ЯВНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ УСКОРЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА ПОЛЕМ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Меньшов Е.Н.
Ульяновский государственный технический университет
Ульяновск, Россия ***(e-mail: men@ulstu.ru)***

В традиционной электродинамике хорошо известно строгое, но неявное решение данной задачи [1]. При этом электрон в поле плоской волны осциллирует и дрейфует [2], а также ускоряется в направление распространения волны. Последнее движение обусловлено явлением передачи заряду той части импульса поля волны, которая связана с энергией поля излучения электрона. Сила этого процесса равна усредненной силе реакции излучения <$\boldsymbol{f_S}$>, а её физической причиной выступает магнитная сила *Лоренца* [1].

В рамках модернизированной классической электродинамики появляется сдвиг фаз между $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$=$\boldsymbol{B}/m_0$, вытекающий из базисных уравнений такого поля [3]. Поле плоской, однородной линейно поляризованной волны для частот ωτ<<1 будет

$$E_x \approx E_m\, sin w(t-\frac{z}{c}), \quad B_y \approx \frac{E_m}{c} sin w(t+t-\frac{z}{c}), \tag{1}$$

где t – постоянная времени: параметр новых уравнений *Максвелла*.. Сдвиг фаз между $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ приводит к непосредственному влиянию магнитной силы *Лоренца* на поступательное движение заряженной частицы. Здесь изучается характер движения нерелятивистского электрона в поле (1) в лабораторной системе отсчета. Силой $\boldsymbol{f_S}$ пренебрегаем, уравнение движения заряда q с массой m будет:

$$m\frac{dv_x}{dt} = qE - qBv_z, \quad m\frac{dv_z}{dt} = qBv_x. \tag{2}$$

Переходим к обыкновенному уравнению относительно скорости v_z

$$v_z'' - \frac{B'}{B}v_z' + (\frac{qB}{m})^2 v = q^2\,\frac{EB}{m}. \tag{3}$$

Уравнение (3) имеет аналитическое решение [4]. Пренебрегая изменением фазы волны y = $w[t–z/c]=w[t(1–v/c)–z(t_0)/c]@w[t–z(t_0)/c]$ и заменяя переменные $B¢/B=s¢/s$; $s=sinw(t+t–z/c)=sin[w(t+t–z/c)+p]$; $e=\int sdt=-w^{-1}cosw(t+t–z/c)=w^{-1}cos[w(t+t–z/c)+p]$; $a=qE_m/mc$; $b=a^2c$; $v_z(t)=h(e)$; $E/E_m=sin[w(t+t–z/c)–wt]=s\left[cos wt - we(\sqrt{1-(we)^2})^{-1} sin wt\right]$,

преобразуем (3) к виду

$$\frac{d^2h}{de^2} + a^2h = b\left[cos wt - \frac{we\, sin wt}{\sqrt{1-(we)^2}}\right]. \tag{4}$$

Заметим, что в точках $w\,t_k = (pk–wt+wz/c)$, в которых $s(t_k) = 0$, будет существовать решение уравнения (3), если удовлетворяется условие $v''_z(t_k)=\frac{s'(t_k)}{s(t_k)}v'_z(t_k)$.

Общее решение (4) известно

$$h = v_z = D_1 \sin ae + D_2 \cos ae + \frac{b}{a^2}\cos wt - \frac{bw}{a}\sin wt \int_e \frac{l \sin a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl . \tag{5}$$

Рассмотрим пример с нулевой начальной скоростью частицы при $t=t_0$; $v_z(t_0)=v_x(t_0)=0$, тогда из (2) $a_z(t_0)=0$. Подставляя их в (5), имеем :

$$v_z = c\cos wt\,[1-\cos a(e-e_0)] + \frac{bw}{a}\sin wt\,[\cos a(e-e_0)+\sin a(e-e_0)]\times$$

$$\times\int_{e_0}\frac{l\sin a(e_0-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}} - \frac{bw}{a}\sin wt\int_e \frac{l\sin a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl\,, \tag{6}$$

$$a_z = \sin w(t+t-\frac{z}{c})[ca\cos wt\cdot\sin a(e-e_0)- \tag{7}$$

$$-bw\sin wt\left\{[\sin a(e-e_0)-\cos a(e-e_0)]\int_{e_0}\frac{l\sin a(e_0-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}+\int_e\frac{l\cos a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl\right\}]$$

