

УДК: 621.396.67

## **МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДАХ**

Гончаров В. А., аспирант

Московский государственный университет приборостроения и информатики

Следует отметить большое разнообразие математических методов, которые используются в программах электродинамического моделирования. Среди них имеются прямые методы решения граничных задач, например, метод конечных элементов (МКЭ). Возможность анализировать практически любую структуру, то есть универсальность с точки зрения пользователя является отличительной и наиболее привлекательной их чертой. Платой за универсальность, как правило, являются большие затраты компьютерных ресурсов. При этом существенный недостаток метода обусловлен большим временем, которое необходимо для анализа СВЧ структур. Причиной тому является лежащая в основе метода дискретизация пространства. В случае МКЭ количество элементов разбиения зависит от размерности решаемой задачи и является максимально возможным.

Такие системы как High Frequency System Simulator (HFSS) с точки зрения решения трехмерных задач электродинамики обладают максимальной универсальностью. Проектирование устройств с помощью HFSS [1] дает высокую гарантию того, что измеренные характеристики будут такими же, как при моделировании. Электродинамическое моделирование в HFSS основано на использовании метода конечных элементов (Finite Element Method, FEM). Обычно решение граничной задачи ищется в частотной области. Метод конечных элементов позволяет вести разработку численных алгоритмов с высокой степенью универсальности. Эти алгоритмы оказываются весьма эффективными для широкого круга таких задач как: анализ волноводных и полосковых структур, моделирование антенн и расчет сложных невзаимных устройств, содержащих гиротропные среды.

HFSS включает в себя ряд реализующих различные функции подпрограмм. В их число входит так называемое решающее устройство, представляющее подпрограмму решения граничных задач электродинамики. С доказанной надежностью эта подпрограмма обеспечивает получение достоверных и точных результатов. Адаптивный метод уплотнения сетки является мощным средством повышения точности решения и состоит в следующем: с помощью базовых элементов, имеющихся в библиотеке примитивов, создается начальное разбиение пространства на тетраэдральные ячейки. Это начальное разбиение на ячейки,

выделяя области с высокой напряженностью или с большими градиентами, предоставляет грубую информацию о поле. Для минимизации вычислительных затрат и улучшения точности решения разбиение на ячейки уплотняется только там, где поле претерпевает резкое изменение. При необходимости, пользователь может вести адаптацию вручную, используя интерактивный интерфейс программы.

При решении различных задач математической физики широко применяются методы вариационного исчисления [2, 3]. Заменяя интегральные и дифференциальные уравнения эквивалентным вариационным принципом, с помощью тех или иных прямых методов находят приближенные решения в виде рядов, которые обычно сходятся довольно медленно. Необходима дальнейшая разработка вариационных методов расчета параметров антенн, как в направлении развития общей теории, так и в направлении решения конкретных задач.

Непрямые методы являются альтернативным направлением в решении задач электродинамики. Наиболее известным среди них является метод моментов. От упомянутых выше подходов его отличие состоит в том, что моделирование поля основано на аналитическом решении некоторой ключевой задачи, а именно проблемы возбуждения структуры элементарным источником тока. В математике такое решение получило название функции Грина. Если функция Грина может быть записана аналитически в простой форме, то метод моментов оказывается весьма эффективным. В таком случае дискретизации подвергается лишь поверхность, а не пространство, что снижает размерность задачи. Функция Грина достаточно просто может быть найдена, к сожалению, лишь для ограниченного числа структур. В частности, к ним относятся свободное пространство и плоскостойкие структуры. По этой причине были разработаны САПР на основе метода моментов именно для таких структур. Метод моментов применяется в следующих системах: Microwave Office [4], FEKO, ADS.

Наиболее полно метод моментов изложен в работах Харрингтона и его монографии, вышедшей на английском языке [5]. В книге Никольского В.В. [6] на русском языке представлено наиболее последовательное изложение метода моментов. По методу моментов все поля в структуре выражаются через некоторую заданную на поверхности величину (электрический или магнитный ток). Метод моментов оперирует непрерывными полями и не требует дискретизации пространства, в то время как метод конечных элементов принципиально основан на дискретизации пространства. Поэтому метод моментов является несколько более быстроедействующим. Это не слишком неожиданный вывод, который верен для процедуры аппроксимации вообще и для метода моментов в частности.

К сожалению, обычно потеря универсальности является платой за быструю сходимость метода моментов. Действительно, для каждой конкретной структуры

подбираются свои подходящие базисные функции. Их поиск является неформализуемым процессом, который трудно преобразовать в машинную программу. Поэтому разработчики программного обеспечения даже в ущерб сходимости решения отдают предпочтение базисным функциям, которые способны решать более широкий круг задач. Однако это не означает, что учет априорной информации в реальных системах проектирования совсем не нашел себе применение. При этом при переходе к более сложным структурам приходится использовать универсальные базисные функции. Импульсные сигналы можно считать примером такой универсальной системы функций.

