

## ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ МОДЕРНИЗАЦИИ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Кохужева Р.Б.

*Майкопский государственный технологический университет*

*Майкоп, Россия*

Математическое образование в системе общего среднего образования занимает одно из ведущих мест, что определяется безусловной практической значимостью математики, ее возможностями в развитии и формировании мышления человека, ее вкладом в создание представлений о научных методах познания действительности. Математическое образование является неотъемлемой частью гуманитарного образования в широком понимании этого слова, существенным элементом формирования личности.

Вместе с тем, если в отношении фундаментальности естественно-математического образования Россия до последнего времени занимала прочно общепризнанную передовую позицию, то в последнее десятилетие подготовка как по естественно-математическим дисциплинам, так и гуманитарное образование наших школьников к концу XX века ухудшилось и находится в настоящее время не на должном уровне. Средняя школа, как правило, дает недостаточно знаний для успешного обучения в высших учебных заведениях. Это грозит большими отрицательными последствиями для будущего нашего государства, так как приводит к нехватке высоко квалифицированных специалистов во многих областях человеческой деятельности.

Вторая проблема касается качества образования. Анализ уровня математической и естественнонаучной грамотности выпускников средних школ России показал, что этот уровень значительно ниже средних международных результатов. Международные исследования TIMSS, TIMSS-R, PISA, проведенные в России, иллюстрируют сравнительно низкий уровень развития интеллектуальных умений, связанных с решением творческих задач, интеграцией знаний, их применением к неизвестным и жизненным ситуациям. [1]

В русле основных направлений модернизации системы образования математическое образование должно строиться с учетом следующих основных принципов:

- *непрерывность*, предполагающая изучение математики на протяжении всех лет обучения в школе;
- *преемственность*, предполагающая взвешенный учет положительного опыта, накопленного отечественным математическим образованием, и реалий современного мира;
- *вариативность методических систем*, предусматривающая возможность реализации одного и того же содержания на базе различных научно-методических подходов;

- *дифференциация*, позволяющая учащимся на всем протяжении обучения получать математическую подготовку разного уровня в соответствии с их индивидуальными особенностями (уровневая дифференциация) и предусматривающая возможность выбора типа математического образования в старшем звене (профильная дифференциация).

Перечисленные принципы создают предпосылки для гармонического сочетания в обучении интересов личности и общества, для реализации в практике преподавания важнейшей идеи современной педагогики – идеи личностной ориентации математического образования.

В методической науке в последнее время появился целый ряд исследований, посвященных проблеме гуманитаризации математического образования (Г.В. Дорофеев, Г.И. Саранцев, А.Г. Мордкович, Т.А. Иванова и др.). [2, 3, 4, 5, 6, 7]

При этом приоритетными направлениями совершенствования математического образования являются:

- смена целевой ориентации и более четкое обозначение приоритетности его развивающей функции;

- совершенствование структуры и содержания математического образования в условиях модернизации образования;

- использование вариативных учебных программ и УМК при сохранении требований к обязательному минимуму содержания математического образования;

- дифференциация, позволяющая на всем протяжении обучения получать математическую подготовку разного уровня в соответствии с их индивидуальными особенностями (уровневая дифференциация), и предусматривающая возможность выбора типа математического образования на старшей ступени общего образования в соответствии с положениями концепции профильного обучения (профильная дифференциация);

- новые компьютерные технологии;

- работа с одаренными детьми.

В настоящее время целесообразны самые различные идеи относительно структуры и способов построения такой программы. К работе по ее конструированию необходимо привлечь математиков, психологов, логиков, методистов. Но во всех своих конкретных вариантах она должна удовлетворять следующим основным требованиям:

- преодолевать существующий разрыв между содержанием математики в начальной и средней школе;

- давать систему знаний об основных закономерностях количественных отношений объективного мира; при этом свойства чисел, как особой формы выражения количества, должны стать специальным, но не основным разделом программы;

- прививать детям приемы математического мышления, а не только навыки вычислений: это предполагает построение такой системы задач, в основе которой лежит углубление в сферу зависимостей реальных величин (связь математики с физикой, химией, биологией и другими науками, изучающими конкретные величины);

- решительно упрощать всю технику вычисления, сводя до минимума ту работу, которую нельзя выполнить без соответствующих таблиц, справочников и других подсобных средств.

