

## Ташполотов Ысламидин

### Релаксация прочности полимерных волокон при упруго - вязкой деформации

Многие нетканые материалы широко используются в рукавных фильтрах, где кроме основной фильтрующей функции они несут и функцию опорной ткани (например, фильтры рукавные комбинированные ФРК). Использование в данном случае иных укрепляющих структур не всегда возможно, так как при этом автоматически увеличивается толщина фильтрующего слоя, увеличивается стоимость изделия и т.д. Однако, при одновременном получении и волокна и нетканого материала на основе полипропиленового волокна(материалы ФП), можно получить максимально возможной прочности фильтрующего слоя, без существенного ухудшения основных фильтрующих показателей.

Для исследования прочностных характеристик волокна и нетканого материала, прежде всего, необходимо определить предельную прочность волокна при оптимальном относительном его удлинении. В настоящее время наиболее приемлемой теорией, по которой можно рассчитать и соответственно прогнозировать свойства нетканого материала на основе прочности волокна является теория волокнистой сетки, разработанная Беккером и Петтерсоном[1,2] и в дальнейшем усовершенствованная Херлом и Ньютоном[3]. Беккер и Петтерсон рассматривали деформацию материала, когда всю деформацию волокна, можно принять упругой. А Херл и Ньютон ввели вместо допущения о распрямленности волокон коэффициент изогнутости «С» (отношение истинной длины волокна к расстоянию между склейками). Ими были получены формулы для расчета сил и модуля жесткости нетканых клееных материалов. Однако данную теорию можно применять только для прогнозирования на среднем участке кривой деформации(удлинение-нагрузка), где деформация имеет довольно однородный характер.

Вопрос о влиянии прочностных характеристик волокон на свойства нетканых материалов рассматривали многие исследователи[2-4]. Однако, из этих работ видно, что до сих пор нет однозначного ответа на вопрос влияния свойств волокна на свойства нетканого материала (т.е. возможно ли из кривых одноосного растяжения, различных по природе волокна нетканых проклеенных материалов прогнозировать структуру фильтрующих материалов).

Изучением проблемы прочности, ползучести и релаксации различных тел занимался ряд исследователей. Не касаясь всего разнообразия теорий упруго-вязких деформаций, остановимся лишь на теории, предложенной еще Максвеллом[5,6].

Как известно, при рассмотрении вопросов теории упругости предполагалось, что связь между напряжением и деформацией однозначна и не зависит от предыдущей истории изучаемого материала[7-9]. Такая гипотеза является лишь частным случаем более общего предположения о том, что деформация  $e(t)$  в момент  $t$  зависит не только от напряжения  $d(t)$  в данный момент, но и от тех напряжений, которые существовали прежде. Допустим, что в момент  $q$  в рассматриваемом теле существовало напряжение  $d(q)$ . Наиболее простое предположение заключается в том, что влияние  $d(q)$  на  $e(t)$  пропорционально отрезку времени  $dq$ , в течение которого существовало напряжение  $d(q)$  и зависит от длительности  $t-q$ , т.е. от удаленности момента  $q$  от момента  $t$ . Эту зависимость будем выражать в виде коэффициента влияния  $k(t-q)$ , который называется функцией влияния для деформаций.

Таким образом, влияния  $d(q)$  на  $e(t)$  выразится формулой

$$k(t-q) d(q) dq . \quad (1)$$

Суммируя выражение (1) для всего интервала времени от  $0$  до  $t$ , получим следующее выражение для  $e(t)$ :

$$e(t) = \frac{d(t)}{E} + \int_0^t k(t-q) d(q) dq , \quad (2)$$

где  $E$ - мгновенный модуль упругости, соответствующей данному виду деформаций.

Здесь интегрирование следовало бы вести от  $-\infty$  до  $t$ . Однако мы для простоты полагаем, что влияние напряжений, существовавший очень давно, ничтожно мало. Это значит, что мы приняли  $k(t-q)=0$  для  $t-q \ll T$ , где  $T$ - некоторая постоянная.

В общем случае  $K$  должно быть функцией не только  $t-q$ , но и напряжений  $d(q)$ , т.е. должна иметь вид  $K(t-q, d)$ .

Для определения вида функции  $k(t-q)$  рассмотрим случай постоянного напряжения, что соответствует условием испытания волокна на ползучесть.

Полагая в (2)  $d(q) = d_0$ , получим

$$e(t) = \frac{d_0}{E} + d_0 \int_0^t K(t-q, d_0) dq . \quad (3)$$

Вводя новую переменную  $w$  по формуле

$$w = (t-q), \quad dw = -dq, \quad \text{получим}$$

$$e(t) = \frac{d_0}{E} + d_0 \int_0^t K(w, d_0) dw . \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по  $t$  имеем:

$$\frac{de}{dt} = d_0 k(t, d_0),$$

и находим выражение для функции  $K$

$$K(t, d_0) = \frac{1}{d_0} * \frac{de}{dt} . \quad (5)$$

Из (5) видно, что для определения вида функции  $K$  надо произвести испытание на ползучесть, а именно найти  $\frac{de}{dt}$  для полимерного волокна и по нему вычислить  $K$ .

