УДК 621.396.67

Интегральное уравнение микрополосковой антенны

Эминов С.И., Эминова В.С.

Новгородский государственный университет.

Введение

Микрополосковым антеннам посвящена большая литература. Однако остается актуальной задача построения эффективных численных методов расчета и строгой теории микрополосковых антенн.

В данной работе рассмотрен один прозрачный способ вывода интегрального уравнения ленточного вибратора, расположенного на слое магнитодиэлектрика с экраном. Также определена структура уравнения.

1. Нахождение отраженных от слоя диэлектрика полей.

Рассмотрим плоский вибратор длины $2l$ и ширины d, расположенный в плоскости $z=h$, на слое магнитодиэлектрика толщиной h и параметрами e_1, m_1. В свою очередь магнитодиэлектрик находится на идеально проводящей поверхности, экране.

Первичное поле, возбуждаемое вибратором в свободном пространстве можно записать в виде [1]

$$E_x^{вт} = \frac{1}{iwe}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y+bz}}{b}\left[-c_1^2+k^2\right]f(c_1,c_2)dc_1dc_2\ , \qquad (1)$$

$$E_y^{вт} = \frac{1}{iwe}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y+bz}}{b}\left[-c_1\,c_2\right]f(c_1,c_2)dc_1dc_2\ , \qquad (2)$$

$$H_y^{вт} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-ic_1x-ic_2y+bz} f(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (3)$$

где

$$f(c_1, c_2) = \frac{1}{8p^2}\int\limits_S j_x(x^/, y^/)e^{ic_1x^/+ic_2y^/}dx^/dy^/ ,$$

$$b = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 - k^2} ,$$

$j_x(x, y)$ - плотность поверхностных токов, текущих вдоль ленточного вибратора.

Излучаемое вибратором электромагнитное поле на границе раздела сред частично отражается ($\vec{E}_1, \vec{H}_1$), частично проходит в слой магнитодиэлектрика ($\vec{E}_2, \vec{H}_2$) и отражается от экрана($\vec{E}_3, \vec{H}_3$). Продольные компоненты этих полей представим в виде

$$E_z^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y-b(z-h)}}{b}A^1(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (4)$$

$$H_z^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y-b(z-h)}}{b}B^1(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (5)$$

$$E_z^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y+b_1(z-h)}}{b_1}A^2(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (6)$$

$$H_z^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y+b_1(z-h)}}{b_1}B^2(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (7)$$

$$E_z^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y-b_1z}}{b_1}A^3(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (7)$$

$$H_z^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-ic_1x-ic_2y-b_1z}}{b_1}B^3(c_1, c_2)dc_1dc_2 , \qquad (8)$$

где

$$b_1 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 - k_1^2}\ .$$

Поперечные составляющие этих полей выразим через продольные [2]

$$E_x^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[ibc_1 A^1(c_1, c_2) - wmc_2 B^1(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b(z-h)}}{b(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{9}$$

$$E_y^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[ibc_2 A^1(c_1, c_2) + wmc_1 B^1(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b(z-h)}}{b(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{10}$$

$$H_x^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[wec_2 A^1(c_1, c_2) + ibc_1 B^1(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b(z-h)}}{b(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{11}$$

$$H_y^1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[-wec_1 A^1(c_1, c_2) + ibc_2 B^1(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b(z-h)}}{b(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{12}$$

$$E_x^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[-ib_1c_1 A^2(c_1, c_2) - wm_1c_2 B^2(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y + b_1(z-h)}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{13}$$

$$E_y^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[-ib_1c_2 A^2(c_1, c_2) + wm_1c_1 B^2(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y + b_1(z-h)}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{14}$$

$$H_x^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[we_1c_2 A^2(c_1, c_2) - ib_1c_1 B^2(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y + b_1(z-h)}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{15}$$

$$H_y^2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[-we_1c_1 A^2(c_1, c_2) - ib_1c_1 B^2(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y + b_1(z-h)}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ . \tag{16}$$

$$E_x^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[ib_1c_1 A^3(c_1, c_2) - wm_1c_2 B^3(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b_1z}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{17}$$

$$E_y^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[ib_1c_2 A^3(c_1, c_2) + wm_1c_1 B^3(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b_1z}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{18}$$

$$H_x^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[we_1c_2 A^3(c_1, c_2) + ib_1c_1 B^3(c_1, c_2)\right]\frac{e^{-ic_1x - ic_2y - b_1z}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)}dc_1dc_2\ , \tag{19}$$

$$H_y^3 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left[-we_1 c_1 A^3(c_1,c_2) + ib_1 c_2 B^3(c_1,c_2)\right] \frac{e^{-ic_1 x - ic_2 y - b_1 z}}{b_1(c_1^2 + c_2^2)} dc_1 dc_2\,, \qquad (20)$$

Для определения неизвестных $A^1, A^2, B^1, B^2, A^3, B^3$ воспользуемся условиями непрерывности тангенциальных составляющих на границе раздела двух сред:

$$E_x^{вт} + E_x^1\Big|_{z=h} = E_x^2 + E_x^3\Big|_{z=h}, \quad E_y^{вт} + E_y^1\Big|_{z=h} = E_y^2 + E_y^3\Big|_{z=h}, \qquad (21)$$

$$H_x^{вт} + H_x^1\Big|_{z=h} = H_x^2 + H_x^3\Big|_{z=h}, H_y^{вт} + H_y^1\Big|_{z=h} = H_y^2 + H_y^3\Big|_{z=h}; \qquad (22)$$