Немаловажную роль играют воспитательные аспекты изучения математики, которые освещались еще А.Я. Хинчиным. [8] Однако в этом направлении сделано далеко не все. Математика отмечена такими чертами, которые создают ей воспитательные возможности более значительные, чем у других дисциплин – надо лишь правильно научиться пользоваться этими возможностями.

Роль преподавания математики в этом отношении трудно переоценить, ибо она

- дисциплинирует ум, приучает его к логическому мышлению, к умению планировать свою деятельность, направлять мысль на достижение четко очерченной цели;

- способствует формированию интеллектуальной честности, объективности, настойчивости, способности к труду;

- воспитывает такие качества, как аккуратность, аргументированность, принципиальность, умение воспринимать иное мнение, преданность истине;

- воспитывает высокую требовательность к осмысленности своей и чужой речи.

Под обучением математике понимается обучение определенной математической деятельности. Это соответствует концепциям как деятельностного, так и информационного подхода к обучению, так как процесс обучения в этом случае становится процессом управления учебной математической деятельностью школьников. Сочетание обучения теории с обучением приемам учебно-познавательной деятельности в области математических объектов становится главной проблемой.

Существуют различные подходы к выявлению особенностей математического знания (А.Д. Александров[9], В.Г. Болтянский [10], А.Н. Колмогоров [11], А.И. Маркушевич [12], Д. Пойа [13] и др.) и определению структуры (схемы) математической деятельности, которые отличаются названиями и числом выделенных в процессе анализа стадий (аспектов) этой деятельности.

А.А. Столяр [14] объединяет разные его аспекты в три основные стадии математической деятельности. Исходя из этого, он определяет математическую деятельность как мыслительную, протекающую по следующей схеме:

1) математическая организация (математическое описание) эмпирического материала (математизация конкретных ситуаций) с помощью эмпирических и индуктивных методов – наблюдения, опыта, индукции, аналогии, обобщения и абстрагирования;

2) логическая организация математического материала (накопленного в результате первой стадии деятельности) с помощью методов логики;

3) применение математической теории (построенной в результате второй стадии деятельности) с помощью решения задач математического и межпредметного характера.

Другие специфические особенности математической деятельности:

- интуиция и догадка (А. Пуанкаре [15]);
- черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения и стремления к эстетическому совершенству (Р. Курант [16]);
- правдоподобные рассуждения наряду с доказательствами (Д. Пойа [13]);
- связь бессознательного и сознательного в творческой математической деятельности (Ж. Адамар [14]);
- взаимосвязь логики и интуиции (А.Д. Александров, П.С. Александров, Я.С. Дубнов, Л.Д. Кудрявцев, А.А. Ляпунов и др. [9, 15, 16, 17, 18]).

Все это говорит о присутствии в математической деятельности эвристической компоненты.

Т.А. Иванова на основе теоретического исследования представляет следующую модель математической деятельности, отражающую гносеологический процесс познания в математике:

- накопление фактов с помощью общенаучных эмпирических методов (наблюдение, сравнение, анализ) и частных методов математики (вычисление, построение, измерение, моделирование);
- выдвижение гипотез с помощью гипотетико-дедуктивных методов (анализ, синтез, аналогия, неполная индукция, обобщение, абстрагирование, интуиция, конкретизация, дедукция);
- проверка истинности доказательством с помощью дедуктивных методов доказательств и опровержений (синтетический, аналитический, от противного, полная индукция, исчерпывающих проб, математическая индукция, контрапозиция, приведение контрпримера) и специальных методов;
- построение теории с помощью аксиоматического метода;
- выход в практику с помощью математического моделирования. [19]

Для математической деятельности справедливы все общие закономерности мыслительной деятельности, но специфика содержания и методов математики накладывает

