

Культура математического и естественнонаучного мышления

обучаемого: системный подход

Системный подход с позиции педагогики базируется на анализе интегративных свойств в структуре объектов. Такой анализ имеет место в работах, посвященных различным проблемам педагогики в связи с управлением в образовательных учреждениях (М.М. Поташник), оценкой качества обучения (Д.Ш. Матрос), саморазвитием личности педагога и учащегося (В.И. Андреев), формированием творческих способностей и познавательной самостоятельности обучаемых (Д.Б. Богоявленская, Я.А. Пономарев). Математизированное описание основных идей системного подхода (выделение основной структуры системы, иерархия основной структуры системы, иерархия функционирования систем в среде и др.) предлагается И.Д. Пехлецким, И.П. Лебедевой в концепции структурно-количественного анализа. Она позволяет усовершенствовать процедуру моделирования изучаемого явления, в основе которой лежит выделение главных, с точки зрения исследований целей исследования, педагогических структур и расширяет сферу применения методов количественного анализа.

Целостный анализ предмета исследования невозможен без учета иерархии его структур, что позволяет осуществить системный подход. Проиллюстрируем культуру математического и естественнонаучного мышления (КМиЕНМ) обучаемого через призму деятельности по решению задач, распределенной по иерархически последовательным уровням. Под иерархией будем понимать упорядоченность, подчиненность элементов системы, их свойств, взаимосвязей.

Низший уровень иерархии мыслительной деятельности требует копирования фундаментальных структур объекта изучения. Осуществляется детерминированное функционирование системы «ученик» (воспроизведение известных фактов, действие по заданному алгоритму и др.). Фундаментальные структуры позволяют описать структуру объекта изучения указанием типов связи его элементов (алгебраическая структура задает связи

посредством операций, топологическая – предельных процессов, порядковая – отношений порядка [1]). Этот уровень предполагает выявление учащимися фигурирующих в структуре объекта изучения связей и отношений и оперирование пространственно-математическими характеристиками. Данный уровень требует владения понятиями типа непрерывно – разрывно, связно – несвязно, принадлежит – не принадлежит, внутри – вне; предусматривает сравнение элементов объекта и оценку в общем качественном виде (равно – не равно, больше – меньше, ближе – дальше, выше-ниже и др.), вычленение частей объекта и сбор в единое целое, выявление композиции объектов.

Средний уровень мыслительной деятельности предполагает выполнение комбинаций из элементарных базовых действий с помощью средств конструирования, которыми располагает ученик (логической, комбинаторной, стохастической, образно-геометрической, экстраполяционной и экспериментальной структурах) и предполагает комбинирование элементов низшего уровня или их выбор. Этот уровень связан с образным, логическим и абстрактным компонентами культуры мышления.

Характерными чертами образного компонента, как уже отмечалось, являются [2]:

- выполнение анализа структуры образа, являющегося моделью реального явления или объекта;
- использование аналогий структур образа и реального объекта при изучении свойств последнего;
- наличие представлений о возможностях измерения качеств реального объекта на основе структуры его образа;
- оценка возможностей анализа количественных отношений между свойствами реального объекта по свойствам образа;
- осуществление мыслительных преобразований плоскости и пространства в связи с изменениями расположения объектов и количественных соотношений между ними.

Характерными чертами логического компонента являются [2]:

- проведение анализа и синтеза структуры объекта, упорядочивание по значимости его свойств и признаков;
- построение рассуждений в соответствии с правилами формальной логики (понимание сути требований к определениям, конструирование противоположного утверждения, выделение элементарных высказываний в сложном высказывании, владение способами конструирования последнего с помощью логических операций: сложность умозаключений, которыми учащиеся оперируют, ограничивается высказываниями, содержащими не более трех элементарных логических операций в одном высказывании);
- владение схемами рассуждений: по аналогии, индукции, дедукции;
- выполнение простейших логических операций над высказываниями (отрицание, построение обратного утверждения и др.).

Характерными чертами абстрактного компонента являются [2]:

- владение буквенно-знаковой символикой при проведении рассуждений;
- выделение существенных свойств и признаков абстрактных объектов или их совокупностей (терминов, понятий, логических схем);
- формулирование и проверка гипотез;
- применение знаний, которыми владеет субъект, в новой ситуации.