Одним из наиболее известных асимптотических подходов считается метод физической оптики (МФО). Основу метода составляет теорема эквивалентности. Применение МФО позволяет достаточно просто, по крайней мере, без решения интегральных уравнений получить решение интересных и сложных задач [7]. Для задач рассеяния на сложных телах МФО является весьма эффективным инструментом. Поэтому неудивительно, что в последнее время для описания дифракции на объектах с большими электрическими размерами он все более интенсивно используется в различных системах электродинамического моделирования.

Развитием МФО являются метод геометрической теории дифракции (ГТД) и метод краевых волн (МКВ). Оба метода направлены на уточнение МФО в той области параметров, где они дают неточные результаты. Основой для ГТД и МКВ служит решение ряда ключевых электродинамических задач [7]. Несомненно, что среди них основное место занимает задача о дифракции плоской волны на металлическом клине.

Решение физических задач численными методами обычно связано с рядом математических приближений. Иногда перевод математических формул в вычислительные алгоритмы оказывается весьма сложным. Кроме того, следуя указаниям программиста, вычислительная машина является пассивным устройством. Все это приводит к необходимости иметь методы контроля вычислений, чтобы иметь уверенность в корректности и точности найденных решений. В монографии [8] для этого рекомендуется применять следующие методы: принцип взаимности, закон сохранения энергии, проверку сходимости, сравнение с результатами других методов, выполнение граничных условий и экспериментальное подтверждение.

Ниже мы обсудим достоинства и недостатки каждого метода контроля. Следует отметить, что очень часто вычислительные программы составляются для широкого диапазона исходных параметров. В этом одно из главных преимуществ использования вычислительных машин. Методы же контроля применимы лишь в ограниченной области исходных параметров. Поэтому никакой метод контроля не может дать полной уверенности

в правильности решения. Таким образом, использование нескольких методов проверки позволяет удостовериться в истинности результатов.

**Принцип взаимности.** В работе [8] показано, что решение системы линейных алгебраических уравнений, полученной из интегрального уравнения, точно удовлетворяет принципу взаимности независимо от того, насколько приближенным является это решение. Следовательно, взаимность является необходимым, но не достаточным условием, которому должно удовлетворять найденное решение. Тем не менее, соотношение взаимности оказывается полезным средством контроля на ранних стадиях вычислений как грубый критерий адекватности алгоритма и допустимости ошибок округления. Такой контроль является желательным, поскольку выполняется сравнительно легко.

**Закон сохранения энергии.** По закону сохранения падающая на пассивное рассеивающее устройство энергия равняется полной энергии, которая переносится отраженными волнами. В ФАР мощность возбуждающего типа волны превращается в мощность различных распространяющихся волн, которые существуют внутри и вне элементов решетки. На первый взгляд может показаться, что численное решение, удовлетворяющее закону сохранения энергии, является верным. Однако это требование оказывается недостаточно строгим из-за того, что при расчете мощности принимаются во внимание только амплитуды модальных коэффициентов (без учета фазовых соотношений). Существует множество путей распределения по рассеянным волнам мощности падающей волны, в то время как полная мощность будет сохраняться неизменной. Это означает, что могут быть рассчитаны неверно мощности отдельных типов волн, а сумма этих мощностей все же будет равна мощности падающей волны. Закон сохранения энергии, как и принцип взаимности, может служить лишь в качестве необходимого контроля грубых ошибок в программе. Его нельзя использовать как меру точности и корректности решения.

**Проверка сходимости.** Обычно решение интегрального уравнения дает распределение поля (или токов) в апертуре. Первый шаг проверки приближенного решения интегрального уравнения с помощью конечного числа членов в разложении неизвестной функции состоит в определении числа членов, которое необходимо для удовлетворительной точности. Для этого постепенно увеличивается число гармоник, при этом систематически проверяется сходимость решения. Хотя распределение поля представляет большой интерес, для инженерных целей важнее другие связанные с распределением поля в апертуре величины, такие, как входное сопротивление и поперечное сечение рассеяния. Эти величины ищутся как скалярное произведение или результат усреднения решений. Таким образом, основной интерес часто представляет сходимость этих средних величин.

Характер сходимости решений или средних величин от решений зависит от свойств оператора и базиса приближенного решения. Обычно сходимость решения оказывается монотонной, если в задаче фигурируют волны только одного типа (ТЕ или ТМ). Это связано с тем, что модальные сопротивления (или проводимости) высших типов волн являются монотонными функциями индекса моды. В более общих случаях, когда имеются ТЕ- и ТМ-волны, сходимость обычно представляется осциллирующей функцией (но с уменьшающейся амплитудой). Напомним, что порядок матрицы растет с увеличением числа учитываемых гармоник. В результате объем используемой памяти ЭВМ и затраты машинного времени сильно увеличиваются. Число операций, необходимое для обращения матрицы размером  $n \times n$  пропорционально  $n^3$ . Таким образом, увеличение порядка обрабатываемой матрицы может привести к большим ошибкам округления.

