

# КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ С УЧЕТОМ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДВУХСТЕПЕННЫХ ШАРНИРОВ

Смирнов В.А., Петрова Л.Н.

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Использование при построении технологического оборудования механизмов с параллельными кинематическими цепями (МПКЦ) позволяет существенно снизить металлоемкость оборудования при обеспечении необходимой жесткости. Теоретически оборудование, построенное на основе МПКЦ (оборудование с параллельными приводами рабочего органа – ОПП) способно обеспечивать высокую точность формирования траектории движения рабочего органа; высокая удельная (на единицу массы) жесткость позволяет обеспечить высокую точность и скорость обработки.

Авторами разработан ряд алгоритмов управления приводами ОПП, построенного на основе МПКЦ гексаподного типа (рис. 1), обеспечивающие формирование траектории с требуемой точностью [1, 2]. Алгоритмы основаны на кинематической модели используемого МПКЦ.

Для показанного на рис. 1 МПКЦ кинематическая модель сводится к 6 нелинейным уравнениям, связывающим 6 входных и 6 выходных координат. В качестве входных координат используются длины  $L_j$ ,  $j = 1...6$  раздвижных штанг; роль выходных могут выполнять 3 линейные координаты полюса  $C$ , расположенного на платформе, заданные в глобальной системе координат (СК)  $OXYZ$ , и 3 угловые координаты, определяющие разворот связанной с платформой СК  $CX'Y'Z'$  относительно  $OXYZ$ . В случае использования в качестве угловых координат углов Крылова  $y, J, g$  кинематическая модель будет иметь следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 L_j^2 = & x_{B_j}^2 + y_{B_j}^2 + z_{B_j}^2 + (x_C - x_{A_j})^2 + (y_C - y_{A_j})^2 + (z_C - z_{A_j})^2 + \\
 & + 2[(C_y C_g + S_y S J S g)x'_{B_j} + S_y C J y'_{B_j} + (S_y S J C g - C_y S g)z'_{B_j}](x_C - x_{A_j}) + \\
 & + 2[(C_y S J S g - S_y C g)x'_{B_j} + C_y C J y'_{B_j} + (S_y S g + C_y S J C g)z'_{B_j}](y_C - y_{A_j}) + \\
 & + 2[C J S g x'_{B_j} - S J y'_{B_j} + C J C g z'_{B_j}](z_C - z_{A_j}), j = 1...6,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где для сокращения записи введены обозначения:  $Sy = \sin y$ ,  $Cy = \cos y$  и т. д.

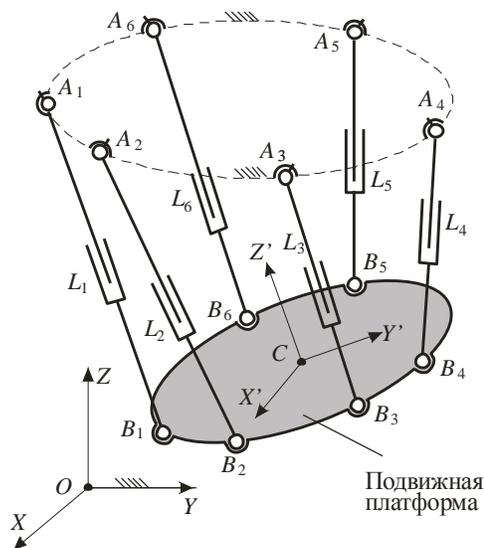


Рис. 1. Кинематическая схема МПКЦ типа «гексапод»

Длина раздвижной штанги  $L_j = |A_j B_j|$ , где точки  $A_j, B_j$  являются центрами соответствующих шарниров: точка  $A_j$  –карданового шарнира, точка  $B_j$  –сферического шарнира.

Конструкция карданового шарнира должна обеспечивать пересечение и взаимную перпендикулярность осей, вокруг которых осуществляются повороты в этом шарнире (рис. 2). Точка пересечения осей и будет являться центром такого шарнира.

В идеальном сферическом шарнире центром будет являться точка – центр сферического элемента, входящего в конструкцию такого шарнира (рис. 3). Конструктивное исполнение шарнира должно обеспечивать неподвижность этой точки.



Рис. 3. Центр идеального сферического шарнира

Система уравнений (1) позволяет решать применительно к МПКЦ как прямую, так и обратную задачи кинематики. Обратная задача решается аналитически, решение прямой задачи в большинстве случаев возможно только численно. Входящие в уравнения координаты центров шарниров для реального МПКЦ могут быть определены с использованием экспериментальных данных [4].

