КРИТЕРИИ ПРОЧНОСТИ ИЗОТРОПНЫХ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

УДК 539.3

Мкртчян А.Ф. старший преподаватель ГОУ ВПО «ИжГТУ», Голуб Т.Ю. старший преподаватель ГОУ ВПО «ИжГТУ», г. Ижевск, Россия

Наступление предельного состояния материала обусловлено его способностью, одновременно оказывать сопротивление, как касательным, так и нормальным напряжениям. При этом приводят материал в предельное состояние не сами сжимающие напряжения, а вызванные ими касательные и нормальные напряжения, соответствующие поперечным деформациям удлинения.

Обобщенные критерии прочности не учитывают влияние на прочность упругих характеристик материала (например, коэффициент Пуассона μ).

С учетом выше изложенного предлагаем искать критерий прочности в виде инвариантных по отношению к напряженному состоянию функций. При этом предполагаем, что сложное напряженное состояние будет эквивалентно простому растяжению при $\sigma_г > 0$ и простому сжатию при $\sigma_г < 0$:

$$\left.\begin{array}{l} \tau + C_1\sigma_г \le C_2 \text{ при } \sigma_г > 0; \\ \tau + C_1(-\mu\sigma_г) \le C_2 \text{ при } \sigma_г < 0, \end{array}\right\} \quad (1)$$

где τ - касательные напряжения сдвига;

$(-\mu\sigma_г)$ – нормальные напряжения, соответствующие поперечным деформациям удлинения;

C_1 и C_2 – некоторые константы материала, определяемые при простом растяжении и сжатии.

В объеме напряженно-деформированного материала имеется площадка, у которой нормаль определяется направляющими косинусами в виде напряжений:

$$\left.\begin{array}{l} \cos a_1 = s_1 / \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}; \\ \cos a_2 = s_2 / \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}; \\ \cos a_3 = s_3 / \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}; \end{array}\right\} \quad (2)$$

где σ_1, σ_2, σ_3 – главные напряжения;

α_1, α_2, α_3 – углы, образованные нормалью с соответствующими направлениями главных напряжений.

Нормальные напряжения на произвольной площадке определяются по формуле:

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2\alpha_1 + \sigma_2 \cos^2\alpha_2 + \sigma_3 \cos^2\alpha_3 \qquad (3)$$

После подстановки выражений (2) в формулу (3) находим необходимое выражение для результирующего нормального напряжения σ_r через главные напряжения, т.е.

$$s_r = \frac{s_1^3 + s_2^3 + s_3^3}{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \qquad (4)$$

При условии $\cos\alpha_1 = \cos\alpha_2 = \cos\alpha_3 = 1/\sqrt{3}$

$$t = \sqrt{\left(s_1 - s_2\right)^2 + \left(s_2 - s_3\right)^2 + \left(s_3 - s_1\right)^2} / \sqrt{3} \qquad (5)$$

Выражения для константы C_1 и C_2 получим из зависимости (1) с учетом формул (4) и (5) через предельные выражения для материала при одноосном растяжении (σ_1=σ_r, σ_2 = σ_3 =0) и при одноосном сжатии (σ_1 = σ_2 = 0, σ_3 = -σ_c), т.е.

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\sqrt{2}(s_c - s_p)}{3(s_p - m s_c)}; \\ C_2 &= \frac{\sqrt{2}(1-m)s_c \cdot s_p}{3(s_p - m s_c)}; \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Зависимости (1) с учетом выражений (6) будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} s_{\text{ýêâ}} &= \frac{3(c-m)}{\sqrt{2}(1-m)} \cdot t + \frac{1-c}{1-m} s_r \le s_p \text{ при } \sigma_r > 0; \\ s_{\text{ýêâ}} &= \frac{3(c-m)}{\sqrt{2}(1-m)} \cdot t - \frac{m(1-c)}{1-m} s_r \le s_p \text{ при } \sigma_r \le 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где $c = \dfrac{s_p}{s_c}$ - характеристика хрупкости материалов

Таким образом, мы получили искомый критерий прочности изотропных материалов с учетом их упругих свойств.