сообщить о получении. С надеждой, <b>АМР</b>. 17.1.2012- 2230 мск /Ваше <a href="#">письмо</a> отправлено 23:32 7,8 Кб Аналогично письмо Волкову Э.П. 23:36 7,8 Кб Ждите ответа ... Ждите .. пи-пи-пи....</p>
--	--



РАН. <http://images.yandex.ru/yandsearch?text=%D....jpg&noreask=1&lr=213>

[fortov@ras.ru](mailto:fortov@ras.ru), [ptped@oem.ras.ru](mailto:ptped@oem.ras.ru), [ptped@ipsun.ras.ru](mailto:ptped@ipsun.ras.ru), [volkov@eninnet.ru](mailto:volkov@eninnet.ru)  
Москва, РАН. Отделение ЭММПУ  
Академикам-секретарям и замам



**День добрый, Глубокоуважаемые Академики,  
Эдуард Петрович, Владимир Евгеньевич, Олег Николаевич!**  
Лауреаты глобальной и сверхбальной энергии.

Разрешите, вначале, всех поздравить. – С Новогодьем!  
И с Рождеством Его! Христовым Рождеством!  
+ Двоих из вас – с Рождением! Со Днём, то бишь, его.

Примите пожелание: расти ещё желаннее.

Примите, если сможете. Не сможете – примите.

Любите, пока может. Не может – живите.

Простите, что осмелился рискнуть вас потревожить.  
Но вот какое дело: внутри здесь грустью гложет.  
Не терпится, то смелется. И смелость не поможет.  
Что в прах сойдёт, рассеется. Не будет вновь моложе.  
Чтоб стало пояснее, позвольте стих–топорность  
Мне заменить скорее на прозу и покорность.

При априорной бессмысленности обращения к людям сверхзанятым, высокочиночным, вдруг подумалось о числе 13. Одни крестятся на образа. Другие, чтоб не подавать виду, держат в кармане фигу. Но на дворе – январь. 14-го – праздник. Снова Новый Год. Пусть “по-старому”. Но на Руси что важно? Правильно. Академикам. И такой глупый вопрос. Тогда от глупости позвольте к серьёзности. А может к вежливости. Или невежеству. Но разрешите. ... Можно? ... Спасибо.

В сравнении с **вашими** достижениями, положением, знаниями, званиями, степенями, наградами и прочим, **проситель** вас – микро. По всем статьям. И даже ежели вы до сего добежали, вы невольно скажете: ясно. И бегло заглянув на мониторе в другие странички, не читая, закроете папку. Если церы пропустят к вам.

Уважаемые энергоглобалисты, **считите, пожалуйста, каждый** из триумвирата энергоолимпа, **приемлемыми** мои, с нижайшим поклоном, простые, но очень важные **просьбы**:

– НЕ казнить за дерзость, а **великодушно миловать**,

– **лично** каждому, простите, **ознакомиться** с прилагаемыми материалами, **терпеливо**, независимо от другого мнения и несмотря на кажущуюся по значимости **их малость** относительно ваших,

– счесть **необходимым передать** (со всеми, по их скромной информационной полезности, материалами) моё простое **спасибо** соответствующим **хорошим людям** (из числа указанных в моей «**Признательности**» и, во всяком случае, из **академической** среды),

– счесть **целесообразным сопроводить** передаваемые материалы (по электронной почте или по обычной при **цветной** распечатке) либо раздельно от каждого предприятия, возглавляемого вами, или от ОЭММПУ РАН при общей подписи вас троих, причём:

**а) непосредственно здравствующим** (о чём вам лучше известно, но, видимо, **Васину В.П., Демирчяну К.С., Поповичу П.Н., Родионовой Л.И., ...**),

**б) родственникам** ушедших (в предположении, что в разгул тотальной безнравственности в стране им, живущим, будет приятно узнать, что о родных, ушедших людях кто-то ещё помнит),

**в) и (при том же мотиве) на предприятия**, где ушедшие трудились.

Вот, собственно, и всё. Такая малость. При **ваших**-то возможностях. И уже при отсутствии их у инвалида.

**Спасибо за милость.**

**Всем здоровья, благ. И новых достижений.** Хотя последнее эфемерно.

**Аркадий Михайлович, обычный человек, Божий.** ;^

12.1.2012. [arepin@rambler.ru](mailto:arepin@rambler.ru)

## Трёхглавый Дракоша

Трёхглавый Дракоша,  
По сути - хороший.  
Как все, кто могуч,  
Он добр и живуч.



По достоинству одарит.  
При негативности ошпарит.

Так явно зрелу Энергетику,  
И юную Конверсику,  
Пока росточком малую,  
Но перспективно славную  
Достойно защитит.  
И от грязи оградит.

Даже sign изобразит.

$$f(s) = \prod_{i=1}^{i_k} F_i(s) \text{ и } f(\theta) = \sum_{i=1}^{i_k} f_i(\theta)$$

От плагиаторов, воров,  
Лженоваторов, врунов,  
Лжеучёных и лгунов,  
Регалиеносных ловкачей,  
Проходимцев всех мастей,  
От мошенников и тлей  
И всяких прочих паразитов,  
Постоянных и транзитных.  
Земную твердь освободит.

Из недр энергией глобальною,  
Энергосилою трёхглавою,  
Из зева огненною лавою  
Превсяку нечисть уничтожит.  
Вновь под сиянием небесным  
Чистоту, разумность, честность,  
Справедливость восстановит.  
И тем стишок сей подытожит.  
Перо сие в покой отложит.  
И скажет каждой головой:  
Мерси, гуд бай, пока, Земной.

© А.М. РЕПИН. 12.1.2012



2010



### Анонс с предисловием.

▪ Кратко о возможных темах, своеобразном плане познания нового, о творении автор привёл в газете «Кадетское братство» № 2-2009. С общим редакторским названием «Закон девятки». В развитие материалов, опубликованных в предыдущих номерах 2006-2008 гг. И предназначенных ЮНЫМ. Школьникам. Кадетам. Студентам. Курсантам. Слушателям. Всем любознательным. Не исключая учителей, педагогов, преподавателей.

▪ В числе возможных тем, проблем, новшеств есть и тема, соответствующая указанному выше заголовку: **Преобразование Лапласа. Базовые** и собазовые **формулы / теоремы** для  $\prod_i F_i(s)$ .

Наряду с краткими пояснениями были заданы и предварительные вопросы. При этом отмечено:

▪ «Более просты **вопросики** (и ответы на них) по **формулам/ теоремам** для **произведения Лапласовых** изображений. Адресованы **всем**. Кого в данный момент знакомят с **теорией преобразования Лапласа / Пьера Симона**, 23.3.1749 – 5.3.1827, Франция/. Кто уже знаком с нею. Тем более, преподаёт. Кто активно или эпизодически пользуется этим эффективным математическим аппаратом при решении важных конкретных задач. И многим другим.

Следует подчеркнуть: все **вопросики** – **не** с целью проверки знаний. Или **незнаний**. **Не** тест. **Не** экзамен. **Не** пресловутое ЕГЭ. **Цель** – **иная**. Привлечь внимание. Вовлечь в размышления. В думанье. В **творческий** процесс. Поэтому все ответы (с вопросами) полезно записывать в отдельную тетрадь. И притом **сразу**. По прочтении поступившей информации. С указанием даты и времени. Не обращаясь к “шпаргалкам”. Специальной литературе. Знаниям товарища. Коллеги. А на основе лишь **собственного интеллектуального** багажа. В **данный** момент. Как в КВН. Только тогда будет прок.

Итак, по **теоремам** в теории **преобразования П.С. Лапласа**:

С XVIII века **известна** (всем причастным к математике) формула и её **формулировка**: **Сумме оригиналов соответствует сумма изображений. И наоборот.**

С середины 60-х годов прошлого века некоторым известно:

**Произведению любого числа изображений соответствует сумма оригиналов.**

**Вопросик: верна ли эта формулировка? И корректно ли название «теорема»?**

Контролёр при ответах – только собственная **совесть**. Да **Всевышний**.

▪ **Версия** газетного варианта (при исправлении редакционных неточностей и ошибок), а также **авторского** исходного варианта (с названием «**К знаниям/ to knowledge**») опубликована в **октябре 2010 г.** // **НА-Э**. С общим названием направления «**Сотворение. /Creation. Стр. 8-10.**

▪ **Ниже дана** скан-копия статьи автора в журнале «**Известия АН СССР, Энергетика и транспорт**» (**ЭиТ**, № **5-1973**. Стр. 158-164). Она основана на предшествующих его результатах. В т.ч. приведенных в кандидатской и докторской диссертациях **1971** и **1986** гг.

