СМЕШАННЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВИБРОПОЛЕЙ

Крупенин В.Л.
Учреждение Российской академии наук ИМАШ РАН им. А. А. Благонравова
Москва, Россия

Рассмотрим класс достаточно общих объектов, анализ которых осуществляется в рамках классических воззрений линейно механики сплошной среды. Ставится задача о распространении в таких объектах(протяженных машинных конструкциях) сильно нелинейных упругих волн, генерируемых виброударными процессами.

Моделирование данной системы «в целом»– весьма трудоемко [1] . Можно, однако, указать некоторые достаточно общие модели, сочетающие в себе аксиоматику разных разделов физики и механики, позволяющие получить приемлемые, даже аналитические описания интересных динамических эффектов (модель типа «сплошная среда – вибровод»).

Вначале предполагается существование упругой среды, описываемой вектором перемещений $u(x,t)$ $(x \in R^3,\ t \in R)$, и описываемой классическим уравнением Ламе:

$$\rho u_{tt}=(\lambda+\mu)\mathrm{grad\ div}\ u + \mu \Delta u+F , \tag{1}$$

где ρ - плотность несущей среды, существование которой постулируется, параметры Ламе характеризуют ее упругость. Интенсивность объемных сил имеет следующую структуру: $F = F_1 + F_0$, где F_1.заданный вектор, а $F_0(x,t) = - c_1(u- y_n^{(I)}) - c_2(u-y_n^{(II)})$. С каждой точкой упругой несущей среды связана ударная пара, состоящая из двух взаимодействующих линейных склерономных подсистем $A^{(I)}(x)$ и $A^{(II)}(x)$, определяемых системами операторов динамической податливости $L_{qj}^{(I)}=O(p^{-2})$; $L_{lk}^{(II)}=O(p^{-2})$,где $p\equiv d/dt$ оператор дифференцирования; индексы q, j, l и k изменяются на некоторых множествах, определяемых размерностями взаимодействующих подсистем, параметры которых могут, вообще говоря, зависеть от координат x. Для замыкания системы (1), (2) добавим соотношения

$$y_n^{(I,II)}= L_{nn}^{(I,II)}(p)c_{1,2}\, u \pm L_{kn}^{(I,II)}(p)\Phi_1(y^0,y^0_t)+f_n^{(I,II)}; \tag{3}$$

$$y_k^{(I,II)}= L_{nk}^{(I,II)}(p)c_{1,2}\, u \pm L_{kk}^{(I,II)}(p)\Phi_1(y^0,y^0_t)+f_k^{(I,II)}, \tag{4}$$

где $y_n^{(I,II)}(x,t)$ и $y_k^{(I,II)}(x,t)$ – перемещения точек подвеса и взаимодействия, $y^0 = y_k^{(II)} - y^{(I)}$.. - относительное сближение ударников взаимодействующих подсистем, к которым приведены плотности $m_{II.}(x)$ и $m_I(x)$; $\Phi_1(y^0,y^0_t)$- плотность силы удара (для системы $A^{(1)}$ в (3) и (4) выбираем знак "плюс", для $A^{(II)}$ - "минус"); в эти же уравнения могут быть внесены какие-либо функции $f_s^{(I,II)}$… , описывающие дополнительные внешние воздействия.

Граничные условия становятся точно так же, как и в классическом варианте - для уравнения (1), моделирующего несущую конструкцию (ее физические и геометрические качества). Частотные свойства амортизированного оборудования, генерирующего виброударные процессы, дает модель присоединенной части среды, содержащей распределенный ударный элемент.

Механизм связи несущей и присоединенной частей определяет структуру искомого глобального вибрационного поля. Данный подход - весьма общий, но возможно жертвует информацией об особенностях каких-либо конкретных элементов системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-08 - 00500).

Литература

1. Крупенин В.Л. Модель сильно нелинейной вибропроводящей среды с распределенным ударным элементом// ДАН, 1995. Т. 343, №6, с. 759-763.