Моделирование описания вибрационных полей в машинах при помощи систем со сложными структурами

© В.Л. Крупенин
Учреждение Российской академии наук институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
krupenin@roel.ru

***Аннотация**. Даны постановки задач о моделировании динамических процессов в машинных агрегатах и конструкциях при помощи так называемых сильно нелинейных сплошных сред сложной структуры. Основная особенность таких сред – внесение в их модели распределенных ударных элементов и расширения представления о материальной точке. Рассмотрены модели различной сложности.*

***Ключевые слова:** ударные элементы, сильно нелинейные сплошные среды, волноводы простой структуры, волноводы сложной структуры, двумерные модели, мембраны, пластины.*

1. Постановка задачи. Рассмотрим класс достаточно представительных общих задач, анализ которых поможет понять механизм генерирования широких спектров колебаний в пространственно протяженных машинных конструкциях. Известно [1, 2], что вибрация распространяется посредством виброводов (волноводов) — упругих сред, в которых волны из-за наличия ограничивающих поверхностей распространяются в определенных достаточно произвольных направлениях.

Разработанные в последнее время методы акустической динамики машин, включающие в себя, в частности, методы анализа механизма распространения вибрации и борьбы с нею, основаны на предположении о линейности виброводов [3] или их слабой нелинейности. Однако, появление в виброводе хотя бы одного разрыва [2], приводящего к соударениям элементов его конструкции, вызывает существенное изменение динамических качеств системы в целом. То же происходит и в случае, когда соударяются элементы, непосредственно связанные с виброводом. Если подобные («паразитные») ударные пары единичны и от точек ударов до точек наблюдения вибровод линеен, то генерируемая широкополосная вибрация после прохождения через механические фильтры может рассматриваться как некий высокочастотный шум малой интенсивности. При наличии же большего числа ударных пар, каким-либо образом присоединенных к виброводу и непосредственно связанных с процессом передачи вибрации, упругая передающая среда из линейной превращается в сильно нелинейную. В этом случае традиционные методы расчета неприемлемы.

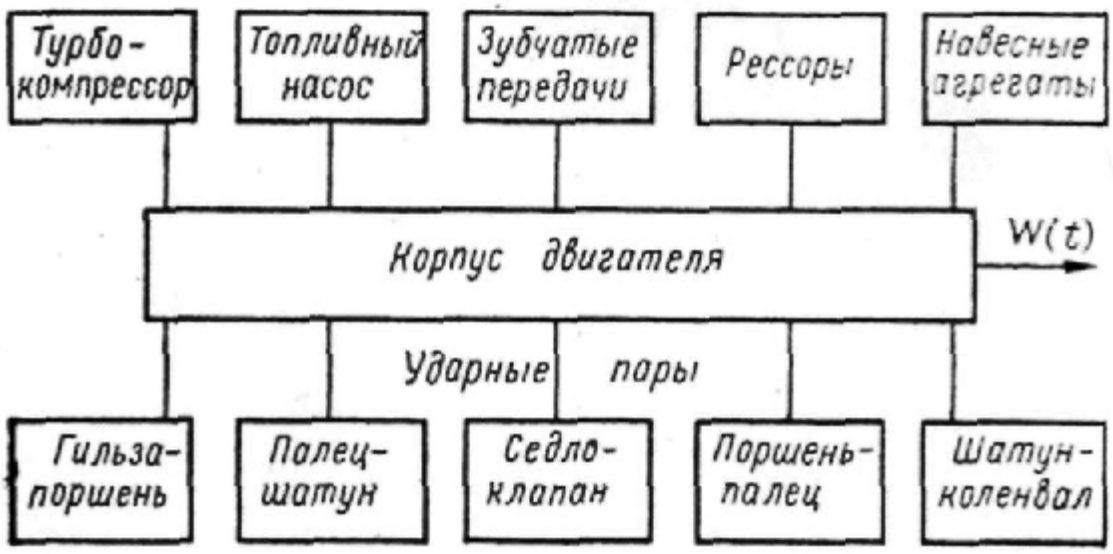

Рис.1

Виброударные процессы, возникающие в сильно нелинейных средах, не только содержат высокочастотные составляющие, но и вызывают дополнительные динамические эффекты: появляются области локализации интенсивных ударов в присоединенном к виброводам оборудовании, конструкция «раскачивается» на «нерезонансных» частотах, изменяется характер затухания вибрации при удалении ее источника и др.

