

# КОНЦЕПЦИЯ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОГО КУРСА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В СОДЕРЖАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССОВ

*А.Д.Нахман*

Введение элементов теории дифференциальных уравнений в содержание математической подготовки на профильном уровне является важным аспектом модернизации содержания образования, поскольку роль соответствующих знаний в разработке современных научных теорий, производственной, экономической и др. видах деятельности неуклонно повышается.

Дифференциальные уравнения – принципиально новый для учащихся тип задач. Первое, с чем приходится сталкиваться педагогу – это с необходимостью ломки уже сложившегося стереотипа, что уравнение есть задача о поиске нулей некоторой функции ("уравнение – значит надо найти  $x$ "). Однако в математике имеются и другие типы уравнений: функциональные, разностные и др. Общим для них является то, что *искомым объектом является функция* (последовательность), так что в ответе сохраняется "неизвестная" (переменная) величина  $x$ . Чтобы возникало понимание естественности подобных задач, имеются два основных пути:

- 1) всякий раз, когда отыскивается некоторая *зависимость*, акцентировать на этом внимание учащихся; такими являются, например, задачи о поиске квадратного трехчлена по заданным его корням или уравнения линии (прямой, параболы) по заданным точкам, лежащим на этой линии;
- 2) начинать изложение новых типов уравнений (в нашем случае, дифференциальных) с построения математических моделей реальных процессов.

Первый подход может быть представлен новым для учащихся взглядом на задачу интегрирования, как задачу поиска *функции*  $y(x)$  из уравнения, содержащего производную этой функции. В этом случае рассмотрение уравнений более общей (нежели  $y' = f(x)$ ) формы представляется уже вполне естественным. Второй подход реализуется в виде математического моделирования некоторых задач экономики и физики, приводящих как к дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными, так и к уравнениям более сложных типов.

С нашей точки зрения, в школьной практике неприемлемо характерное для вузовских учебников изложение, начинающееся с формулировок основных понятий. Предпочтительнее их "плавное" введение: например, термины "дифференциальное уравнение", "решение уравнения", "общее решение", "начальное условие", естественным образом употребленные впервые в связи с задачей интегрирования, переносятся без их точного

определения и на другие уравнения. Лишь когда эти термины становятся привычными и когда проясняются характерные признаки соответствующих объектов, мы переходим к точным формулировкам.

Цель курса "Введение в теорию дифференциальных уравнений" состоит в ознакомлении учащихся с элементами теории и способами решений уравнений нового для них типа – дифференциальных.

Задачами курса являются:

- расширение представлений учащихся о прикладных аспектах математики;
- совершенствование в использовании математического аппарата, в частности, аппарата дифференциально-интегрального исчисления;
- формирование устойчивого интереса к изучению дисциплин естественно-математического цикла, развитие творческих способностей;
- способствование формированию качеств самостоятельности и самоактуализации.

Курс направлен на приобретение знаний:

- о дифференциальных уравнениях как математических моделях реальных процессов;
- об основных понятиях и фактах теории дифференциальных уравнений;
- о классах уравнений, решаемых аналитически;
- о методах решений уравнений стандартных типов.

Перечень приобретаемых умений:

- моделировать простейшие процессы (движения точки и др.) в виде дифференциальных уравнений;
- решать задачу интегрирования (в случае уравнений первого и высших порядков);
- разделять переменные и сводить уравнения других типов к случаю разделения переменных;
- понижать порядок (в случае соответствующих уравнений второго порядка);
- решать линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Элективный курс рассчитан на 34 – 36 академических часов, предназначен для учащихся 11-х классов физико-математического профиля, но может быть реализован (с соответствующими сокращениями) и рамках других профилей.

Занятия включают в себя теоретическую и практическую части, и могут быть организованы в виде уроков традиционной формы. Однако, по усмотрению учителя, изложение основных положений теории и алгоритмов решения типовых задач может быть организовано в виде уроков-лекций, а решение задач – в виде практикумов - тренингов.

Возможны следующие формы контроля:

- а) входной контроль в виде подборок задач (тестов), направленных на проверку навыков дифференцирования и интегрирования;
- б) текущий контроль по прохождении каждой темы и рубежный контроль в целях проверки уровня усвоения по окончании изучения каждого из основных блоков содержания;

в) итоговый контроль в виде зачета в письменной или устной форме.

Возможен выбор одного из двух уровней изложения материала. Первый уровень предполагает владение учащимся понятиями дифференциала функции, неопределенного интеграла, таблицей основных интегралов, свойством линейности интеграла и правилом вычисления интеграла от функции линейного аргумента. Второй, более высокий уровень, предполагает знание "расширенной" таблицы интегралов, метода замены переменных под знаком интеграла, понятия комплексного числа и операций с комплексными числами.

## ПРОГРАММА КУРСА

### **. Задача интегрирования (4 часа)**

Техника интегрирования. Уравнение вида  $y' = f(x)$ .

### **. Основные понятия дифференциальных уравнений. Задача Коши (4 часа)**

Дифференциальные уравнения первого порядка как математические модели. Общее и частное решение. Задача Коши.

### **. Основные виды дифференциальных уравнений первого порядка (10 часов)**

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

### **. Основные понятия дифференциальных уравнений высших порядков. Понижение порядка (8 часов)**

Уравнения второго и высших порядков. Общее и частное решение. Задача Коши. Задача интегрирования. Понижение порядка в уравнениях, явно не содержащих искомую функцию.

### **. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка (8-10 часов)**

Однородное дифференциальное уравнения второго порядка. Структура общего решения. Структура общего решения неоднородного уравнения. Случай постоянных коэффициентов в однородном уравнении: характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.

Поиск частного решения по правой части специального вида. Краевые задачи.