Диапазон параметров задачи для проверки рекомендуется брать как можно шире. Число гармоник базиса должно увеличиваться до тех пор, пока рост этого числа будет вызывать малые изменения интересующих величин. Желаемая точность определяет степень допустимых изменений (это могут быть доли процента или несколько процентов). Часто на практике в рассмотрение задачи требуется включить большое число параметров. Тогда важным фактором становится время вычислений. Для инженерных задач точность в несколько процентов вполне допустима. Поэтому порядок матрицы целесообразно выбирать исходя из заданной точности вычислений. Однако для уверенности в том, что в диапазоне параметров задачи эта точность достигается равномерно, следует провести выборочный контроль вычислений. По возможности особое внимание надо уделить тем значениям параметров, при которых наблюдаются резкие изменения расчетных результатов.

**Сравнение с результатами других методов.** Рассматриваемая задача для определенного набора параметров в ряде случаев может быть эквивалентна задаче, для которой известны точные решения. В качестве примера рассмотрим решетку из параллельных пластин, сканирующую в плоскости  $E$ . Очевидно, если угол сканирования равен нулю, такую задачу методом зеркальных изображений можно свести к задаче о стыке двух волноводов из параллельных пластин. Следовательно, имеется много результатов для сравнения. Другие допускающие сравнительный контроль случаи относятся к решеткам из волноводов с диэлектриком. При диэлектрической проницаемости, равной 1, должны вновь получаться результаты для решетки без диэлектрика. Такая задача также может быть решена разными методами и пригодна для сравнения.

Задачу рассеяния электромагнитных волн во внешней области можно решать так, что в единой формулировке задачи будут рассматриваться рассеивающие тела произвольной формы. В программу как исходный параметр будет вводиться форма рассеивающего тела.

Для ряда тел (таких, как цилиндр, сфера, сфероид) известны точные аналитические решения. Для численных решений эти данные могут играть роль тестов. Итак, иногда специальный подбор исходных данных позволяет сравнивать полученные разными методами решения. При этом для таких особых исходных данных можно сделать независимую проверку результатов.

**Выполнение граничных условий.** В задачах о неоднородностях в волноводах можно вывести интегральные уравнения для тангенциальных составляющих электрического и магнитного поля. Найти одну неизвестную функцию позволяет решение одного из уравнений. С помощью уравнений Максвелла определяется другая неизвестная функция. На границе раздела условию непрерывности должны удовлетворять решения для двух областей пространства. Степень точности, с которой удовлетворяется условие непрерывности, может служить критерием правильности решения. Ценность этого способа проверки правильности решения обычно невысока, поскольку прямую связь между степенью удовлетворения граничного условия и точностью вычисления какой-нибудь характеристики решетки в общем случае найти трудно.

**Экспериментальное подтверждение.** Прямым методом проверки является сравнение расчетных и экспериментальных результатов. Для задач рассеяния можно изготовить отражающие объекты требуемой формы. В случае анализа бесконечных ФАР можно использовать волноводные модели, однако для ограниченного числа значений углов сканирования. Это дает возможность лишь для выборочной проверки.

Другой путь состоит в том, чтобы изготовить решетку больших размеров и измерить взаимную связь между элементами и диаграмму направленности элемента в решетке. Затем по измеренным значениям коэффициентов взаимной связи на основе линейной суперпозиции можно рассчитать на ЭВМ зависимость коэффициентов отражения от угла сканирования. При таком моделировании диапазон углов сканирования не ограничен. В результате получаем смешанный расчетно-экспериментальный способ проверки решения, который обходится гораздо дешевле чем экспериментальное исследование большой ФАР.

**Другие способы контроля.** Одну и ту же ФАР при некоторых условиях можно рассматривать как решетку с треугольной сеткой расположения элементов и как решетку с прямоугольной сеткой расположения элементов. В этих условиях решения для двух математических моделей одной решетки должны давать одинаковые результаты.

Симметрию геометрии решетки можно использовать для целей контроля. Допустим, геометрия решетки в определенных плоскостях сканирования такова, что определенный тип волны не возбуждается. Для контроля вычислительных алгоритмов можно использовать

данный факт. При численном решении подтверждение этого факта может служить некоторым указанием на правильность алгоритма и программы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Банков С.Е., Курушин А.А. Проектирование СВЧ устройств и антенн с помощью Ansoft HFSS. М.: Солон-Пресс. 2009.
2. Зейферт Г., Трельфалль В. Вариационное исчисление в целом. 2-е изд., — М.: РХД, 2000
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. — М.: Наука, 1969.
4. Разевиг В.Д., Потапов Ю.В., Курушин А.А. Проектирование СВЧ устройств с помощью Microwave Office. М.: Солон-Пресс. 2003.
5. Harrington R.F. Field computation by moment method. N-Y. Macmillan. 1968.
6. Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М. Наука. 1967.
7. Банков С.Е., Курушин А.А. Электродинамика и техника СВЧ для пользователей САПР. М.: Солон-Пресс. 2008.
8. Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток: Пер. с англ. / Под ред. А.Ф. Чаплина. — М.: Мир, 1974. — 453 с.