на них некоторые особенности. Прежде всего, для математического мышления характерно доминирование его логического компонента (понятийного, структурного, дедуктивного) над наглядно-образным и практически-действенным мышлением, имеющим место наряду с индуктивным и интуитивным лишь на первом этапе математической деятельности. В операционном мышлении преобладают: аналитический стиль и синтетический характер изложения, высший уровень обобщенности и абстрактности (для математики характерны многоступенчатые абстракции, и прогресс – это способность подняться немного выше в область абстракции). Математика оперирует такими специфическими видами абстракции, как абстракция отождествления, потенциальной осуществимости, актуальной бесконечности, и такими приемами абстрагирования, как идеализация и символизация. Математическое мышление в познании – это системное мышление с такими разновидностями его проявления, как пространственное и функциональное мышление, а отмеченные выше качества ума наиболее ярко выражены у человека, занимающегося математикой.

Таким образом, математика не только является основополагающей составляющей технического прогресса, но и формирует тип рационального научного мышления.

Другая особенность математической деятельности связана с уровнем мышления, на котором можно ее осуществлять в каждой конкретной области математики. Это понятие складывалось в процессе исторического развития математики; например, отмечаются три этапа (уровня) в развитии абстракции:

1) абстрагирование от конкретной, качественной природы объектов. На этом этапе возникли понятия числа и фигуры, что привело к созданию арифметики и геометрии;

2) абстрагирование от конкретных чисел и величин. На этом этапе введена буквенная символика и возникла алгебра;

3) абстрагирование от конкретных зависимостей между изучаемыми объектами, от конкретной природы отношений. На этом этапе возникло понятие операции, осуществился переход к современной математике.

Уровень мышления связан и с отмечаемыми психологами степенями понимания математического материала. Первая ступень – это фрагментарное понимание (отдельных свойств понятия, отдельных мест доказательства или решения задачи) без умения связать эти фрагменты воедино. Вторая ступень – логически необобщенное понимание (усвоение определения понятия, но без умения определить его место в общей теории; понимание всего доказательства или решения, но без умения выделить его идею или метод). Третья ступень – логически обобщенное понимание (умение включить новое понятие в систему понятий, умение выделить идею доказательства и провести его в любых условиях, усвоение общего метода решения задачи и его применение в любых ситуациях).

В области геометрии выделяют пять уровней мышления:

- на *первом* геометрические фигуры рассматриваются как целые и различаются только по своей форме;

- на *втором* проводится анализ воспринимаемых форм, в результате которого экспериментальным путем (логически не упорядоченным) выявляются их свойства;

- на *третьем* осуществляется логическое упорядочение свойств фигур и самих фигур;

- на *четвертом* постигается значение дедукции в целом, т.е. от понимания ее «в малом» переходят к пониманию ее значения как способа построения и развития всей геометрической теории;

- на *пятом* отвлекаются от конкретной природы объектов и конкретного смысла отношений между этими объектами, т.е. развивают теорию вне всякой ее конкретной интерпретации как абстрактную дедуктивную систему.

В области алгебры (включая арифметику) тоже выделяют пять уровней мышления:

- на *первом* число неотделимо от множества конкретных предметов, которое оно характеризует, а операции проводятся непосредственно над предметами;

- на *втором* числа отделены от тех объектов, которые они характеризуют, и производят операции над числами, записанными в определенной системе счисления;

- на *третьем* осуществляется переход от конкретных чисел, выражаемых цифрами, к абстрактным буквенным выражениям и осуществляется «локальное» упорядочивание свойств;

- на *четвертом* осуществляется дедуктивное построение алгебры в заданной конкретной интерпретации:

- на *пятом* отвлекаются от конкретной природы объектов исчисления и конкретного смысла операций и строят алгебру как абстрактную дедуктивную систему вне всякой интерпретации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалева, Г.С. Состояние российского образования (по результатам международных исследований) [Текст] / Г.С. Ковалева // Педагогика. – 2001. – № 2. – С. 80 – 88.
2. Дорофеев, Г.В. Дифференциация в обучении математике [Текст] / Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецов, С.Б. Суворова [и др.] // Математика в школе. – 1990. – № 4. – С. 15 – 21.
3. Дорофеев, Г.В. Математика. 5 класс: в 2 ч. [Текст] / Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. – М.: Изд. «Баласс», «С-инфо», 1998. – Ч. 1. – 176 с.; Ч. 2. – 240 с.