В **заключение** выражена **признательность** соответствующим специалистам. А также приведены **уникальные** списки работ по операторному исчислению. С анонсами и частично кратким к работам **комментарием**.

Дополнительно следует отметить, что приведенные в статье **формулы** можно по виду упростить. И автор предпринял попытку это сделать. Однако, в последние годы жёсткий диск в ПК автора дважды был уничтожен. Так называемыми хакерами. Проще, вредителями. Злобами. На одной из ксерокопий статьи есть авторские пометки по каждой формуле. Но сам автор физически уже **не** в состоянии выполнить эту, вроде бы, простенькую работу. А те, кто в состоянии, не могут набрать без участия автора. Парадокс. К тому же **соответствующие** материалы, в том числе **рукописные**, исчезли из личной квартиры. Особенно после того, как примерно неделю побывал в гостях (“погостевал”) один профессор из НскГТУ. После чего (и опять совпадение) появились публикации, содержащие сведения, по сути имевшиеся в виде и по содержанию **только у автора**.

Такова **ля ви**. Что в переводе с зулусского означает: Такова жизнь. Такова черная суть. Ныне. В России. Когда усилиями антироссийских старателей и их, как говорят, приспешников, представителей, страна отброшена в эпоху т.н. “дикого капитализма”. То бишь на полтора века назад. Со свойственными принципами. Сутью. А это: тотальная (сверху **до**низу) **безнравственность**. Мошенничество. Обман. Жульничество. Грабёж. Воровство. Убийства. Предательство. В итоге и в масштабе шарика **Земного**, нашего беззащитного, **домика хрупкого** – **с/мо-** и **планетоуничтожение**.



**Есть ли в России, в мире благоразумие? Здравомыслие? Восторжествуют ли они?** А с ними – человечество. Многое бесценное для него. В т.ч., будто бы, и малое. Например, **теоремы** в теории преобразования **Лапласа**.

**Ваше мнение? Юные.** А также **зрелые**. И даже **пере**. Но **умудренные**.

=====

▪ **Пьер-Симон Лаплас** (фр. **Pierre-Simon Laplace**; 23 марта **1749** – 5 марта **1827**) – выдающийся французский математик, физик и астроном. Известен работами в области небесной механики, дифференциальных уравнений. Один из создателей теории вероятностей. //Википедия.

© А.М. РЕПИН. 21.6.06. 11.10.10

Литтл №3  
Москва  
100 экз. 1943г

ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ЭНЕРГЕТИКА И ТРАНСПОРТ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)



Обобщённые формулы  
разложения (R-теоремы)  
произведения Лапласовых  
изображений  $\Delta$

Частные теоремы:

- 1<sup>я</sup> и 2<sup>я</sup> Хевисайда;
- умножения или  $\wedge$  и комплексной вещественной  $\vee$  свертки ("Дюамеля", "Гринберга" (Бореля и пр.) в алгебраическом виде;
- формулы включения;
- другие.

5

МОСКВА · 1973

Одномерные цепи.  
Оператор  $R' = \sum_k a_k S'[k]$ .  
Исходная переменная.  
Риджитная переменная.  
Приложения в анализе линейных систем  $(R_1; R_2; \dots; R_n)$

**ФОРМУЛА РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В АНАЛИЗЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

**А. М. РЕПИН**

(Москва)

Рекомендовано академиком Л. Р. Нейманом

Рассматривается случай, когда изображение можно представить в форме произведения сомножителей, имеющих простые полюсы. Получена удобная для практического применения формула по вычислению оригиналов. Применительно к анализу переходных и установившихся непрерывных процессов в линейных системах результаты приведены к виду, пригодному для непосредственного использования в инженерной практике. Библи. 6. Стр. 158-165.

Важнейший момент при использовании преобразования Лапласа — определение оригинала функции  $f(\theta)$  по ее изображению  $F(s)$ .

Встречающиеся на практике задачи часто связаны с определением оригинала от произведения изображений

$$F(s) = \prod_{i=1}^{i_x} F_i(s). \quad (1)$$

Ниже получена формула разложения, позволяющая находить оригинал непосредственно от произведения (1), не прибегая к представлению его в виде одной функции. На основе полученной формулы показано, что при определенных условиях некоторые выражения, известные в интегральной форме (например, теорема вещественной свертки или умножения изображений), могут быть представлены в алгебраическом виде, более удобном для решения инженерных задач. Попутно получен также ряд соотношений, полезных для практического использования.

Вывод формулы разложения. Если функция  $F(s)$  задана в виде правильной дроби

$$F(s) = \mathcal{U}(s) / \mathcal{Z}(s), \quad (2)$$

числитель  $\mathcal{U}(s)$  и знаменатель  $\mathcal{Z}(s)$  которой не имеют общих корней, и если корни  $s_k$  уравнения  $\mathcal{Z}(s_k) = 0$  простые, то для нахождения оригинала изображения (2) используется формула разложения [1-6], которая может быть записана в виде

$$f(\theta) = \sum_{k=1}^{k_x} \frac{\mathcal{U}(s_k)}{\mathcal{Z}'(s_k)} e^{s_k \theta}, \quad (3)$$

где штрих означает первую по  $s$  производную знаменателя.

В основу последующего вывода положим для простоты те же допущения, что и при выводе теоремы (3) — функции (1) имеют простые полюсы и представляют собой правильную дробь. При этом входящие в (1) сомножители  $F_i(s) = \mathcal{U}_i(s) / \mathcal{Z}_i(s)$  не обязательно должны быть все правильными дробями.

Представим (1) в виде

$$F(s) = \prod_{i=1}^{i_x} F_i(s) = \prod_{i=1}^{i_x} \mathcal{U}_i(s) / \prod_{i=1}^{i_x} \mathcal{Z}_i(s). \quad (4)$$

Пусть  $s_{v_i}$  — полюсы функций  $F_i(s)$ , т. е. корни знаменателей

$$\mathcal{Z}_i(s_{v_i}) = 0, \quad (5)$$

где индексы полюсов и функций  $v_i = 1, 2, \dots, v_{i_x}$ ;  $i = 1, 2, \dots, i_x$ .

Общее число полюсов  $\nu_x = \sum_{i=1}^{i_x} \nu_{ix}$ . Тогда на основе теоремы о вычетах для оригинала функции (4) получаем

$$f(\theta) = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{\nu_j=1}^{\nu_{ix}} \frac{\Psi(s_{\nu_i})}{[Z(s)]_{s=s_{\nu_i}}} e^{s_{\nu_i} \theta}. \quad (6)$$

Из сравнения выражений (4) и (6) видно, что произведению изображений  $F_i(s)$  соответствует сумма оригиналов  $f_i(\theta)$  вида

$$f_i(\theta) = \sum_{\nu_j=1}^{\nu_{ix}} \frac{\Psi(s_{\nu_i})}{Z'(s_{\nu_i})} e^{s_{\nu_i} \theta}, \quad (7)$$

и можно записать **теорему**

$$f(s) = \prod_{i=1}^{i_x} F_i(s) \Leftrightarrow f(\theta) = \sum_{i=1}^{i_x} f_i(\theta). \quad (8)$$

Производная знаменателя  $Z'(s)$  имеет вид

$$\begin{aligned} Z'(s) &= \left[ \prod_{i=1}^{i_x} Z_i(s) \right]' = Z_1'(s) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 1}}^{i_x} Z_i(s) + \\ &+ Z_2'(s) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq 2}}^{i_x} Z_i(s) + \dots + Z_{i_x}'(s) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq i_x}}^{i_x} Z_i(s) \end{aligned}$$

или

$$Z'(s) = \left[ \prod_{i=1}^{i_x} Z_i(s) \right]' = \sum_{i=1}^{i_x} Z_i'(s) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} Z_j(s). \quad (9)$$

Из общего числа  $i_x^2$  слагаемых, подлежащих вычислению, после подстановки  $s = s_{\nu_i}$  в сумму (9) остается  $i_x$  слагаемых, поскольку остальные  $i_x(i_x - 1)$  слагаемые, согласно (5), обращаются в нуль. Поэтому

$$Z'(s_{\nu_i}) = Z_i'(s_{\nu_i}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} Z_j(s_{\nu_i}). \quad (10)$$

Подставляя (10) в (7) и учитывая, что

$$\Psi(s_{\nu_i}) = \prod_{i=1}^{i_x} \Psi_i(s_{\nu_i}) = \Psi_i(s_{\nu_i}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} \Psi_j(s_{\nu_i}),$$