На рис. 1 приведена схема, иллюстрирующая процесс распространения вибрации в двигателе внутреннего сгорания. (Подробнее динамические эффекты, возникающие в ДВС, описаны в монографии [4]). Несущий вибровод здесь динамически связан с различными агрегатами и механизмами, которые могут генерировать широкополосные виброударные процессы, а также многократно взаимодействовать между собой через вибровод. Возникающее вследствие этого «суммарное» вибрационное поле и формирует картину в некоторой точке W, произвольно выбранной, например, на корпусе двигателя.

Поместим в этой точке поместить какой-либо виброприемник. Виброприемником условимся называть присоединенную систему, не оказывающую существенного влияния на динамику вибровода «в целом». В точке присоединения виброприемника всю систему можно считать однонаправленной: возбуждение не зависит от его свойств и определяется только структурой вибровода. Таковыми оказываются приборы автоматики, управления и т. п.[2] Внешнее воздействие, возбуждающее в виброприемнике колебания, может резко отличаться от синусоидального и вызывать в нем существенно нелинейные резонансные явления. Подобная ситуация складывается, в сущности, в каждой достаточно сложной машине. Это обстоятельство предъявляет весьма жесткие требования к условиям виброиспытаний, а также расчета и конструирования машин агрегатов.

Учитывая вышеизложенное, необходимо рассмотреть процесс передачи вибрации с учетом одновременного действия в динамических системах большого числа широкополосных генерирующих факторов. Для этого целесообразно постулировать некоторые ранее не учитываемые реологические свойства вибропередающих сред. Таким образом, наша задача заключается в описании свойств сильно нелинейных («виброударных») виброводов.

Следует оговорить, что рассматриваемая ниже задача — лишь некоторое «начальное», модельное приближение к реальной ситуации, которая на деле оказывается намного сложнее. Наши построения, основанные, прежде всего на том, что со спектральной точки зрения все

широкополосные источники вибрации в известной мере «эквивалентны», дают качественное представление о механизме формирования физических свойств сильно нелинейных виброводов — свойств, определяемых взаимодействием между несущей средой и присоединенными ударными парами.

2. О моделировании системы. Моделирование данной системы «в целом»– суть весьма трудоемко [2]. Можно, однако, указать некоторые достаточно общие модели, позволяющие получить приемлемые, даже аналитические описания интересных динамических эффектов, а также предложить практически значимые расчетные формулы [5].

Постулируем существование несущей сильно нелинейная сплошная среда сложной структуры с одним или несколькими распределенными ударными элементами. Эта модель позволит дать описание процесса формирования и распространения вибрационных полей в механических конструкциях со множественными разрывами (с большим числом ударных пар).

Пусть вначале предполагается существование некоторой упругой несущей среды, описываемой вектором перемещений $u(x,t)$ $(x \in R^3,\ t \in R)$, подчиняющимся классическому уравнению Ламе:

$$r\, u_{tt}=(l+m)\mathrm{grad\,div}\, u + m\,\Delta u+F\,, \qquad (1)$$

где r - плотность несущей среды, существование которой постулируются, параметры Ламе характеризуют ее упругость. Пусть интенсивность объемных сил имеет следующую структуру: $F=F_1+F_0$, где F_1.заданный вектор, а

$$F_0(x,t)= -c_1(u-y_n^{(I)})-c_2(u-y_n^{(II)}), \qquad (2)$$

где предполагается, что с каждой точкой среды где предполагается, что с каждой точкой упругой несущей среды связана ударная пара, состоящая из двух взаимодействующих линейных склерономных подсистем $A^{(I)}(x)$ и $A^{(II)}(x)$, определяемых системами операторов динамической податливости

