

**Математическая модель определения
интервального номера полинома при деградации структуры
непозиционного процессора
Калмыков И.А., Руденко А.С.**

Северо-Кавказский государственный технический университет
г. Ставрополь, kia762@yandex.ru, mail_to_cooper@mail.ru

Проблема исследований: Применение кодов полиномиальной системы классов вычетов (ПСКВ) позволяет использовать обменные операции для построения отказоустойчивых спецпроцессоров (СП) цифровой обработки сигналов (ЦОС).

Решение проблемы исследований: Качественно новые требования, предъявляемые к цифровой обработке сигналов (ЦОС), а также всестороннее применение методов ЦОС, обусловили повышенный интерес к применению вычислительных систем, построенных на основе алгебраических систем, обладающих свойством конечного кольца или поля. Особое место среди них занимает полиномиальная система классов вычетов в расширенных полях Галуа $GF(2^v)$.

Малоразрядность остатков и независимость их обработки служат идеальной основой для построения высокоскоростных вычислительных систем ПСКВ [1,2]. В данной системе полином $A(z)$ представляется в виде

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), \mathbf{K}, a_n(z)), \quad (1)$$

где $a_i(z) \equiv A(z) \bmod p_i(z)$, $p_i(z)$ – минимальный многочлен поля Галуа; $i = 1, 2, \dots, n$.

Наряду с высоким быстродействием, обусловленным малоразрядностью остатков и модульностью вычислений, ПСКВ обладает способностью обеспечивать живучесть вычислительным системам. Если на диапазон возможного изменения кодируемого множества $M(z)$ наложить ограничения, считая, что для однозначного представления достаточно k первых остатков ($k < n$), то соответствующие им основания упорядоченной системы $p_1(z), p_2(z), \mathbf{K}, p_k(z)$; $i = 1, 2, \dots, k$ принадлежат множеству информационных модулей. В этом случае диапазон однозначного представления по данным основаниям соответственно равен

$P_{раб}(z) = \prod_{i=1}^k p_i(z)$. Оставшиеся «лишние остатки» $r = n - k$ считаются избыточными. Изменяя количество информационных k и избыточных r оснований в заданной структуре непозиционного СП, можно варьировать его основные показатели - точность, информационная надежность и производительность [1,3,4,5].

Возникновение ошибки в непозиционной кодовой конструкции $A(z)$ переводит ее из подмножества разрешенных комбинаций в подмножество запрещенных. Согласно КТО значение ошибочного полинома $A^*(z)$ определяется

$$A^*(z) = \sum_{i=1}^{k+r} a_i(z) B_i(z) \bmod P_{пол}(z) = A(z) + \left| Da_j(z) B_j(z) \right|_{P_{пол}(z)}^+. \quad (2)$$

Анализ выражения (1) показывает, что местоположение ошибочного полинома $A^*(z)$ относительно рабочего диапазона $P_{раб}(z)$ определяется величиной второго слагаемого.

Известно [3,4,5], что величина ортогонального основания определяется

$$B_j(z) = m_j(z) P_{пол}(z) / p_j(z), \quad (3)$$

где $m_j(z)$ – вес ортогонального j -го базиса.

С другой стороны, должно обеспечиваться условие

$$B_j(z) \equiv 1 \bmod p_j(z). \quad (4)$$

Преобразовав выражение (3), получаем

$$m_j(z) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} p_i(z) \equiv 1 \bmod p_j(z). \quad (5)$$

Разделив обе части равенства (5) на величину $M_j(z) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} p_i(z)$, получаем

$$m_j(z) = \left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} p_i(z) \right)^{-1} \bmod p_j(z). \quad (6)$$

Принимая во внимание попарную простоту модулей $p_i(z)$, $i=1, 2, \dots, k+r$, введем обозначение

$$m_j^i(z) = p_i(z)^{-1} \bmod p_j(z).$$

Тогда

$$m_j(z) = \left(\prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} m_j^i(z) \right) \bmod p_j(z). \quad (7)$$