получим

$$f_i(\theta) = \sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}} \frac{\Psi_i(s_{\nu_i}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} \Psi_j(s_{\nu_i})}{Z_i'(s_{\nu_i}) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} Z_j(s_{\nu_i})} e^{s_{\nu_i} \theta} = \sum_{\nu_i=1}^{\nu_{ix}} \frac{\Psi_i(s_{\nu_i})}{Z_i'(s_{\nu_i})} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} F_j(s_{\nu_i}) e^{s_{\nu_i} \theta}. \quad (11)$$



Окончательно оригинал произведения изображений (4) с учетом (8) и (11) определяется следующим образом:

$$f(\vartheta) = \sum_{i=1}^{i_x} \sum_{v_i=1}^{v_{ix}} \frac{\mathcal{U}_i(s_{v_i})}{\mathcal{Z}_i(s_{v_i})} \left[ \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_x} F_j(s_{v_i}) \right] e^{s_{v_i} \vartheta}. \quad (12)$$

Полученное разложение можно в определенном смысле рассматривать как обобщение формулы (3) на случай пахождения оригинала от произведения любого числа изображений. Как и формула (3), обобщенная формула (12) получена в явном замкнутом виде, в форме конечного числа алгебраических членов, что для практического применения удобнее интегральной формы известных соотношений и является достоинством формул разложения.

Помимо простоты использования полученный результат непосредственно дает решение, в котором легко могут быть выделены его *установившаяся* (принужденная) и *переходная* (свободная) части.

Кроме того, вкладывая в  $F_i$  определенный физический смысл, например, трактуя их как некоторые *структурные коэффициенты* системы (в зависимости от конкретно решаемой задачи это могут оказаться, скажем, собственная, взаимная проводимости или сопротивления электрической цепи либо передаточные функции отдельных звеньев или структур системы автоматического регулирования), приходим к выводу, что состояние системы (объекта, явления и пр.) может быть во временной области описано в виде простой суммы экспонент. При этом слагаемые ее содержат сомножитель из «сквозного» произведения структурных коэффициентов.

**Некоторые применения разложения (12) в анализе линейных систем.** Рассмотрим в общем виде ряд типичных случаев, встречающихся в практике анализа линейных систем.

**А. Определение реакции сложной системы на одно воздействие.** Пусть реакция  $R(\vartheta)$  линейной системы или электрической цепи на воздей-

ствии  $E(\vartheta)$  представима в операторном виде  $R(s) = E(s) \prod_{\mu=1}^{\mu_x} W_{\mu}(s)$ , где  $E(s)$  —

изображение воздействия  $E(\vartheta)$  с индексами полюсов  $v = 1, 2, \dots, v_x$ ;  $W_{\mu}(s)$  — структурные коэффициенты системы с индексами полюсов  $\xi_{\mu} = 1, 2, \dots, \xi_{\mu x}$ .

Тогда, положив в (12)  $i_x = \mu_x + 1$ , после выделения одной суммы получим

$$R(\vartheta) = R_y(\vartheta) + R_{II}(\vartheta) = \sum_{v=1}^{v_x} A_v e^{s_v \vartheta} + \sum_{\mu=1}^{\mu_x} \sum_{\xi_{\mu}=1}^{\xi_{\mu x}} A_{\mu \xi_{\mu}} e^{s_{\xi_{\mu}} \vartheta}, \quad (13)$$

где

$$A_v = \frac{\mathcal{U}_E(s_v)}{\mathcal{Z}_E'(s_v)} \left[ \prod_{\mu=1}^{\mu_x} W_{\mu}(s_v) \right],$$

$$A_{\mu \xi_{\mu}} = E(s_{\xi_{\mu}}) \left[ \prod_{\substack{\kappa=1 \\ \kappa \neq \mu}}^{\mu_x} W_{\kappa}(s_{\xi_{\mu}}) \right] \frac{\mathcal{U}_{W_{\mu}}(s_{\xi_{\mu}})}{\mathcal{Z}_{W_{\mu}}'(s_{\xi_{\mu}})}. \quad (14)$$

Составляющая  $R_y(\vartheta)$  определяется суммой вычетов только в полюсах  $E(s)$  и поэтому представляет собой установившуюся часть реакции. Составляющая  $R_{II}(\vartheta)$ , напротив, не зависит от корней воздействия, и следовательно, отражает переходную часть реакции.

В связи с независимостью этих составляющих переходные и установившиеся режимы могут быть исследованы самостоятельно. Для реальных цепей, когда  $\text{Re}\{s_{\xi_{\mu}}\} < 0$ , переходная составляющая  $R_{II}(\vartheta)$  при  $\vartheta \rightarrow \infty$  равна нулю, и тем самым установившийся режим можно исследовать непосредственно через коэффициенты  $A_v$ .

**Б. Случай общих корней.** Встречаются задачи, когда хотя бы один из числителей  $\mathcal{U}_{W_{\mu}}(s)$  имеет общий корень с  $\mathcal{Z}_E(s)$ . В этих случаях  $v$ -я компонента установившейся части будет равна нулю в силу обращения в нуль сомножителя

$\left[ \prod_{\mu=1}^{\mu_x} W_{\mu}(s_v) \right]$  в коэффициенте  $A_v$ . То же относится к переходной части. Математически это с очевидностью вытекает из того, что в дроби (4) общие корни функций  $\mathcal{U}_j(s)$  и  $\mathcal{Z}_k(s)$  сокращаются. Но для физических задач здесь можно усмотреть



**Выводы.** 1. Теорему разложения, выведенную для случая, когда изображение представимо произведением нескольких функций, имеющих простые полюсы, можно в определенном смысле рассматривать как обобщение теоремы, известной для однофункционального изображения. При получении функций вещественного аргумента от произведения изображений указанная формула позволяет непосредственно находить оригинал и тем самым не выполнять ряд промежуточных выкладок.

2. Соотношения, полученные на основе формулы разложения для ряда встречающихся на практике случаев, благодаря представлению результатов в замкнутом явном виде создают удобства в инженерной практике в случаях, когда при решении технических задач преобразование Лапласа является наиболее эффективным математическим аппаратом.

Эти соотношения могут быть рекомендованы для решения линейных или к ним сводящихся задач с нулевыми или ненулевыми начальными условиями. Их целесообразно использовать, например, для анализа линейных электрических цепей, эквивалентно представляющих различные электро- и радиотехнические системы и устройства, а также при исследованиях процессов, которые могут быть отображены (смоделированы) в виде линейных структур.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Анго. Математика для электро- и радионженеров. «Наука», 1967.
2. Г. И. Атабеков. Теоретические основы электротехники, ч. I. «Энергия», 1970.
3. М. Ф. Гарднер, Дж. Бэрнс. Переходные процессы в линейных системах, Физматгиз, 1961.
4. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях, «Высшая школа», 1967.
5. Д. Р. Карсон. Электрические нестационарные явления и операционное исчисление, НТИ Украины, НКТП, пер. с нем., 1934.
6. М. И. Конторович. Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. «Наука», 1964.

Поступило  
9 X 1972

#### Краткие сообщения

- А. М. Репин (Москва). Формула разложения для произведения изображений и ее применение в анализе линейных систем . . . . . 157
- П. Г. Али-заде, Р. К. Кулизаде, Э. К. Каргиев (Баку). Воспроизведение пульсации напряжения питающей сети в электродинамических моделях электроприводов . . . . . 165

Главный редактор академик В. И. ПОПКОВ (электротехника)

Члены-редколлегии: член-корр. А. П. ВАНИЧЕВ (энергетика), член-корр. Д. П. ВЕЛИКАНОВ (транспорт), докт. техн. наук В. А. ВЕНИКОВ (электротехника), член-корр. А. В. ГОРИНОВ (транспорт), докт. техн. наук М. Е. ДЕЙЧ (теплотехника), академик Н. А. ДОЛЛЕЖАЛЬ (теплотехника, атомная техника), член-корр. В. М. ИЕВЛЕВ (энергетика), академик В. А. КИРИЛЛИН (теплотехника), член-корр. Н. Н. КОВАЛЕВ (гидротехника), академик Л. А. МЕЛЕЖТЪЕВ (энергетика), академик Л. Р. НЕЙМАН (электротехника), член-корр. А. П. ПЕТРОВ (транспорт), член-корр. Н. В. РАЗИН (гидротехника), академик М. А. СТЫРИКОВИЧ (теплотехника)

Ответственный секретарь канд. техн. наук В. П. ВАСИЯН

Зав. редакцией З. Я. Вахрамеева

Адрес редакции:

Москва Ж-127, ул. Осипенко, 52. Тел. 231-01-88

# ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР ЭНЕРГЕТИКА И ТРАНСПОРТ

5

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА • 1973

**Анонс.** Как приложение к работе автора по **Обобщенной для произведения изображений формуле / Теореме разложения (ОФР/ОТР) в теории преобразования Лапласа (//НА-Э), выражена естественная благодарность хорошим людям, проявившим к результатам автора участливое отношение.**

При частичном комментарии дан фрагмент уникального списка литературы по ТР. И рекомендовано изучить её.