$$L_{qj}^{(I)}=O(p^{-2});\ L_{lk}^{(II)}=O(p^{-2}),$$

где $p^{o}d/dt$ оператор дифференцирования; индексы q, j, l и k изменяются на некоторых множествах, определяемых размерностями взаимодействующих подсистем, параметры которых могут, вообще говоря, зависеть от координат x. Для замыкания системы (1), (2) добавим соотношения

$$y_n^{(I,II)}= L_{nn}^{(I,II)}(p)c_{1,2}\,u\pm L_{kn}^{(I,II)}(p)\Phi_1(y^0,y^0_t)+f_n^{(I,II)}; \qquad (3)$$

$$y_k^{(I,II)}= L_{nk}^{(I,II)}(p)c_{1,2}\,u\pm L_{kk}^{(I,II)}(p)\Phi_1(y^0,y^0_t)+f_k^{(I,II)}, \qquad (4)$$

где $y_n^{(I,II)}(x,t)$ и $y_k^{(I,II)}(x,t)$ – перемещения точек подвеса и взаимодействия, $y^0 = y_k^{(II)} - y^{(I)}$.. - относительное сближение ударников взаимодействующих подсистем, к которым приведены плотности $m_{II.}(x)$ и $m_I(x)$; $\Phi_1(y^0,y^0_t)$- плотность силы удара (для системы $A^{(I)}$ в (3) и (4) выбираем знак "плюс", для $A^{(II)}$ - "минус"); в эти же уравнения могут быть внесены какие-либо функции $f_s^{(I,II)}\ldots$, описывающие дополнительные внешние воздействия.

Граничные условия становятся точно так же, как и в классическом варианте - для уравнения (1), моделирующего несущую конструкцию (ее физические и геометрические качества). Частотные свойства амортизированного оборудования, генерирующего виброударные процессы, дает модель присоединенной части среды, содержащей распределенный ударный элемент.

Механизм связи несущей и присоединенной частей определяет структуру

глобального вибрационного поля. Данный подход, возможно, жертвует информацией об особенностях каких-либо конкретных элементов системы, а также об эффектах, проявление которых возможно только при учете дискретности модели [6].

3. Примеры одномерных моделей. Модели типа (1) – (4) + граничные условия весьма общи. Они могут отвечать большому числу различных частных случаев. Заметим, что введение в рассмотрение каких-либо диссипативных факторов, учитываемых не только в моделях амортизированного оборудования (2) – (4), но и в основной модели несущей конструкции (1) даст еще более общую и, соответственно, сложную модель. Ряд таких систем анализировалось ранее, ряд будет рассмотрен в дальнейшем.

Наиболее хорошо изучены так называемые одномерные сильно нелинейные виброводы (рис.2)

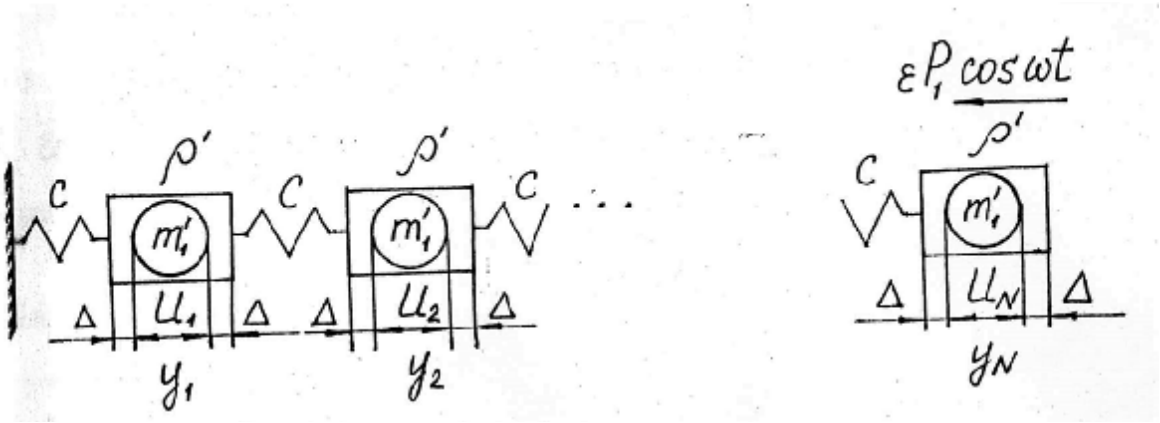

Рис.2.