Полученное значение веса ортогонального базиса может быть использовано для вычисления интервального номера, в который попадает ошибочный полином, из условия

$$l_{\text{инт}}^j(z) = \left| (Da_j(z) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{k+r} m_j^i(z)) \bmod p_j(z) p_j^{-1}(z) \right|_{P_{\text{конт}}(z)}^+, \quad \text{где } P_{\text{конт}}(z) = \prod_{i=k+1}^{k+r} p_i(z) \quad (8)$$

Пример. Пусть задана полиномиальная система класса вычетов поля $GF(2^4)$. В данной системе определены следующие минимальные многочлены:

$$p_1(z) = z + 1; p_2(z) = z^2 + z + 1; p_3(z) = z^4 + z^3 + z^2 + z + 1; p_4(z) = z^4 + z^3 + 1; p_5(z) = z^4 + z + 1.$$

В качестве контрольного основания используется основание

$$p_5(z) = z^4 + z + 1. \quad \text{Тогда} \quad P_{\text{раб}}(z) = \prod_{i=1}^4 p_i(z) = z^{11} + z^8 + z^7 + z^5 + z^3 + z^2 + z + 1. \quad \text{Пусть}$$

ошибка произошла равна $Da_2(z) = 1$. Тогда

$$l_{\text{инт}}^2(z) = \left[\frac{Da_2(z) B_2(z)}{P_{\text{раб}}(z)} \right] = \left[\frac{z^{14} + z^{13} + z^{11} + z^{10} + z^8 + z^7 + z^5 + z^4 + z^2 + z}{z^{11} + z^8 + z^7 + z^5 + z^3 + z^2 + z + 1} \right] = z^3 + z^2$$

Воспользуемся (8) для вычисления $l_{\text{инт}}^2(z)$. Значения $m_j^i(z)$ для оснований ПСКВ поля $GF(2^4)$ представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Величины $m_j^i(z)$ для поля $GF(2^4)$

	Значение $p_i(z)$ основания ПСКВ				
	$p_1(z)$	$p_2(z)$	$p_3(z)$	$p_4(z)$	$p_5(z)$
$m_1^i(z)$	-	1	1	1	1
$m_2^i(z)$	z	-	z	z+1	1
$m_3^i(z)$	z^3+z	z^3+1	-	z^2+1	z^3+z^2+1
$m_4^i(z)$	z^3	z^3+z^2+z	z^2	-	z^3+z+1
$m_5^i(z)$	z^3+z^2+z	z^2+z	z^3+z	z^3+z^2	-

Тогда имеем $Da_2(z) = 1; m_2^1(z) = z; m_2^3(z) = z; m_2^4(z) = z + 1$.

Подставляя в равенство (8), получаем:

$$l_{\text{инт}}^2(z) = \left| (z^2(z+1) \bmod (z^2+z+1)(z^2+z+1)^{-1} \bmod (z^4+z+1)) \right| = z^3 + z^2.$$

Таким образом, очевидно, что применение математической модели вычисления интервального номера, согласно (13), позволяет обнаружить в коде все однократные ошибки даже при постепенной деградации структуры СП ПСКВ.

Выводы:

Проведенные исследования позволили доказать связь между размещением ошибочных полиномов по диапазону при деградации структуры вычислительной системы и величинами весов ортогональных базисов ПСКВ. Разработана математическая модель контроля и коррекции ошибок для непозиционных спецпроцессоров ЦОС, функционирующих в ПСКВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калмыков И.А.* Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 276 с
2. *Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики/Н.И. Червяков, И.А. Калмыков И.А., В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.А. Шилов; Под ред. Н.И. Червякова.* – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216 с.
3. *Калмыков И.А., Щелкунова Ю.О., Гахов В.Р., Шилов А.А.* Математическая модель коррекции ошибок в полиномиальной системе класса вычетов на основе определения корней интервального полинома.// Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – Т. 6. - №5. - С. 30-34.
4. *Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В.* Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований сигналов в расширенных полях Галуа// Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2003. - №6. - С.61-68.
5. *Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В.* Математическая модель нейронной сети для коррекции ошибок в непозиционном коде расширенного поля Галуа// Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2003. - №8-9. - С.10-1

Работа представлена на заочную электронную конференцию «Прикладные исследования и разработки по приоритетным направлениям науки и техники, 15-20 января 2008г.» Поступила в редакцию 01.07.2008г.