Свежее сообщение в Интернете. Или Прембула вместо Эпиграфа.

**Академия Электротехнических Наук Российской Федерации**

**Отчетный доклад о работе 1 научно-отраслевого отделения «Теоретическая электротехника» в 2009 г.**

Академиком АЭН РФ П.А. Бутыриным в статье «Развитие высшего электротехнического образования в России» (Электричество, 2009, №9) дан анализ проблем и факторов, влияющих на уровень и качество такого образования, сделан вывод о том, что из-за недофинансирования образования и, прежде всего, оплаты преподавательского труда, а также принятия некачественных образовательных стандартов Высшего государственного профессионального образования, современная стагнация развития высшего электротехнического образования в ближайшие годы сменится падением его уровня и качества.

Членами академии проводится планомерная работа по подготовке качественной учебно-методической литературы по теоретической электротехнике, которая в условиях происходящей деградации профессорско-преподавательской среды вузов даст возможность сохранить сколько-нибудь достойный уровень преподавания теоретических основ электротехники еще некоторое время. В этой связи необходимо отметить издание фундаментального учебника «Теоретические основы электротехники» в 2-х томах (К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин. СПб.: Питер, 2009).

К Формулам/теоремам разложения

Потерянное – вновь.

**Признательность / Acknowledgments / Thanks!**

Движимый лишь благодарной памятью и ничем иным, автор хотел бы в заключение назвать тех, при чьем участливом отношении он, только начавший приобщаться к науке, но формально не находясь в академической системе, впервые стал в 1973 г. автором академического журнала «Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт (ЭиТ)», издательства «Наука».

Это, прежде всего, доктора наук, профессора Валерий Иванович Попков, Леонид Робертович Нейман (оба – академики по направлению «электротехника», один – главный редактор, другой – член РК «ЭиТ», крупный специалист по вентильным преобразователям), Вячеслав Петрович Васин (ответственный секретарь), Залихан Яковлевна Вахрамеева (зав. редакцией «ЭиТ»), Лидия Ивановна Родионова и Пётр Никифорович Попович (учёные секретари отделений физико-технических проблем энергетики (ОФПТЭ) и ОМ-МПУ АН СССР). Непредвзятые рецензенты, д.н., проф.: Эфроил Леонтьевич Блох (зав. кафедрой математики, сотрудник Института проблем передачи информации (ИППИ) АН СССР), Вилен Яковлевич Турин (сотрудник той же кафедры), Лев Александрович Жекулин (зднт, зав. каф. ТОЭ, зав. отд. Института радиоэлектроники (ИРЭ) АН СССР), Вукол Михайлович Лавров («энциклопедия» той же кафедры ТОЭ), (все четверо – из МЭИС, Москва), Михаил Львович Левинштейн (специалист по операционному исчислению в электротехнике, ЛПИ, Ленинград). Также Исай Ильич Белопольский (Нач. ведущего в подотрасли отд. по источникам электропитания, НИИДАР), Фёдор Фёдорович Волков, главный конструктор БРЛС, НИИР), Владимир Вячеславович Топельберг (сотрудник Лаб. ПТ, ЭНИН). Большинство из них уже нет, к сожалению, в живых. И добрая память особенно значима. Автор знаком со всеми лично. (С Л.М.Л. – по его уникальным книгам). Все – люди человеческие. Божьи.

Автор благодарен также зав. кафедрой ТОЭ МЭИ Камо Сероповичу Демирчяну (академику АН СССР, РАН, главному редактору ЭиТ, соавтору фундаментальных учебников Л.Р. Неймана по ТОЭ) и сотруднику кафедры Евгению Ивановичу Калугину. Во время предзащитного (согласно Положению ВАК) сообщения автора по докторской диссертации в форме научного доклада на семинаре 14.1.1986 г., который по поручению Д.К.С. вёл, по его словам, «более специализирующийся по вентильным цепям» его ученик Павел Анфимович Бутырин, Евгений Иванович неожиданно для докладчика позитивно отозвался о результатах. Убедительнее аргументировал значимость новых формул разложения. В т.ч. своему (заинтересовавшемуся формулами) коллеге Павлу Анфимовичу, соавтору совместных с Д.К.С. и К.Е.И. работ. Например, *Применение проекторов для определения периодических решений уравнений электрических цепей* //ЭиТ. 1983. № 5, С. 156-158. *Аналитические решения уравнений состояния электрических цепей*: Препринт № 3-124. М.: ИВТАН. 1983 (презент автору этих строк от Б.П.А. 13.1.85). Возможно, именно обсуждение формул на семинаре дало толчок К.Е.И. для материала, опубликованного в ЭиТ, 1987, № 3, С. 103-107, где впервые рекомендовано «пользоваться результатами работы» автора в ЭиТ, 1973, № 5, С.157-164.

НВ. Любопытен факт: кому бы из публиковавших теорему разложения (с именем или без) для однофункционального изображения в учебной литературе по электро- или радиотехнике автор ни предлагал рассмотреть Общую и Частные формулы (для произведения любого или конкретного числа сомножителей), оценить полезность, проверить наличие возможных опечаток или ошибок, в т.ч. отсутствие новизны, сообщить об этом, а также принять и использовать в своей практической деятельности (расчётах, учебном процессе, пр.), НИКТО даже НЕ ответил. Возможно, влияет конъюнктурный подход. Или восприятие предложения, якобы, в личных интересах автора. Или, может, как будто бы, упрёк в незнакомстве с более общими результатами. И отсюда обида. Пусть неосновательная. Но вероятная. Либо причина проста: отсутствие в существующих учебных программах (стандартах) прямого указания на такие обобщённые и конкретно полезные формулы. Не зная причин, трудно предположить их. Реален лишь факт. На протяжении десятков лет не удалось встретить таких формул автора в литературе, эпизодически просматривая её в залах новых поступлений главной и центральных библиотек Москвы /страны.

Невольно приходят на ум другие, более существенные факты. «Тому в истории мы тьму примеров слышим. Но мы историю не пишем». А вот один печален, говорят. И характерен для России. Пример с великим Менделеевым. Дмитрия Ивановича с его гениальным законом природы (таблицей его имени) отечественная элита очень долго не рекомендовала на Нобелевскую премию. Даже когда за открытие элементов на основе его таблицы Нобелиатами стали иностранные учёные. Когда даже иностранные правообладатели выдвижения номинировали его не раз. В т.ч. член и руководитель секции по химии самого Нобелевского Комитета. Но как учёный. А не как «чин при исполнении». Однако завистники в России типично молчали. Гормозили. Пока Дмитрия Ивановича не стало. И сама возможность отпала. По установленному Нобелем ограничению. Россия потеряла и многое другое. Из-за существующего в ней веками куркулиного негатива предрержащих.