Здесь показана одномерная цепочка упруго связанных тел (коэффициенты упругости c), массы которых есть ρ'. Внутри тел помещены шары с массами m'_1. Зазоры 2Δ и точки отсчета координат y_j показаны на рис. 2. Предполагается, что система возбуждается силой $\varepsilon P_1 \cos\omega t$, приложенной к правому концу цепочки..

Легко видеть, что уравнение (1) переходит в волновое уравнение, описывающее динамику несущего стержня. В тоже время уравнения присоединенных шаров даются очевидными модификациями уравнений (3) и (4). Подробный анализ этого класса одномерных виброводов будет выполнен в последующих публикациях.

4. Примеры двухмерных моделей. Лишь чисто технические изменения будут внесены в модель, в случае, если в качестве несущей конструкции (среды) будет выбрана натянутая мембрана, например, прямоугольная (рис3, а) или круглая (рис3, б).

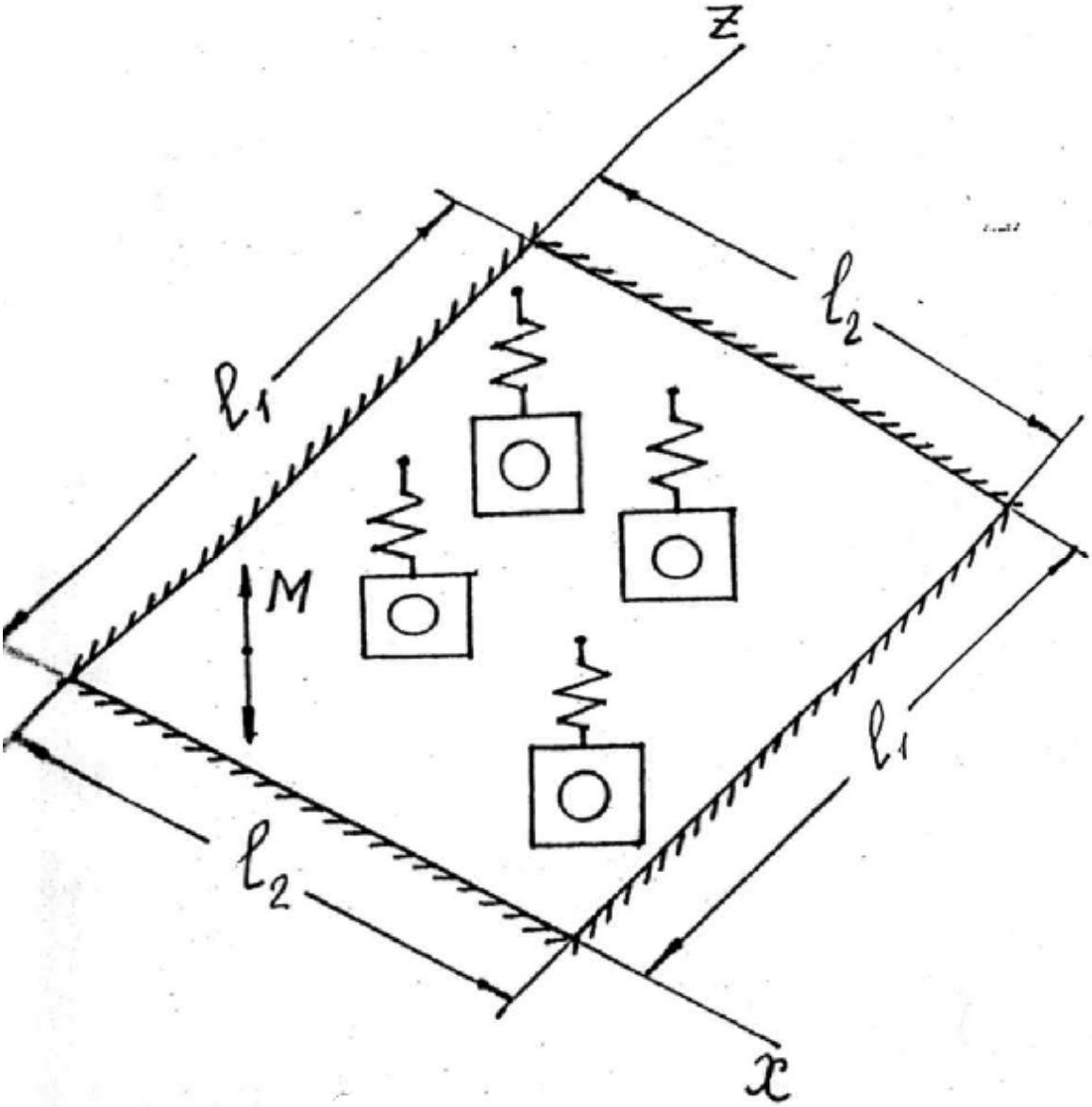

Рис.3, а

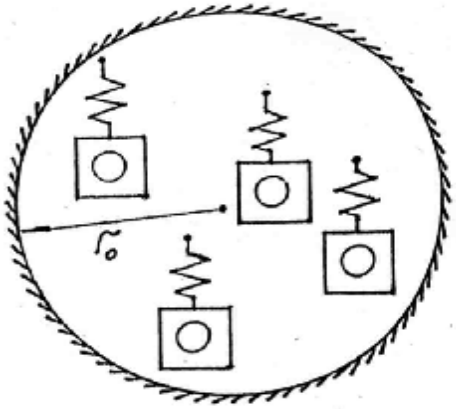

Рис.3,б

Пусть в точке $M(x_0,z_0)$ приложена сосредоточенная сила $\varepsilon P_1\cos\omega t$.Обозначив N – натяжение, ρ – плотность, для поперечных колебаний конструкции задачу можно поставить так:

$$\rho u_{tt} = N(u_{xx}+u_{zz})+ \varepsilon P_1\cos\omega t\delta(x-x_0)\delta(z-z_0)+c(u-y)=0, \quad (5)$$

$$my_{tt}+c(y-u)-\Phi(y^0)=0, \quad (6)$$

$$m_1(y_{tt}+y^0_{tt})+\Phi(y^0)=0,$$