и равенством нулю тангенциальной составляющей электрического поля:

$$E_x^2 + E_x^3\Big|_{z=0} = 0\,, \quad E_y^2 + E_y^3\Big|_{z=0} = 0\,. \qquad (23)$$

Подставляя формулы (9)–(20) в граничные условия (21)-(23), и применяя обратное преобразование Фурье, получим следующую систему из шести уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{-c_1^2 + k^2}{iwe} f_1 + \dfrac{ibc_1 A^1 - wmc_2 B^1}{bx^2} = \dfrac{-ib_1 c_1 A^2 - wm_1 c_2 B^2}{b_1 x^2} + \dfrac{ib_1 c_1 A^3 - wm_1 c_2 B^3}{b_1 x^2} e^{-g} \\ \dfrac{-c_1 c_2}{iwe} f_1 + \dfrac{ibc_2 A^1 + wmc_1 B^1}{bx^2} = \dfrac{-ib_1 c_2 A^2 + wm_1 c_1 B^2}{b_1 x^2} + \dfrac{ib_1 c_2 A^3 + wm_1 c_1 B^3}{b_1 x^2} e^{-g} \\ \dfrac{wec_2 A^1 + ibc_1 B^1}{bx^2} = \dfrac{we_1 c_2 A^2 - ib_1 c_1 B^2}{b_1 x^2} + \dfrac{we_1 c_2 A^3 + ib_1 c_1 B^3}{b_1 x^2} e^{-g} \\ f_1 b + \dfrac{-wec_1 A^1 + ibc_2 B^1}{bx^2} = \dfrac{-we_1 c_1 A^2 - ib_1 c_2 B^2}{b_1 x^2} + \dfrac{-we_1 c_1 A^3 + ib_1 c_2 B^3}{b_1 x^2} e^{-g} \\ \dfrac{-ib_1 c_1 A^2 - wm_1 c_2 B^2}{b_1 x^2} e^{-g} + \dfrac{ib_1 c_1 A^3 - wm_1 c_2 B^3}{b_1 x^2} = 0 \\ \dfrac{-ib_1 c_2 A^2 + wm_1 c_1 B^2}{b_1 x^2} e^{-g} + \dfrac{ib_1 c_2 A^3 + wm_1 c_1 B^3}{b_1 x^2} = 0 \end{cases}, \quad (24)$$

где $x^2 = c_1^2 + c_2^2$, $g = hb$.

Разобьем систему (24) на две независимые:

$$\begin{cases} iA^1 + \dfrac{-c_1 b}{iwe} f = -iA^2 + iA^3 e^{-g} \\ \dfrac{we}{b} A^1 - c_1 f = \dfrac{we_1}{b_1} A^2 + \dfrac{we_1}{b_1} A^3 e^{-y}, \\ -iA^2 e^{-g} + iA^3 = 0 \end{cases} \tag{25}$$

$$\begin{cases} \dfrac{wm}{b} B^1 + \dfrac{-c_2 k^2}{iwe} f = \dfrac{wm_1}{b_1} B^2 + \dfrac{wm_1}{b_1} B^3 e^{-g} \\ iB^1 + c_2 f = -iB^2 + iB^3 e^{-y} \\ B^2 e^{-g} + B^3 = 0 \end{cases} . \tag{26}$$

Из систем (25), (26) найдем легко находятся все неизвестные и, в частности,

$$A^1 = \frac{c_1 b}{we} \frac{b_1 etgg - be_1}{b_1 etgg + be_1} f, \; B^1 = ic_2 \frac{bm_1 tgg - mb_1}{bm_1 tgg + mb_1} f. \tag{27}$$

2. Интегральное уравнение микрополосковой антенны.

Касательная составляющая полного электрического поля должна обращаться в нуль на идеально-проводящей поверхности вибратора

$$E_x^{вт} + E_x^1 \big|_S = -E_x^0 \big|_S . \tag{28}$$

Определяя левую часть (28) по формулам (1), (9) и (27) получим следующее интегральное уравнение

$$\iint_S j_x(x', y') K(x', y', x, y) \exp(-ic_1(x - x') - ic_2(y - y')) dx' dy' = -E_x^0(x, y), \tag{29}$$

где

$$K = \frac{1}{iwe} \frac{1}{8p^2} \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left[-c_1^2 b^2 F + k^2 c_2^2 G\right] \frac{1}{bx^2} dc_1 dc_2 ,$$

$$F = \frac{2b_1 etgg}{b_1 etgg + be_1},$$

$$G = \frac{2bm_1 tgg}{bm_1 tgg + mb_1}.$$

При $g \to +\infty$ имеем $F \to \frac{2e}{e + e_1}$. Поэтому структура интегрального уравнения будет такой же, как и для ленточного вибратора в свободном пространстве и применима теория интегрального уравнения, развитая в работе [3] .

Однако сложным является проблема вычисления интегралов, представляющих матричные элементы.

Литература

1.Эминов С.И. Метод собственных функций сингулярных операторов в теории дифракции применительно к электродинамическому анализу вибраторных и щелевых антенн // Деп. в ВИНИТИ 07.04.95. - № 960. - В 95. - 234 с.

2. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. - М.: Радио и связь, 1983. - 286 с.

3. Эминов С.И. Теория интегрального уравнения тонкого вибратора // Радиотехника и электроника. - 1993. - Т. 38. - № 12. - С. 2160 - 2168.