А.М.Р. 20.10.10. 16о-23о. 26.10.10 -21о

- 1–3. Cauchy A.-L. École Polytech. Journ. 12. 1823, p.583. Mém. Acad. Sci. 22. 1850, p.217 (Presented Dec. 1824). Excerlices de Math. (2). 1827, p.228.
- 4–7. Heaviside Oliver. El. Papers. V. 2. 1892. El. Magn. Theor. V. 1. 1893. V.2. 1899. V.3. 1912.
8. Wagner K.W. Eine Formel von Heaviside. 1916.
9. Vallarta M.S. Heaviside's proof of his expansion theorem. 1926.
10. Lévy P. Le calcul symbolique de Heaviside. 1926.
11. Murnaghan F.D. The Cauchy–Heaviside formula. 1927.
12. Stachó T. Heaviside und Laplacesche Transformation. 1927.
13. Gotó M. The Heaviside expansion theorem. 1927.
- 14–15. Korn A. Die Heaviside'sche Method. 1927. 1929.
- 16–17. March H.W. /Berg E.J. The Heaviside /Heavisides/ operational calculus. 1927. /1929.
18. Cohen L.I. Heaviside's electrical circuit theory. 1928,
19. van der Pol B. An extension of Heaviside's operational calculus. 1929.
20. Schulz H. Die Formel von Heaviside. 1930.
21. Terradas G. Metodo de calculo de Heaviside. 1930.
22. Koizumi S. On Heaviside's operational solution. 1931.
23. Vahlen K.T. Heaviside–Kalkül. 1933.
24. Blondel Andre. Introduction aux applications du calcul symbolique de Heaviside aux problèmes de l'électrotechnique. //RGE. 39. 1936, pp. 81-99, 133-146, 179-191, 219-229.
25. Luikov A. The Heaviside–Bromwich operational method. 1936.
26. Bourgin D.G. and Duffin R.J. The Laplace–Heaviside method. 1939.
27. Wagner K.W. Operatorenrechnung nach Heaviside. 1939.
28. Pipes L.A. Heaviside's expansion theorem. 1940.
29. Плеснер А.О. Операторное исчисление Хэвисайда. 1940.
30. Gardner M.F. and Barnes J.L. Transients in linear systems: Studied by the Laplace transformation. Vol.1. New York: J. Wiley&Sons, Inc. London: Chapman&Hall, Ltd. 1942. /The fundamental and useful book.
31. Гарднер М.Ф. и Бэрнс Дж. Л. Переходные процессы в линейных системах. М.: ГИ ФМЛ. 1961. (Теорема Коши–Хэвисайда разложения на простые дроби). /Очень полезная книга. (12.4.1968)\*.
- 32–35. Конторович М.И. Операционное исчисление. 1947. (16.3.2004)\*. 1949. (16.3.04)\*. 1953. (23.3.04)\*. 1955. (23.3.04)\*. 1964. (26.9.67)\*. 1975. (10.3.2004)\*. (Теорема разложения Хэвисайда. Теорема свёртывания. Г.А. Гринберг получил аналогичную формулу. Теорема Бореля).
36. Левинштейн М.Л. Операционное исчисление в задачах электротехники. 1972. (Теорема разложения Хэвисайда. Теорема Г.А. Гринберга /изображение произведения двух оригиналов). (14.11.73)\*.
37. И т.п. до сего дня.

1. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышёв Э.П. Теория электрических цепей /ТЭЦ. (Рецензенты: Каф. ТОЭ СПбАЭП, д.т.н., проф. А.П. Лысенко). – СПб.: ГЭТУ, “Полином”. 1993. (“Теорема разложения для отыскания оригинала от (однофункционального) изображения по Лапласу”). (23.12.95)\*.
2. Неволин В.И., Меренков М.Б. Радиотехнические цепи и сигналы (РТЦиС): Учеб. пос. /Рец.:... – Челябинск: ЮУрГУ. 1997. (“Рассмотрены основы спектральной и корреляционной теории сигналов, а также основные принципы взаимодействия сигналов с нелинейными цепями. Простые и сложные сигналы. Анализ и синтез. Спектральный метод анализа сигналов. Гармонический анализ периодических и непериодических сигналов (ряды Фурье). Формирование и преобразование сигналов в нелинейных и параметрических цепях. Линейные, нелинейные и параметрические ЭЦ. Передаточная функция (ПФ)  $K(p)$  – базовое понятие для частотно-временного метода анализа линейных систем. При временном методе используется импульсная функция  $g(t)$ . Между собой эти функции связаны преобразованием Лапласа:  $K(p) = \int g(t)e^{-pt} dt, \forall t \in [0, \infty]$ ;  $g(t) = \int K(p)e^{-pt} dp / 2\pi, \forall p \in [-j\infty, +j\infty]$ . То же – для параметрической системы. Но хотя бы один из коэффициентов  $a_i$  и  $b_i$  в знаменателе и числителе оператора  $K(p)$  есть функция  $f(t)$  по некоторому закону, определённом для конкретных условий. Методы исследования нелинейных динамических систем и ЭЦ – численное и аналоговое моделирование, методы Пуанкаре, припасовывания при использовании методов линеаризации нелинейных характеристик, тригонометрических функций, ряда Тейлора, функции Бесселя от мнимого аргумента и др.”).

\* Любая из публикаций, несомненно, представляет соответствующий интерес для любого читателя, который обязательно найдёт для себя немало полезного. Даже лишь при знакомстве. Тем паче при изучении. Для чего автор (не математик, не специалист по теории цепей, методам анализа, в т.ч. операторным методам, к тому же занятый в основном иными проблемами) объективно не имел возможности.





А.М.Репин. Спецшкола ВВС. 1952



**P.S.** Целесообразно отметить три неудачности в пособии. Они приняты в отечественной литературе. И к авторам непосредственно не относятся. Наряду с неудачным словом “припасовывание”, автор неоднократно от мечал (напр., в “Тез. ВЭЛК-99”. М.: Академия. 1999, С. 622. Азы конверсики. М. 2005, С.58) **ошибочность** приписывания этого метода “советскому академику **Н.Д. Папалекси**”. По работе 1912 г. в немецком журнале по физике App. Phys. Статья посвящена исследованию одновентильной схемы с RL-цепочкой.

Но приоритет принадлежит великому **Стейнметцу (Charles Proteus Steinmetz)**. Ещё в 1890 г. в немецком журнале ETZ он привёл результаты исследования 1-фазной схемы выпрямления. С механическим коммутатором. То есть условно с 4-мя вентилями. А не с одним нелинейным элементом, как в более простом случае у **Папалекси**. И относительно его при более сложных для аналитического решения условиях, чем в 1-вентильной цепи. А именно, при учёте явления коммутации – одновременной работы нескольких вентиляей.

Подкорректировав, он опубликовал работу в американском AIEE Trans. в 1905 г. С великолепными теоретическими иллюстрациями и осциллограммами форм токов и напряжений. Для 2-вентильной схемы  $m2\text{RL}$ . Видимо, под влиянием публикации в 1898 г. австрийца **Людвига Каллира (Ludwig Kallir)**. Наряду с **однофазными** схемами (как у Стейнметца и Папалекси), **Каллир** исследовал ещё и **3-фазную мостовую** выпрямительную ЛЗ-схему.

Спустя четверть века, её “предложил в 1923 г. и получил в 1924 г. Российский патент № 50 наш соотечественник, советский инженер, учёный, будущий профессор, член-корреспондент АН СССР **А.Н. Ларионов**”. С 1948 г. до сих пор её **ошибочно** называют у нас “схемой **Ларионова**”. Хотя на протяжении последних 15 лет автор этих строк постоянно об ошибке говорит. Устно и печатно.

Как, впрочем, и об **ошибочном** названии “схема **Греца (Leo Grätz)**”. С 1920-х годов до сих пор в зарубежной литературе. И до 1939 г. в советской. После опубликования её в 1922 г. Этим немецким профессором из Мюнхена. В его книге по электричеству. Многократно переиздаваемой с соответствующими изменениями с конца XIX века. **Резонно** поэтому конвертерную ЛЗ-схему **именовать схемой Каллира**. А указанный метод исследования устройств или цепей с нелинейными элементами **методом Стейнмеца-Каллира** или **СК-методом**.

Ещё одна, на взгляд автора, неудачность относится к именному названию “коэффициенты (разложения) и графики **Берга**”. Это три первых члена ряда Фурье для верхушки синусоиды. Задача элементарная. Даже для студента первого курса. А, может, и школьника. Так что называть такое, с позволения сказать, “достижение” в честь **АКАДЕМИКА** просто как-то неловко. Возможно, и он бы чувствовал себя неуютно из-за принижения его заслуг. Кто первым сказал “мяу”, автору этих строк неизвестно. Но на протяжении десятилетий в радиотехнической и иной литературе это неудачное название компилируют.

Наконец, нельзя назвать удачным характерное **отсутствие** в пособии таблиц с функциями **типичных форм сигналов**, последовательности таких импульсных сигналов. Отсутствие метода нахождения реакции (в пособии – “отклика”) соответствующих линейных цепей на воздействия. А также свода **формул разложения для произведения изображений**, например, КП. В т.ч. опубликованных автором. В частности, в **ЭИТ, 1973, № 5, С.157-164**).

3. **Лихоманов А.М., Дмитриев Б.Ф., Панин С.Ю., Писарев А.Ю.** Синтез взаимосвязанных систем электропривода. //Электричество. 1998. 11, С.44–52. (Упомянется “**теорема разложения**”) (21.12.98)\*.

4. **Саперштейн Н.Д., Файнштейн В.П.** Начала операционного исчисления. (Рецензенты: Каф. ВМ СПбГУПС /зав. каф. д.т.н., проф. **В.Г. Дегтярёв**; д.т.н., проф. **А.Г. Рябинин**) – СПб.: БалтГТУ. 1998. (**Теорема разложения Хевисайда /ТРХ**). (13.1.99)\*, (15.5.99 написано авторам письмо).