Высший уровень требует создания комбинаций более высокого уровня или изобретение собственного способа действий. Элемент высшего уровня в системе методов по отношению к операциям и методам низшего и среднего уровней можно образно обозначить как «метод оперирования» методами (И.Д. Пехлецкий). Выход на высший уровень иерархии подразумевает владение методологическим содержанием (универсальными схемами рассуждений, рациональными методами осуществления сложной познавательной деятельности) – алгоритмическая структура. Высшему иерархическому уровню отвечает преимущественно систематизирующий компонент культуры мышления, некоторые проявления которого имеются и на предыдущих уровнях.

Систематизирующий компонент КМиЕНМ, предполагающий сформированность следующих умений:

- определение эмпирической области (отбор имеющихся методологических знаний, связанных с изучаемой тематикой);
- определение системных свойств объекта (или совокупности объектов), возникающих в результате его рассмотрения как некоей целостности (системы).
- выявление многообразия связей и отношений, существующих как в структуре исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с внешним окружением (средой);
- выполнение иерархически упорядоченных классификаций объектов и их свойств по составным критериям;
- выделение из общего набора свойств объекта существенных свойств в связи с конкретной задачей анализа объекта, подбор соответствующего способа действий, механизмы принятия решений.

Соотношение этих уровней в конкретной учебной ситуации определяет степень развитости КМиЕНМ и отражает развивающие возможности используемых дидактических средств. Структуры математического и естественнонаучного мышления определяют иерархию методов познавательной деятельности. Они формируются за счет реализации компонентов КМиЕНМ – образного, логического, абстрактного, систематизирующего.

Приходится констатировать наличие в развитии культуры математического и естественнонаучного мышления недостаточность дидактических средств, позволяющих повышать как уровень культуры математического и естественнонаучного мышления в целом, так и отдельных ее содержательных характеристик. В качестве средства развития культуры мышления некоторые авторы рассматривают задачи с недостающими или избыточными данными – некорректные задачи (Э.Г. Гельфман, В.А. Крутецкий, Н.В. Метельский, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.).

Проиллюстрируем особенности решения некорректных задач с позиции системного подхода. Обучаемый работает с задачей, решение которой, ввиду простоты рассматриваемых в ней объектов, обычно не представляет для него каких-либо трудностей. Он может осуществить ее решение (на низшем уровне функционирования, посредством соотнесения исходных данных и требования задачи, определения составных частей математической модели задачи, упорядочивания данных относительно отдельных блоков теоретического материала, связанных с рассматриваемым в задаче объектом). Однако взаимнооднозначного соответствия между условием и требованием не установлено и ни один из известных учащемуся алгоритмов не дал продуктивного результата в ее решении. Теперь для ее решения, как минимум, потребуется упорядочить исходные данные по значимости, логически анализировать возможности условия, выявить связи и отношения как между элементами задачи, так и с теоретическим материалом, выделить, имеющиеся в условии альтернативы развития сюжета (исключить лишнее данное, рассмотреть все случаи, отвечающие условию задачи и др.). Проведение такого анализа – аналог выхода на следующий иерархический уровень функционирования, возможно без особых затруднений, сделав свой выбор, ученик вновь обращается к действиям, относящимся к низшему уровню функционирования (например, будет осуществлять подбор известного алгоритма к решению задачи). Однако может случиться, что условие некорректной задачи таково, что комбинаторный перебор возможных вариантов к успеху не приводит. Помочь может неординарное, креативное решение, суть которого в нестандартной комбинации приемов решения задач. Высший уровень функционирования связан с рефлексией деятельности, обобщением и систематизацией методов решения некорректной задачи. Условие некорректной задачи содержит в себе потенциальную многовариантность (в зависимости от того, какие исходные данные используются при построении упрощенной модели условия меняется способ решения), что обеспечивает всестороннее, системное изучение

содержания задачи. Возможность наличия противоречия в условии приучает учащихся к постоянной рефлексии мыслительной деятельности. Некорректные задачи могут иметь более одного ответа, а могут не иметь вообще, что способствуют абстрагированию от количественных составляющих задачи и оперированию качественными. Качественные характеристики уровней развития КМиЕНМ, опосредованные решением некорректных задач, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Качественные критерии развития показателей КМиЕНМ