где $u(x,z,t)$, $y(x,z,t)$ и $y^0(x,z,t)$ – искомые полевые функции; c, m, m_1 – параметры амортизированного оборудования.

Задача будет подробно рассмотрены в последующих публикациях.

При рассмотрении более сложных моделей несущих конструкций – балок, пластин, оболочек – объем вычислений существенно возрастает. Однако трудности, в основном, будут носить технический характер, иногда, впрочем, трудно преодолимый, по крайней мере для аналитических методов.

Отметим также, что несущие объекты могут выбираться составными, а параметры амортизированного оборудования – зависеть от постранственных координат.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 10-08-500)

Литература

1.Babitsky V.I., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems.Springer, 2001. 330 p.
2. Широкополосные виброударные генераторы механических колебаний // Крупенин В.Л., Веприк А.М. и др. Л.: Машиностроение, 1987. 76 с.
3.Пальмов В.А. Колебания Упруго-пластических тел. М.:Наука, 1976, 328 с.
4. Вейц В.Л., Кочура А.Е. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания. –Л.: Машиностроение, 1976.-383 с.
5. Крупенин В.Л. Модель сильно нелинейной вибропроводящей среды с распределенным ударным элементом// ДАН, 1995. Т. 343, №6, с. 759-763.
6. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Волны в распределенных и дискретных виброударных системах и сильно нелинейных средах// Проблемы машиностроенияи надежности машин.1998, № 5, с. 13-30