5. **Кибардин В.В.** Физико-математические основы теории цепей и ЭМП. (Рецензент: кфмн, доц. **А.В. Машуков**). – Красноярск: РИО ГАЦМиЗ. 1998. (**ТР Хевисайда /ТРХ**). (3.4.99)\*.

6. **Практикум по теории цепей** /Под ред. **Ю.А. Бычкова, Э.П. Чернышёва**. (Рец.: каф. ТОЭ СПбГААП; д.т.н., проф. **А.А. Ланнэ**, СПбГУТ). – СПб.: ГЭТУ. 1998. (“**Операторный метод – наиболее общий аналитический метод расчёта переходных процессов в ЛЭЦ при воздействиях произвольной формы. ... Наиболее простой способ отыскания оригинала реакции по её изображению заключается в использовании теоремы разложения**”). (23.7.99)\*.

7. **Попов В.П.** Основы теории цепей: Для вузов. 2-е изд., испр. /Рец.: . . . – М.: ВШ. 1998. . с. (“Методы анализа переходных процессов. **Операторный метод. Преобразование Лапласа** и его применение к решению дифференциальных уравнений (ДУ). Операторный метод разработал **М.Е. Ващенко–Захарченко** в 18 г. Позднее – **О. Хевисайд**. Интеграл свёртывания (свёртка). **Теорема свёртки. Умножению (двух) изображений** соответствует **свёртывание** оригиналов. **Теорема разложения Хевисайда** ”). (21.11.98)\*. (29.11.98 написано автору в Таганрог письмо., 29.12.99 отправлены заказной почтой ксерокопии статьи “Формула разложения для произведения ...” в **ЭИТ № 5-1973** и тезисов 1, 2, 3 в материалах ВЭЛК-99 и МНТК МГТУ “МАМИ” 1999).

8. **Алёхин В.А., Карташов В.М., Третьяков Г.Н.** Переходные процессы в ЛЭЦ: Сб. задач. (Рец.: дфмн, проф. **В.А. Щеглов**, к.т.н. **Г.В. Обрезков**). – М.: МГИРЭА. 1999. (“**Операторный метод** расчёта переходных процессов в ЛЭЦ основан на применении интегрального преобразования **Лапласа**. Оригинал можно найти и по **теореме разложения**” /для **однофункционального** изображения). (6.5.99)\*. (16.5.99 написано авторам письмо).

9. **Бессонов Л.А.** ТОЭ. Электрические цепи: **Учебник**. 10-е изд. – М.: УИЦ “Гардарики”. 1999. 638 с. (“**Операторный метод. Преобразование Лапласа**. Переход от изображения к функции времени часто производят с помощью **формулы разложения**” /для **однофункционального** изображения). (31.8.99)\*.

10. **Демирчян К.С., Бородин В.Н., Бутырин П.А., Миронов В.Г.** История развития ТОЭ //Изв. РАН. Энергетика. 1999. № 3. С. 3–33. (“Теория переходных процессов в ЭЦ. Важным следует считать предложенное в 1853 г. **Дюамелем** выражение исследования динамических линейных ЭЦ, позволяющее применительно к ЛЭЦ, для которых применим принцип наложения, по известной переходной или импульсной характеристике ЭЦ отыскать её реакцию на воздействие произвольной формы, названное в его честь (?) **интегралом Дюамеля**. .. Для упрощения получения искомой системы уравнений **О. Хевисайдом** в 1892 г. Был предложен метод операторов и интегрального преобразования, позволяющий **алгебраизировать** и находить решение системы уравнений. .. Изложенный в работах **Д.К.С.** и **Б.П.А.** подход позволяет исключить трудоёмкий процесс обратного преобразования **Лапласа**.”). (31.8.99)\*.

11. **Чудинова А.А., Кораблёва Р.Г.** Операционное исчисление: Учебник. – Тюмень: ТГНГУ. **1999**. (“Первая теорема разложения”). (14.10.99)\*.
12. **Колесников В.В., Куцко М.Е., Лукашёв В.В., Фабрикант Е.А., Явленский А.К.** ТОЭ. Анализ переходных процессов в ЛЭЦ. 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: ГУАП. **1999**. (“Операционный метод анализа. Теорема разложения” / для однофункционального изображения). (5.6.2000)\*.
13. **Попов В.П.** Основы теории цепей: Для вузов. 3-е изд., испр. /Рец.: . – М.: ВШ. **2000**. с. (“Методы анализа переходных процессов. Операторный метод. Преобразование Лапласа и его применение к решению дифференциальных уравнений (ДУ). Операторный метод разработал М.Е. Ващенко–Захарченко в 18 г. Позднее – О. Хевисайд. Интеграл свёртывания (свёртка). Теорема свёртки. Умножению (двух) изображений соответствует свёртывание оригиналов. ”. P.S. Результаты автора по обобщённым формулам разложения для произведения любого числа изображений (ЭИТ-5-1973) и другие, сообщённые В.П.В. в ноябре 1998 г. и отправленные в его адрес в декабре 1999-г., не учтены в данном 3-м издании. – А.М.Р.).(16.9.2000)\*.
14. **Курехин В.В., Матвеев В.Н.** Лекции по ТОЭ: Учебник. Ч. 2 (Рец.: д.т.н., проф. СибГИУ Е.В. Пугачёв; каф. Электротехники и автоматики ТомскГАСУ). – Кемерово: КузбасГТУ. **2000**. (“Операторный метод. Теорема разложения” / для однофункционального изображения). (8.11.2000)\*.
15. **Прянишников В.А.** ТОЭ. – СПб.: Корона-принт. **2000**. 368 с. (“Преобразование Лапласа. Теорема разложения” / для однофункционального изображения. При этом “важнейшими для ТЭЦ” факторами при использовании преобразования Лапласа “являются свойство линейности преобразования – сумме оригиналов соответствует сумма изображений и наоборот – и замена операций дифференцирования и интегрирования оригинала  $f(t)$  соответственно простыми операциями умножения и деления изображений  $F(s)$  при замене переменной  $t$  на комплексную переменную  $s$ ”, или, иначе, “алгебраизация линейных дифференциальных уравнений ЭЦ и простота определения её функций передачи”). (21.3.2001)\*.
16. **Старков В.Н.** Операционное исчисление и его применение: Учеб. пос. /Рец.: проф. Ю.З. Алешков (СПбГУ), акад. МАН ВШ, проф. В.Д. Ногинов (СПб. Техн. Ун-т). – СПб: СПб ГУ. **2000**. (1-я и 2-я теоремы разложения / для однофункционального изображения. Основные теоремы. Свойство линейности. Интегральные теоремы умножения двух изображений (интегралы Дюамеля) и двух оригиналов. Изображение периодических оригиналов). (10.5.2001)\*.
17. **Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И.** Основы теории цепей: Учебник для вузов; под ред. В.П. Бакалова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь. **2000**. 592 с. (“Операторный метод анализа переходных процессов в ЛЦ. Теорема разложения” / для однофункционального изображения. Кроме того, при рассмотрении “выпрямления гармонических колебаний” на стр.280 даны ошибочные формы выходного напряжения в однофазной, одновентильной схеме с R/C–фильтром. Правильные и фундаментальные результаты для общего случая (многофазных) схем с R/C–нагрузкой и конкретных по фазности их частных моделей различных классов даны в статьях, диссертациях, научных отчётах автора. При этом каждый информационно насыщенный материал при соответствующем изложении представим в виде книги или книг. – А.М.Р.). (14.5.2001)\*.
18. **Семёнова Т.Н., Сивов В.А., Урядников Ю.Ф., Фриск В.В.** ТЭЦ. Ч. II: Учеб. пос. /Рец.: . – М.: МТУСИ. **2000**. (“Анализ переходных процессов в ЭЦ. Законы коммутации. Временной метод исследования переходных процессов. Формулы/интегралы Дюамеля. Свёртка двух функций. Операторный метод. Преобразование Лапласа. Передаточная функция линейной ЭЦ. Операторный метод позволяет упростить исследование ЭЦ по сравнению с классическим методом, сохранив полноту его результатов. Формула Хевисайда. В сравнении с классическим, временным и частотным методами операторный метод наиболее универсален, особенно для аналитических расчётов, анализа”).(18. 4.2002)\*.
19. **Татур Т.А., Татур В.Е.** Установившиеся и переходные процессы в ЭЦ. – М.: Изд. Высшая шк. **2001**. 408 с. (“Операторный метод анализа переходных процессов. Преобразование Лапласа. Алгебраическая сумма оригиналов соответствует алгебраической сумме их изображений. Теорема разложения” / для однофункционального изображения. Кроме того, на стр.355, 356 даны ошибочные формы выходного напряжения в однофазных, одно– и 2–вентильных или одно– и 2–лучевых схемах выпрямления синусоидального напряжения и с R/C–, RL– и LR/C–фильтрами. Правильные, фундаментальные результаты для общего случая (многофазных) схем с RL–нагрузкой и конкретных по фазности их частных моделей различных классов даны в статьях, диссертациях, научных отчётах автора. При этом каждый информационно насыщенный материал при соответствующем изложении представим в виде книги или книг. – А.М.Р.). (2.6.2001)\*.
20. **Ильин В.А., Ефимов Н.С., Козлов В.Н.** Теория переходных процессов /ПП. Нелинейные цепи. – Чебоксары: ЧувГУ. **2001**. (“Операторный метод расчёта ПП. Английским инженером Хевисайдом предложен метод, существенно упрощающий этот расчёт по сравнению с классическим методом. .. Обобщением метода Хевисайда является операторный расчёт (?), основанный на интегральном преобразовании Лапласа. .. Встречается преобразование Карсона–Хевисайда. ... Для перехода от изображения к оригиналу используют теорему /формулу разложения. ... Расчёт переходных процессов с помощью интеграла Дюамеля (интеграла свёртки)”). P.S. Принятое авторами изложение создаёт неверное представление. Первоначален, будто бы, “метод Хевисайда”, который затем обобщил Лаплас “интегральным” преобразованием.
- Как известно, последовательность обратная. Публикации П.С. Лапласа – в 1779, 1782 и 1812 гг. Публикации А.-Л. Коши для частных случаев (простые полюсы, пр.) – в 1823, 1827, 1850 (с приоритетом от 1824) и 1851 гг. И лишь в публикациях 1892, 1893, 1899 и 1912 гг. (т.е. на 50-70 лет позднее) Оливер Хевисайд пользовался (без ссылок) алгебраическими формулами при однофункциональных изображениях с простыми полюсами, в т.ч. при обратнo степенной функции. Отсюда очевиден факт отсутствия приоритета Хевисайда. Как и историческая ошибочность самого названия этих формул разложения с его именем.
- Следует добавить, что в литературе отечественных авторов по электро- и радиотехнике не упоминается Леонард Эйлер. Между тем, Гарднер М.Ф. и Бэрнс Дж.Л. (M.F. Gardner and J.L. Barnes) ещё в 1942 г. сообщают (к сожалению, без ссылки) об использовании Эйлером интеграла (по нынешней терминологии, свёртки двух функций