<i>Семантическая гибкость</i>		
Высокий уровень. Учащийся легко и правильно выявляет все случаи, отвечающие условию задачи	Средний уровень. Учащиеся правильно, лишь иногда допуская ошибки, выделяют все случаи, отвечающие условию задачи	Низкий уровень. Учащиеся затрудняются выделить отвечающие условию задачи случаи, ограничиваются изучением наиболее выраженных, по их мнению, вариантов
<i>Образная адаптивная гибкость</i>		
Высокий уровень характеризуется знанием логической процедуры отыскания противоречия и умением безошибочно сопоставлять части условия и ответы к геометрической задаче. Ученик быстро и безошибочно исследует условие на противоречивость с изученными ранее теоретическими фактами	Средний уровень характеризуется тем, что ученик знает процедуру отыскания противоречия, но испытывает затруднения при его обосновании и нуждается в помощи учителя. Ученик этого уровня допускает ошибки при решении геометрических задач, но потом обнаруживает и оказывается способным их исправить	Низкий уровень имеют ученики, не умеющие пользоваться процедурой нахождения противоречия. С большим трудом сопоставляют части условия и полученный в ходе решения ответ, при этом часто необоснованно и неправильно. При решении противоречивых задач допускают ошибки и не видят их
<i>Критичность</i>		
Высокий уровень. Ученик безошибочно определяет избыточные данные и исследует условие на противоречивость	Средний уровень характеризуется тем, что ученик допускает ошибки при выявлении избыточных данных, но верно решает вопрос об их противоречивости. Не всегда может исследовать вопрос о существовании решения при большом количестве теоретического материала	Низкий уровень. Допускает ошибки, при помощи учителя может их обнаружить, но исправляет с трудом
<i>Семантическая спонтанная гибкость</i>		

Высокий уровень. Ученик быстро составляет модель задачи по имеющимся данным и безошибочно включает дополнительные условия, исследуя вероятность наступления которых ограничивает ответ	Средний уровень. Ученик в ходе решения приходит к выводу, что задача не решается и указывает каких данных недостает, но может ошибиться, сводя решение задачи к рассмотрению нескольких случаев, не исчерпывающих ответ	Низкий уровень. Ученик видит невозможность однозначного решения задачи, но не умеет предложить варианты реализации ее условия
<i>Целостность и системность</i>		
Высокий уровень характеризуется тем, что ученик без труда осуществляет процедуру комбинаторного перебора всех отвечающих условию случаев. Задача воспринимается как комплекс взаимосвязанных объектов, потому ученик предлагает сразу несколько возможных дополнений условия задачи посредством выявления многообразия связей и отношений, существующих как в структуре исследуемого объекта, так и в его взаимоотношениях с внешним окружением (средой)	Средний уровень характеризует учеников, которые знают структуру комбинаторного перебора, но испытывают затруднения при его выполнении. Требуется помощь учителя	Низкий уровень. Рассматривает задачу как совокупность разрозненных фактов. Не может определить тип задачи без помощи учителя
<i>Рефлексивность</i>		
Высокий уровень. Ученик почти не допускает ошибок при решении задач, а допущенные ошибки быстро и правильно исправляет	Средний уровень. Ученик этого уровня допускает ошибки при решении задач, но потом их обнаруживает (при необходимости и с помощью учителя) и оказывается способным исправить их	Низкий уровень. Ученик допускает ошибки при решении задачи и не видит их

Специальное формирование соответствующих показателей может служить реальным механизмом повышения уровня КМиЕНМ. Суть такой деятельности заключается в выявлении типов задач, посредством которых возможно развитие соответствующих показателей. Такие задачи органично включаются в процесс обучения с тем, чтобы способствовать возникновению взаимосвязей между его образовательными и развивающими элементами.

1. Каазик, Ю.Я. Математический словарь [Текст] / Ю.Я. Каазик. – Таллин: Валгус, 1985. – 296 с.
2. Лебедева, И.П. Структура взаимодействия систем «ученик» и «объект изучения». [Текст] / И.П. Лебедева. – Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2001. – 200 с.