

О ДЛИННОВОЛНОВЫХ МОДЕЛЯХ УДАРНЫХ ПАР

Крупенин В.Л.
Институт машиноведения РАН
Москва, Россия

ABOUT LONG -WAVE MODELS OF IMPACT PAIRS

Krupenin V.L.
Mechanical Engineering Research Institute RAS
Moscow, Russia

1. Ниже, строится очередная (ср.[1]) уточняющая модель фундаментального понятия классической физики и механики - ударной пары, рассматриваемой в длинноволновом приближении. Откажемся от предположения о локализации удара в точке и рассмотрим натянутую нить (струну), вибрирующую вблизи неподвижной твердой стенки. Ограничение хода может также быть и двухсторонним. Системы такого типа обычно называют системами с распределенными ударными элементами.

2. Уравнения движения в простейшем случае имеют вид:

$$u_{tt} + b(u_t, u_{tx}, \dots) - c^2 u_{xx} + \Phi(u, u_t) = P(x, t), \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – прогиб струны, c – скорость звука, $b(\dots)$ – функция диссипации; индексация по независимым переменным обозначает дифференцирование; $P(x, t)$ – распределение внешней силы; $\Phi(u, u_t)$ – динамическая характеристика удара. В уравнении (1) операторная функция b могут иметь весьма сложную структуру, определяемую действующими гипотезами о диссипации. К уравнения (1) добавляются граничные условия.

Система (1) может быть также записана при помощи операторов динамической податливости. В случае простейших линейных моделей трения структура соответствующих операторных уравнений следующая [2]:

$$u(x, t) = \int_x L(y; p) [P_k(y, t) - \Phi(u, u_t)] dy, \quad (2)$$

где операторы $L(y; p)$ определены, например, в [2]; p – оператор дифференцирования по времени t ; X – область изменения пространственной координаты. Например, $X = [l_1, l_2]$, где $l_{1,2}$ - координаты концов струны.

3. Аналитическое исследование задачи может быть проведено методами частотно-временного анализа [2]. В случае T - периодического внешнего возбуждения, для отыскания T -периодических, а также, например, субгармонических (1:1) или комбинационных (1:q) режимов движения строится двухфункциональное представление, следующее из (2):

$$u(x,t) = \int_0^T \int_x \chi[(y,x;s)\{P_k(y,s) - J(y)\delta[s-\varphi(y)]\}] dy ds \quad (3)$$

где $J(x) \geq 0$ и $\varphi(x)$ – распределения импульса и фазы взаимодействия в ударном элементе; t_j – соответствующий момент взаимодействия; $0 < \varphi(x) \leq T$; $x \in X$. Для их нахождения необходимо привлечь дополнительные соотношения, следующие из принятых гипотез ударного взаимодействия.

Полученные решения должны быть проанализированы на устойчивость и выполнимость ряда очевидных геометрических условий [1, 2].

4. Существенные динамические эффекты. Далее мы кратко обсудим некоторые существенные эффекты, найденные при анализе модели (1). Внешнее возбуждение было выбрано синусоидальным.

Главный результат – нахождение периодических режимов с синхронными взаимодействиями в отдаленных точках системы (ср [1]). Такие режимы и в данном случае распределенных ударных элементов названы «хлопками».

Как и в дискретных коротковолновых моделях, реализации хлопков система ведет себя традиционно: имеют место эффекты затягивания по частоте и амплитуде, жесткого запуска и другие, характерные для классических ударных осцилляторов.

Многие свойства хлопков оказываются подобными свойствам собственных форм линейных колебаний струны. Так, например, легко построить «высшие» формы хлопков. Такие формы особенно просто строятся для случаев двусторонних ограничителей.

Вместе с тем были также обнаружены и описаны стоячие волны с более сложными профилями (так называемые набегающие волны и др.).

Наряду с указанными частотно-временными аналитическими методами были использованы, естественно, и численные методы анализа. Их применение особенно актуально при усложнении моделей. Однако, в силу того, что частотно – временные методы позволяют привести уравнения движения к виду без сингулярных обобщенных функции, лучший результат дают комбинированные методы, так как в отсутствии разрывов эффективность всех численных процедур существенно возрастает.

Указанные эффекты нашли экспериментальное обоснование на стендах, разработанных А.М. Веприком при участии автора в ИМАШ РАН.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 09-01-00720-а).

Литература

1. Крупенин В. Л. О коротковолновых моделях ударных пар// *Фундаментальные исследования*. – 2008, №3. -С.86-88.
2. Babitsky V.I., Krupenin V.L. *Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems*.- Berlin. Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2001. –404 p.p.