в вещественной или действительной области при произведении двух функций комплексной переменной) при решении линейного дифференциального уравнения. Вероятно, в 1740-х годах. Соответствующая алгебраическая форма об умножении степенных рядов есть у **А.-Л. Коши**. – **А.М.Р.**). (11.10.2001)\*.

21. **Довгун В.П.** Спектральный и операторный методы анализа ЭЦ: Учеб. пос. /Рецензенты: **С.Н. Титовский**, к.т.н., зав. каф. Информатики Красноярского гос. аграрного ун-та; **О.В. Розанов**, к.ф.м.н., доц. каф. САУ Сиб. аэрокосмич. академии. – Красноярск: ИПЦ КГТУ. 2001. (“Изложены основы спектрального и **операторного** методов, даны основные свойства **преобразования Лапласа** и **Фурье**”, **формула разложения** и примеры расчёта). (22.11.2001)\*.

22. **ТОЭ**: Учеб. пос. В 4-х частях. Ч.2. /Под ред. проф. **Г.М. Торбенкова**. Авторский коллектив каф. ТОЭ, 9 человек: **И.А. Борисова**, **Ю.Я. Коробицин**, **И.Л. Красногородцев** и др. /Рец.: **И.Д. Кабанов**, **И.Я. Редько**. – Челябинска: ЮрГУ. 2001. 209 с. (“Периодические несинусоидальные токи в ЛЭЦ. Разложение в ряд Фурье кривой выпрямленного напряжения для **m**-фазного выпрямителя. **Классический** метод расчёта переходных процессов (ПП). **Операторный метод**. Операторный метод в конце прошлого (?) века ввёл (в электротехнику) **О. Хевисайд**. Преобразование **Лапласа**. Прямое (ППЛ) и обратное (ОПЛ). Преобразование **Карсона-Хевисайда**. Теорема линейности: **Сумма оригиналов** соответствует **сумме изображений** и наоборот. **Изображение суммы функций** есть **сумма изображений** этих функций. **Теоремы свёртывания** (для 2-х функций): **умножение (двух функций)** в области **комплексной /действительной/ переменной** соответствует **свёртыванию** (интегралу двух функций) в области **действительной /комплексной/ переменной**. **Теоремы /формулы разложения**. В большинстве случаев при расчёте переходных процессов **операторным** методом изображение искомой величины (?) имеет вид правильной дроби”. Для этого случая (**однофункционального изображения**) получены **формулы разложения**).

Как указано в предыдущем комментарии (в [14]), видимо, впервые интеграл-свёртку использовал **Л. Эйлер**. Вероятно, в 1740х годах. По сообщению в 1942 году **Гарднера М.Ф.** и **Бэрнса Дж.Л.** (в переводе упомянутой выше их книги с английского на русский **П.И. Зубкова** и **М.С. Либкинда**, под редакцией **Г.И. Атабекова** и **Я.З. Цыпкина** в 3-м исправленном издании 1961 г.), «**свёртывание, так и частный вид суперпозиции ступенчатых функций, применяющихся в операторном исчислении Коши-Хевисайда, появились впервые в статье Пуассона, представленной им в 1826 г.** [Poisson S.D. Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement. //Mém. Acad. Sci. (N.S.). Т. 8. 1827, р. 441–570. (≈1996)\*]. Характер изложения в этой статье даёт основание предполагать, что эти идеи в то время были **уже известны**. В 1833 г. **Дюамель [J.M.C. Duhamel]**. //École Polytech. Journ. 22. 1833, р.20-77; 24. 1834, р.1-36] пользовался суперпозицией ступенчатых функций и **интегралами свёртывания**. То и другое часто называют с его именем (В т.ч. в отечественной литературе по электро- и радиотехнике. – **А.М.Р.**). Но это неверно. В обоих случаях.

**Теорему о свёртывании двух функций действительной переменной** часто называют также **теоремой Бореля [Borel E. Ann. École Norm. Sup. (3) 16. 1899, р.9–136. Lecons sur les séries divergents. – Paris: Gauthier. 1904, р. 104]**. Даже придерживаясь правила называть теорему именем лица, первым давшего строгое её доказательство, мы не можем согласиться с тем, чтобы с этой теоремой связывали имя Бореля, ввиду более ранних работ». (Например, **Л. Эйлера**, 1740-е годы. – **А.М.Р.**). Или хотя бы «**Меллина в 1896 г.** [Mellin H. Acta Soc. Sci. Fenn. 21. 1896. No 1, 115 pp. (представлено 19.11.1894). No 6, 57 pp.]».

Что касается «**теоремы умножения (двух функций – А.М.Р.) в действительной области /свёртки (двух функций – А.М.Р.) в комплексной**, то **Пинчерле в 1908 г.** [S. Pincherle. Mém. Soc. ital. Sci., Italy. (3) 15. 1908, р. 3–43.] , видимо, **первым** применил такое свёртывание в связи с односторонним преобразованием **Лапласа**. В 1910 г. **Меллин** привёл эту теорему [H. Mellin. Suomen Tiedeakat. (Acad. Sci. Fenn.), Ann. (A) 1. 1910. No 3, 54 pp.], **не** дав, однако, доказательства для второго вида двухстороннего преобразования. В 1922 г. **Меллин доказал свою теорему для достаточно общих условий** [Там же: Ann. (A) 18. 1922. No 4, 108 pp.]».

В 1943 г. [ДАН. Т.11. № 4, С.159-161. Вопр. мат. физики. К 75-летию член-корр. АН СССР **Г.А. Гринберга**. /Отв. ред. **В.М. Тучкевич**. – Л.: Наука. 1976. С.5-20. (16-23.3.2004)\*] **Георгий Абрамович Гринберг** (род. 16.6.1900) вновь доказал соответствие **произведения двух функций вещественной переменной интегралу-свёртке** двух функций **комплексной** переменной – аналог давно известной теоремы или интеграла, означающего **свёртку** двух функций **вещественной** переменной для **произведения двух функций комплексной переменной**.

