

## ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМ

*Крупенин В.Л.*

Учреждение Российской академии наук Институт машиноведения им.

А.А. Благодирова РАН,

Россия, Москва

Присутствие в виброударной системе больших нелинейных позиционных сил - причина проявления в них различных нелинейных эффектов [1]. Необходимость адекватного описания этих эффектов требует построения математически корректных моделей, основанных на современных физико-механических концепциях, а также методов анализа этих моделей. При этом часто оказывается желательным получить экспериментальное обоснование найденным решениям. В работе дан обзор трех важным проблемам.

1. Возникновение почти периодических режимов - один из важных эффектов такого типа. Были проведены исследования малых возмущений консервативных виброударных систем с одной степенью свободы. Предполагается, что возмущение периодически зависит от быстрого и медленного времени. Такая ситуация возникает, например, если возмущение является суммой двух периодических функций с близкими частотами. Соответствующая система в переменных «импульс-фаза» представляет собой систему с быстро вращающейся фазой и медленно меняющимися коэффициентами. Проведены подробный анализ и систематизация качественного поведения решений системы в окрестности индивидуального резонансного уровня с помощью метода усреднения. Были установлены условия возникновения и устойчивости почти периодических режимов движения.

2. Во многих случаях колебания в виброударных системах с распределенными ударными элементами, например, в струнах, колеблющихся вблизи различных препятствий (прямолинейных, криволинейных, одно- и многоточечных, тавровых и т.д.), описываются с помощью формул аналогичных следующей:  $u(x,t)=A[y(x,t),z(x,t)]$ . Здесь  $u(x,t)$ -функция состояния распределенной системы, например, прогиб струны;  $A(x,t)$ -периодическая функция некоторого периода  $T$ .

Построено доказательство, что в то же время существует такое число  $P>0$ , что одновременно  $y(x,t+P)=y(x,t)$  и  $z(x,t+P)=z(x,t)+const$ . Числа  $T$  и  $P$  зависят от физических и геометрических параметров системы. Следовательно, при несоизмеримости чисел  $T$  и  $P$  (что оказывается возможным, например, при произвольных соотношениях между величинами зазора и длины струны),  $u(x,t)$  - почти периодическая функция времени, и мы получаем почти периодический виброударный процесс в системе с распределенными ударными элементами. Были изучены и систематизированы различные случаи возникновения почти периодических процессов в таких системах.

3. До последнего времени теория виброударных систем с распределенными ударными элементами оперировала с моделями, в которых, в основном, в качестве распределенного элемента выбирались абсолютно гибкие нити (струны), а в качестве препятствий, с которыми эти нити взаимодействовали – либо прямые протяженные стенки, параллельные осям статического равновесия струн, либо точечные преграды, либо близкие к ним препятствия.

Кроме того, экспериментально показано (стенд А.Веприка «Аллигатор – ТМ» ), что в большинстве случаев наиболее важную роль играют именно нелинейные стоячие периодические волны с изломанными профилями типа «хлопков», и также, для значительного числа рассмотренных моделей именно такие стоячие волны оказываются практически единственными физически реализуемыми периодическими виброударными процессами.

Построены примеры моделей и расчеты стоячих периодических волн в системах более сложных типов, например, балок Тимошенко, вибрирующих вблизи различного рода ограничителей хода. Определены периодические и почти периодические режимы в консервативном случае. Изучены наиболее типичные динамические эффекты, такие как затягивания стоячих волн по частоте и амплитуде, а также их возникновение благодаря жесткому запуску – приданию распределенной системе дополнительной «запускающей» энергии. Рассмотрены также некоторые решения при наличии внешних источников энергии – силовых и автоколебательных (типа «нелинейное трение»). Были построены и изучены различные типы авторезонансных моделей возбуждения.

Наряду с «балочными» моделями ударных элементов были построены модели решетчатых элементов и предложены методы построения соответствующих аналитических и численных решений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-08-00941-а).

#### Литература

1. *V.I. Babitsky, V.L. Krupenin* Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems. Berlin. Heidelberg, New York: Springer-Verlag. 2001. 404 p.p.