Для установившегося течения волокна с постоянной скоростью можно принять что  $\frac{de}{dt} = C$ , т.е. в этом случае  $K$  является функцией только напряжения  $-K(d)$ .

Тогда (3) имеет вид:

$$e(t) = \frac{d(t)}{E} + \int_0^t K(d) d(q) dq . \quad (6)$$

Дифференцируя (6) по t находим

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{E} * \frac{dd}{dt} + K(d)d . \quad (7)$$

Обозначим  $K(d) = \frac{1}{h}$  , (8)

Тогда  $\frac{de}{dt} = \frac{1}{E} \frac{dd}{dt} + \frac{d}{h}$  . (9)

Уравнение (9) без последнего члена соответствует связи напряжений и деформаций по закону Гука.

Предположим, что  $\frac{de}{dt} = 0$  , тогда  $\frac{dd}{d} = -\frac{E}{h} dt$  . (10)

Интегрируя (10) от 0 до t, получим

$$d = d_0 e^{-\frac{t}{\tau}} , \quad (11)$$

где  $\tau = \frac{h}{E}$  - имеет размерность времени и называется периодом релаксации полимерного волокна. При этом период  $\tau$  показывает интервал времени, в течение которого напряжение уменьшается в  $e$  раз.

Перепишем (9) в следующем виде:

$$E \frac{de}{dt} = \frac{dd}{dt} + \frac{d}{\tau} . \quad (12)$$

Предположим, что  $\frac{de}{dt} = \bar{e}_0 = const$  . (13)

Тогда  $E \bar{e}_0 = \frac{dd}{dt} + \frac{d}{\tau}$  . (14)

Дифференцируя (14) по t, находим

$$\frac{d^2 d}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dd}{dt} = 0 .$$

откуда  $\frac{dd}{dt} = \left( \frac{dd}{dt} \right)_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  , (15)

подставляя (15) в (14), имеем

$$E\bar{e}_0 = \left( \frac{dd}{dt} \right)_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{d}{t} . \quad (16)$$

при  $t=0$  из (16) получаем

$$\left( \frac{dd}{dt} \right)_0 = E\bar{e}_0 - \frac{d_0}{t} . \quad (17)$$

Подставив (17) в (16) получим

$$d = d_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + E\bar{e}_0 t \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = d_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + h\bar{e}_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) . \quad (18)$$

Если в начальный момент деформации  $e_0$  и  $d_0$  равны нулю, то формула (18) примет вид.

$$d = E\bar{e}_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = h\bar{e}_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) . \quad (19)$$

Таким образом, при постоянной скорости деформации, напряжение растет от нуля до  $Et\bar{e}_0$ .

Если обозначим прочность волокна через  $P$ , то заменяя в (19)  $d$  на  $P$ ,

$$\text{получим } P = E\bar{e}_0 t \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) , \quad (20)$$

$$\text{Откуда } -\frac{t}{\tau} = \ln \left( 1 - \frac{P}{E\bar{e}_0 t} \right) . \quad (21)$$

Разложив (21) в ряд и оставляя лишь член первого порядка, получаем

$$t \approx \frac{P}{\bar{e}_0 E} . \quad (22)$$

Формула (22) позволяет подсчитать время, необходимое для разрушения полимерного волокна, если известны скорость деформации  $\bar{e}_0$ , прочность полимера  $P$  и модуль упругости волокна  $E$ .

Если  $t \ll \tau$ , то за время действия внешней силы все макромолекулы полимерного волокна выходят из состояния равновесия[9], волокна потечет, в итоге происходит релаксация напряжений.

#### Литература

1. Назаров Ю.П., Афанасьев В.М. Нетканые текстильные материалы. М.: Легпром, 1970. - 200с.
2. Backer S., Petterson D., R. // Textile Res. J. 30.9.704.1960.
3. Hearle J.W.S., Newton A. // The application of Fiber Network Theory. Textile Res. J. 38. #4,1968, pp. 343-351.
4. Саутин Б.В. // Канд. диссерт. на соиск-е уч. степ. канд.тех.наук. МИЛП, 1965.-164с.
5. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1974.-415с.
6. Огибалов П.М., Ломакин В.А., Кишкин Б.П. Механика полимеров. М.,1975.- 528 с.
7. Мидлман С. Течение полимеров. Пер. с англ. Под ред. А.Я. Малкина. М.: Мир, 1971.- 259с.
8. Ферри Дж. Вязко – упругие свойства полимеров. Пер. с англ. Под ред. В.Е. Гуля. М.: Издательство, 1963.-535с.
9. Колтунов Н.А. Ползучесть и релаксация. М.: Высш. Школа, 1976.-278с.