Рассмотрим, как изменится вид кинематической модели в случае неидеальности кардановых шарниров. На рис. 4 приведена кинематическая схема реального карданового шарнира совместно со штангой длиной  $L$ . Анализ кинематической схемы показывает:

1. Реальная ось поворота  $A^1 y^1$  неподвижной рамки будет скрещиваться с идеальной осью  $Ay$ ; реальная ось поворота  $A^2 x^2$  верхней рамки будет скрещиваться как с идеальной осью  $Ay$ , так и с осью  $A^1 y^1$ .

2. Понятие «центр» носит для реального карданового шарнира идеализированный характер; в качестве центра может выступать практически любая точка, желательно с известными координатами в глобальной для МПКЦ СК.

3. В качестве длины штанги  $L$  будет выступать расстояние от точки  $B$  до точки  $A^3$ , лежащей на продольной оси штанги и имеющей известные координаты в СК  $A^2 x^2 y^2 z^2$ .

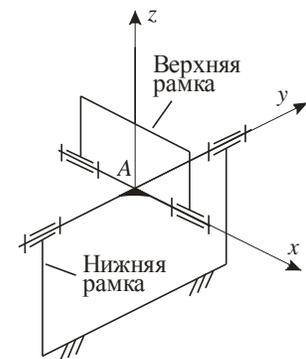


Рис. 2. Модель идеального карданового шарнира

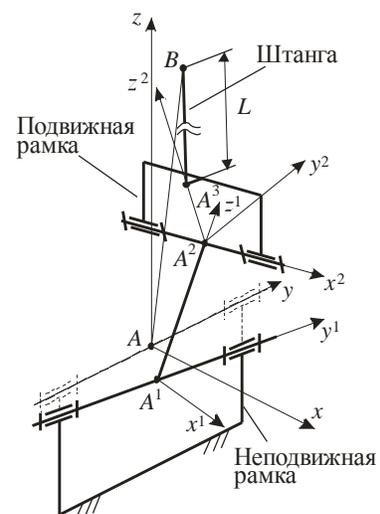


Рис. 4. Модель реального карданового шарнира

4. Расстояние между центрами шарниров  $|AB|$  будет связано с длиной раздвижной штанги  $L = |BA^3|$  нелинейной зависимостью. Определение  $|AB| = f(L)$  сводится к пересчету координат точки  $A^3$  из СК  $A^2x^2y^2z^2$  в СК  $Axyz$  и, далее, в глобальную СК  $OXYZ$ . Данный пересчет возможен, если известны следующие параметры модели, показанной на рис. 4:

- координаты точки  $A^2$  и направляющие косинусы осей СК  $A^2x^2y^2z^2$  в СК  $A^1x^1y^1z^1$ ;
- координаты точки  $A^1$  и направляющие косинусы осей СК  $A^1x^1y^1z^1$  в СК  $Axyz$ .

Системы координат  $A^1x^1y^1z^1$  и  $A^2x^2y^2z^2$  могут быть введены следующим образом:

1. Точка  $A^2$  лежит на пересечении реальной оси поворота подвижной рамки и перпендикуляра, опущенного на нее из точки  $A^3$ ; ось  $A^2z^2$  является продолжением этого перпендикуляра; ось  $A^2y^2$  дополняет тройку осей до правой.

2. Точка  $A^1$  лежит на пересечении реальной оси поворота неподвижной рамки и перпендикуляра, опущенного на нее из точки  $A^2$ ; ось  $A^1z^1$  является продолжением этого перпендикуляра; ось  $A^1x^1$  дополняет тройку осей до правой.

Таким образом, при учете неидеальностей кардановых шарниров в левых частях уравнений (1) будут присутствовать нелинейная функция  $|A_jB_j|^2 = f_j(L_j)^2$ . В этом случае аналитическое решение обратной задачи кинематики становится невозможным, однако учет неидеальностей реальных кардановых шарниров позволит более точно решать траекторные задачи с использованием алгоритмов [1, 2].

#### Список литературы

1. Смирнов, В.А. Обеспечение требуемой точности перемещения рабочего органа оборудования с параллельными приводами / В.А. Смирнов, Л.Н. Петрова // Материалы научно-технической конференции (7-10 сентября 2009) «Оптимизация процессов резания, разработка и эксплуатация мехатронных станочных систем». Уфа: УГАТУ, 2009. – С. 113 – 118.
2. Смирнов, В.А. Решение траекторной задачи в оборудовании с параллельными приводами рабочего органа / В.А. Смирнов, Л.Н. Петрова // Вестник УГАТУ. – 2009. – Т. 12. – № 4 (33). – С. 96–101.
3. Сулацкая, Е.Ю. Моделирование рабочего пространства станка с параллельной кинематикой / Е.Ю. Сулацкая, Л.Н. Петрова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2009. – Вып. 13. – № 11 (144). – С. 42–45.
4. Смирнов, В.А. Параметрическая идентификация модели механизма с параллельными кинематическими цепями / В.А. Смирнов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2009. – Вып. 14. – № 33 (166). – С. 18–23.