Этот факт популяризировал в 1953, -55, -64 и 1975 гг. **Михаил Иосифович Конторович** в книгах по **операционному исчислению**. Видимо, это дало основание **Михаилу Львовичу Левинштейну** назвать теорему свёртки двух функций комплексной переменной **теоремой Г.А. Гринберга** [Операционное исчисление в задачах электротехники. – Л.: 1964, С. . 1972, С. 61. (14.11.73)\*].

Наконец, самое трудное по неуместности сведение относится к случайно полученной автором **теореме разложения для произведения любого числа изображений с простыми полюсами**. Они свойственны фактически всем практическим случаям или подавляющему их большинству. Не являясь математиком, специалистом по операторным методам, теории линейных цепей в электротехнике или радиотехнических цепей и сигналов, а будучи лишь обычным, рядовым пользователем известных формул разложения в теории преобразования Лапласа, автор, выполняя, при создавшейся необходимости, исследования электромагнитных процессов в базовых схемах вентильных конвертеров электроэнергии или **БВК ЭЭ** (схемах с **нелинейными** элементами), пользовался при многочисленных расчётах случайно замеченными им эмпирическими **формулами разложения** для различного числа сомножителей-изображений. Естественно полагая, что эти простенькие формулы давно есть, и лишь автору неиз-



вестно, где они покоятся в математических анналах, в горах электротехнических, физических, радиотехнических, прочих публикаций, даже не помышлял о новизне формул. О своём авторстве. О некоей “интеллектуальной собственности”. Но неожиданно получив, уже после защиты кандидатской диссертации, позитивные отзывы от соответствующих специалистов, а затем решение о публикации и свежие авторские оттиски статьи в Известиях Академии наук СССР, 1973 г. (для автора – нечто поднебесное), естественно появилась на душе некая приятность. Но лишь на короткое время. Прошло почти 40 лет.

Но до сих пор не покидает сомнение, что этих простеньких формул нет в завалах трудов умнейших. И вроде бы душевно бальзамна, хотя и не без осадка, награда медалью им. Леонарда Эйлера с Дипломом Европейской академии естественных наук (ЕАЕН/EAWN), как её действительному члену/академику. Но почему-то она не нивелирует неуверенность. В то же время практическая полезность формул принадлежит всем. Независимо от авторства. Посему они должны быть публичным достоянием. Через посредство учебной литературы. Как наиболее массовой и доступной. А не пребывать полвека втуне. (14.12.2001)\*.

23. **ТОЭ:** Учеб. пос. В 4-х частях. Ч.4. /Под ред. проф. Г.М. Торбенкова. Авторский коллектив каф. ТОЭ, 9 человек: И.А. Борисова, Ю.Я. Коробицин, И.Л. Красногородцев и др. /Рец.: И.Д. Кабанов, И.Я. Редько. – Челябинска: ЮрГУ. 2001. 258 с. (Данная часть посвящена анализу установившихся и переходных процессов в нелинейных (вентильных) электрических цепях с использованием “метода сопряжения интервалов при кусочно-линейной аппроксимации (КЛА) характеристик нелинейных элементов (НЭ)”).

Иначе говоря, метода Ч.П. Стейнметца (Ch. Pr. Steinmetz, 1890). – А.М.Р. Преимущественно рассматривается 1-фазная, 1-вентильная или 1-лучевая  $m1$ -схема. При различных нагрузках: R, RL и R/C. Наряду с ошибочным названием “период повторяемости” /масло масляное, даны неверные формы тока и напряжения в  $m1RL$ - (стр. 70) и  $m1R/C$ -схемах (стр. 118). Правильные и существенно полнее результаты даны в соответствующих работах, например, автора. К сожалению, игнорируемых преподавательской элитой сузов и вузов страны). (14.12.2001)\*.

24. **Амирова С.С., Елизаров В.Е., Галиахметова Р.Н.** Общая электротехника. (Рец.: каф. электротехники и электроприводов Каз.ГТУ /зав.каф. д.т.н., проф. Н.Ф. Миляшов; каф. Биомедицинской электроники и охраны среды СПбГЭТУ /зав. каф. д.т.н., проф. З.М. Юлдашев). – Казань: КазГУ. 2003.

{Любопытно: на стр.43, рис.33 «представлена гидродинамическая модель кровеносной системы. Модель позволяет установить связь (?) между ударным объектом (?) крови, гидравлическим сопротивлением и изменением давления в артериях. Артериальная часть системы кровообращения моделируется упругим эластичным резервуаром (?). На основе этой механической модели представлена электрическая модель». (В виде однофазной, 1-вентильной или однолучевой схемы выпрямления с R/C-нагрузкой. – А.М.Р.). «Источник U, дающий (?) несинусоидальное переменное, электрическое напряжение, служит (?) аналогом сердца, вентиль – аналогом сердечного клапана, резистор R – элементарным аналогом периферической сосудистой системы.

Конденсатор C в течение полупериода (неверно. – А.М.Р.) накапливает заряд (неверно. – А.М.Р.), и затем (?) разряжается на резистор R. Таким образом (?) происходит сглаживание силы тока (неверно. – А.М.Р.), протекающего через резистор». (Что же из этого следует? – А.М.Р.).

При «решении задач о переходном процессе» применяют «преобразование Лапласа». «Если искомое (?) изображение представляет собой дробь, то к функции времени переходят (?), используя теорему разложения» /для однофункционального изображения. – А.М.Р. Кроме того, если “дробь” есть, “изображение” известно. “Известное” не может быть “искомым”. Слово следует перенести, исправив и другую неграмотность: “то для получения искомой функции времени используют теорему разложения”.

Общая ремарка: ошибок много. – А.М.Р.}. (23.12.2003)\*. (25.12.2003 автор написал письмо в КазГУ на обычной почтовой открытке).

25. **Забусов В.В.** Переходные процессы в ЛЭЦ и методы анализа: Учеб. пос. (Рец.: к.т.н., доц. каф. МЭИ: В.В. Каратаев, И.С. Козьмина). – Норильск: Нор. Индустр. Ин-т. 2003. (“Операторный метод анализа. Теорема разложения” /для однофункционального изображения. – А.М.Р.). (9.8.2004)\*.

26. **Новиков Ю.Н.** Электротехника и электроника. Теория цепей и методы анализа: Учеб. пос. /Рекомендовано учебно-метод объединением. Федеральная целевая программа “Культура России”. Издат. программа “300 лучших учебников для Вас в честь 300-летия Санкт-Петербурга” /Рецензенты: А.В. Соломонов, д.ф.м.н., проф. СПбГЭТУ («ЛЭТИ»); А.А. Константинова, к.т.н., доц. Михайловского воен. арт. ун-та. – СПб: ПИТЕР. 2005. 384 с. (Теорема разложения Хевисайда, Лапласовы изображения или образы). (P.S. Для 1-фазных  $m1$ -лучевой и  $L2$ -мостовой схем с R/C-нагрузкой на стр. 282 и 283 даны ошибочные формы напряжения на конденсаторе. – АМР). (14.5.2005)\*.

27. **Цапенко Е.Ф.** ТОЭ для горных вузов. Ч.1: ЛЭЦ. (Рец.: д.т.н., проф.: М.С. Ершов, Г.Г. Рекус). – М.: МГГУ. 2005. 346 с. (“Теоремы разложения /ТР. ТР Хевисайда”). (23.12.2005)\*.

28. **Бочев А.С.** ТОЭ: Учеб. пос. (Рец.: д.т.н., проф.: М.П. Бадёр /МГУПС, Ю.А. Бахвалов /ЮРГТУ. Редакторы: А.И. Гончаров, А.В. Артамонов). – Ростов/Д: РостГУПС. 2007. 384 с. (“Теоремы разложения /ТР” /для однофункционального изображения). (3.9.2008)\*.

Перед закрытием текущей страницы ещё одно замечание.

Тем, кому довелось или приходится выбирать буквенные обозначения при изложении материала, известно, как непросто это сделать. При учёте, что многие буквы используемых по конкретному предмету алфавитов уже заняты. Именно поэтому, а также как легче отличающиеся и запоминаемые, в работе автора по формулам разложения использованы для функций русские буквы Ч и З. Для обозначения числителя и знаменателя, соответственно. Для читателей на русском языке это удобно. Но эти знаки вполне приемлемы и при издании на иностранных языках. Почему бы нет. При условии равноправия в мире такое использование очевидно.

**А каково мнение читателей?**

© Репин А.М. 9.9.2008. 31.12.11. 1.2.12

Продолжение следует. Если дозволено.