Подставляя (7) во второе (2), получаем $v_x = c\cos wt\cdot\sin a(e-e_0)-$ (8)

$$-\frac{bw}{a}\sin wt\left\{[\sin a(e-e_0)-\cos a(e-e_0)]\int_{e_0}\frac{l\sin a(e_0-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}+\int_e\frac{l\cos a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl\right\},$$

$$a_x = \sin w(t+t-\frac{z}{c})\{ca\cos wt\cdot\cos a(e-e_0)-\frac{b}{a}\sin wt\Big[ctg w(t+t-\frac{z}{c})+aw\times$$

$$\times(\cos a(e-e_0)+\sin a(e-e_0))\int_{e_0}\frac{l\sin a(e_0-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}-aw\int_e\frac{l\sin a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl\Big]\Big\}, \tag{9}$$

где $e_0=-w^{-1}\cos w(t_0+t-\frac{z}{c})$. Выражения (6)-(9) правомерны при (v/c)<<1, это требует α/ω<< 1, поэтому, заменяя $\lambda= -(\cos\varphi)/\omega$, имеем:

$$-w^2\int_e\frac{l\sin a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl = \int_{w(t+t-\frac{z}{c})}\cos j\,\sin a(e+\frac{\cos j}{w})dj \approx -\frac{a}{w}\cos w(t+t-\frac{z}{c})\times$$

$$\times\int_{w(t+t-\frac{z}{c})}\cos j\,dj + \frac{a}{w}\int_{w(t+t-\frac{z}{c})}\cos^2 j\,dj \approx -\frac{a}{4w}\sin 2w(t+t-\frac{z}{c})+\frac{a}{2}(t+t-\frac{z}{c});$$

$$-w\int_{e}\frac{l\cos a(e-l)}{\sqrt{1-(wl)^2}}dl \approx \frac{1}{w}\sin w(t+t-\frac{z}{c})+\frac{a^2}{4w^3}\left[\sin 2w(t+t-\frac{z}{c})+2w(t+t-\frac{z}{c})\right].$$

Учитывая условие распространения волн ωτ<<1, приближенные выражения будут

$$v_z \approx \frac{1}{c}\left(\frac{qE_m}{mw}\right)^2\left\{\left[\cos w(t+t-\frac{z}{c})-\cos w(t_0+t-\frac{z}{c})\right]^2+\frac{(wt)}{2}w(t-t_0)\right\}, \quad (10)$$

$$v_x \approx \left(\frac{qE_m}{m}\right)^3\frac{tw(t+t-\frac{z}{c})}{2(cw)^2}\cos w(t+t-\frac{z}{c})-\left(\frac{qE_m}{mw}\right)\left[\cos w(t+t-\frac{z}{c})-\cos w(t_0+t-\frac{z}{c})\right]$$

<u>Вывод</u>. В новой электродинамике (для традиционной t=0), согласно (10), электрон в поле ЭМ волны колеблется в поперечном направлении с частотой w, в продольном направлении – с частотой $2w$, а также дрейфует с постоянной скоростью, значение которой зависит и от начальных условий, и от начальной фазы волны $w(t_0-z/c)$. В продольном направлении электрон также равномерно ускоряется силой $\langle f_z\rangle=\langle\frac{dmv_z}{dt}\rangle=\frac{t}{2c}\frac{(qE_m)^2}{m}$.

Проведем её сравнение с радиационной силой $\langle f_S\rangle$, и с продольной градиентной пондеромоторной силой $\langle f_{PZ}\rangle$, которая правомерна для неоднородной волны. Первая определяется в [1], вторая – в [5], тогда для радиоимпульса длительностью t_u имеем:

$$\langle f_S\rangle=s\,\frac{\langle \Pi_1\rangle}{c}=\frac{\langle P_2\rangle}{c}=\frac{(qE_m)^2t_0}{2mc}, \qquad \langle f_{pz}\rangle=-\langle(\frac{q}{w})^2\frac{E_m}{2m}\frac{dE_m}{cdt}\rangle\approx\frac{(qE_m)^2t_0}{2mcw^2t_u}$$

$$\langle f_z\rangle/\langle f_S\rangle=t/t_0, \qquad \langle f_z\rangle/\langle f_{pz}\rangle=w^2tt_u.$$

Здесь: Π_1 – величина вектора *Пойтинга* волны, s – полное сечение рассеяния и P_2 – мощность излучения электрона, $t_0=(r_0/c)< t$, r_0 – классический радиус электрона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля, том.2.– М.: Наука, 1973.– 504 с.
2. Болотовский Б.М., Серов А.В. Особенности движения частиц в электромагнитной волне// Успехи физических наук.–2003.–Т.173.–№6.– С.667-678.
3. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНИТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Пер. с нем. С.Ф. Фомина.– М.: Наука, 1976.–576 с.
5. Федоров М.В. Электрон в сильном световом поле.– М.: Наука, 1991.– 223 с.