

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГООБМЕНА
В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Данилушкин А.И., Никитина Е.А.

Самарский государственный технический университет

Самара, Россия

Технологический нагрев изделий внутренними источниками тепла является сложным электротермическим процессом и требует рассмотрения взаимосвязанных моделей различной физической природы. Полное моделирование процесса нагрева требует совместного решения электромагнитной задачи для всей системы, внутренней электротепловой задачи и задачи внешнего теплообмена.

В настоящее время основным направлением в области анализа и расчета технологических нагревательных комплексов с внутренними источниками тепла является расширение области применения численных методов. Это связано с активным развитием вычислительной техники, а также с преимуществами численного моделирования, к которым можно отнести низкую стоимость, полноту информации, возможность математического моделирования реальных или идеальных условий. Численное решение дает количественное выражение закономерностей, присущих математической модели. Тем не менее, полезность расчета ограничена обоснованностью математической модели.

В общем случае процесс нагрева внутренними источниками тепла описывается нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и Фурье соответственно для электромагнитного и теплового полей с соответствующими краевыми условиями [1, 2]:

$$\operatorname{rot}\{\bar{H}\} = \gamma_{\text{эл}} \bar{E}; \quad \operatorname{rot}\{\bar{E}\} = -\left\{ \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right\};$$

$$\operatorname{div}\{\bar{B}\} = 0; \quad \operatorname{div}\{\bar{E}\} = 0;$$

$$c(r, \theta, x, T) \rho(r, \theta, x, T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r, \theta, x, T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda(r, \theta, x, T) \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(r, \theta, x, T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q_v.$$

Здесь $\{\bar{H}\}$, $\{\bar{E}\}$, $\{\bar{B}\}$ - векторы напряженности магнитного и электрического полей и магнитной индукции; $\gamma_{\text{эл}}$ - удельная электропроводимость; T - температура; t - время; $\lambda(r, \theta, x, T)$ - компоненты тензора теплопроводности (теплопроводность как функция температуры представляется кубическим сплайном); $q_v = q_v(r, x, t)$ - удельная мощность тепловыделения (в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры); $c(r, \theta, x, T)$ - удельная теплоемкость (в нелинейном

случае это функция температуры, аппроксимированная кубическими сплайнами); $\rho(r, \theta, x, T)$ - плотность, θ - угловая координата.

Решение такой системы относительно температурного поля, описывающего тепловое состояние объекта, в общем случае возможно только численными методами для каждой конкретной технологической ситуации. Однако и в этом случае возникает ряд проблем, затрудняющих получение приемлемого для практических целей решения задачи вследствие сложной конструкции и структуры взаимодействия полей. В связи с этим в целях изучения основных закономерностей процесса в базовой модели объекта принимается ряд допущений, не искажающих физической сущности явления, но позволяющих получить решение с допустимой погрешностью:

- ввиду малой инерционности электромагнитных процессов по сравнению с тепловыми можно при изучении нестационарных тепловых процессов пренебречь влиянием переходных режимов электромагнитного поля;

- в типовых ситуациях, характеризующихся большой величиной отношения длины нагревателя к диаметру нагреваемого цилиндра, влиянием краевых эффектов можно пренебречь. Электромагнитное поле индуктора можно считать осесимметричным и коаксиальным;

- не учитывается температурная зависимость электрофизических характеристик материала цилиндра.

С учетом принятых допущений возможно раздельное решение электромагнитной и тепловой задач. Однако, для сохранения взаимосвязи задач величины, полученные при рассмотрении электромагнитной задачи, переносятся соответственно в модель тепловой задачи, например, мощность тепловыделения (объемная плотность тепловыделения) для нагреваемого сплошного тела может быть перенесена в качестве источников в тепловую задачу.

Такой приём широко используется при решении задач в среде программного комплекса цифрового моделирования ELCUT (ПК «Тор»), использующего метод конечных элементов. С помощью этого программного комплекса решаются двумерные краевые задачи индукционного нагрева тел произвольной конфигурации и различной физической природы, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной (потенциальной) или однокомпонентной векторной функции.

Литература

1. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1988.
2. Лыков А.В. Тепломассообмен (Справочник) М.: Энергия, 1978.