4. Дорофеев, Г.В. Математика, 5 [Текст] / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.]. – М.: Изд. «Дрофа». – 368 с.
5. Иванова, Т.А. Гуманитаризация общего математического образования [Текст] / Т.А. Иванова. – Нижний Новгород: Изд. НГПУ, 1998. – 206 с.
6. Математика. 5 класс: учебник [Текст] / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – М.: Изд. «Мнемозина», 2002. – 280 с.
7. Саранцев, Г.И. Общая методика преподавания математики [Текст] [Текст]/ Г.И. Саранцев. – Саранск: Тип. «Крас. Окт.», 1999. – 208 с.
8. Хинчин, А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики [Текст] / А.Я. Хинчин // Математическое просвещение. – 1961 – № 6.
9. Александров, А.Д. Геометрия для 8 – 9 классов: учеб. пособие для уч-ся шк. и классов с угл. изуч. математики [Текст] / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.Н. Рыжик. – М.: Изд. «Просвещение», 1991. – 415 с
10. Болтянский, В.Г. К вопросу о перестройке общего математического образования [Текст] / В.Г. Болтянский, Г.Д. Глейзер, Р.С. Черкасов // Повышение эффективности обучения математике в школе: кн. для учителя: из опыта работы / сост. Г. Д. Глейзер. – М.: Изд. «Просвещение», 1989. – С. 231 – 238.
11. Колмогоров, А.Н. Математика – наука и профессия [Текст] / А.Н. Колмогоров; сост. Г.А. Гальперин. – М.: Изд. «Наука», 1988. – 288 с.
12. Маркушевич, А.И. Об очередных задачах преподавания математики в школе [Текст] / А.И. Маркушевич // На путях обновления школьного курса математики. – М.: Изд. «Просвещение», 1978. – С. 3-27.
13. Пойа, Д. Математическое открытие [Текст] / Д. Пойа. – М.: Изд. «Наука», 1976. – 448 с.
14. Столяр, А.А. Педагогика математики [Текст] / А.А. Столяр. – Минск: Изд. «Высшая школа», 1986. – 414 с.
15. Пуанкаре, А. Математическое творчество [Текст] / А. Пуанкаре // Адамар, Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар. – М.: Изд. «Советское радио», 1970. – С. 135-145.
16. Гильберт, Д. Методы математической физики: в 2-х т. [Текст] / Д. Гилберт, Р. Курант. – М-Л.: Гос. технико-теоретич. изд., 1933. – Т. 1. – 525 с.; Т. 2. – 620 с.
17. Пуанкаре, А. Математическое творчество [Текст] / А. Пуанкаре // Адамар, Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики / Ж. Адамар. – М.: Изд. «Советское радио», 1970. – С. 135-145.

18. Александров, П.С. Математика как наука [Текст] / П.С. Александров // Вопросы общей методики математики. – М.: Изд. АПН РСФСР, 1958. – С. 5-35.
19. Дубнов, Я.С. Ошибки в геометрических доказательствах [Текст] / Я.С. Дубнов. – М.: Изд. «Наука», 1961. – 68 с.
20. Дубнов, Я.С. Математическое просвещение: математика, ее преподавание, приложения и история [Текст] / Я.С. Дубнов, А.А. Ляпунов, А.И. Маркушевич. – М., 1956. – 1928 с.
21. Кудрявцев, Л.Д. Общеобразовательные и профильные средние школы [Текст] / Л.Д. Кудрявцев // Первое сентября. – Математика. – 2002. – № 38: 2003. – № 21.
22. Иванова, Т.А. Гуманитаризация общего математического образования [Текст] / Т.А. Иванова. – Нижний Новгород: Изд. НГПУ, 1998. –