

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ

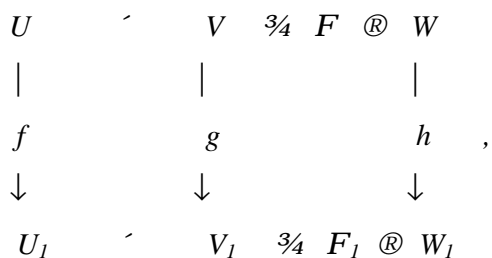
Блюмин С.Л.

Липецкий государственный технический университет

Липецк, Россия

В современных наукоемких технологиях широко применяются быстрые алгоритмы. Простейшей их реализацией является распределительный закон алгебры $a \times + b \times = (a + b) \times$: левая часть этого соотношения содержит две операции умножения, а правая – одну. Обе операции сложения и умножения являются бинарными, но, учитывая их различную роль в приведенном соотношении, представляется целесообразным трактовать сложение именно как бинарную операцию $BA(a, b) = a + b$, то есть как отображение произведения множеств $\mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, тогда как умножение – как унарную $UM_c(a) = a \times$, то есть как отображение множества $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Этим подсказывается следующая общая трактовка [1].

Пусть U, V, W, U_1, V_1, W_1 – некоторые множества, $f: U \rightarrow U_1, g: V \rightarrow V_1, h: W \rightarrow W_1$ – некоторые отображения множеств, $F: U \times V \rightarrow W, F_1: U_1 \times V_1 \rightarrow W_1$ – некоторые отображения произведений множеств [2]. Достаточно общей, широкой и гибкой является реализация быстрых алгоритмов, схематически представленная диаграммой



которой соответствует соотношение $F_1[f(u), g(v)] = h[F(u, v)]$: его левая часть содержит два отображения множеств, а правая – одно.

Если $U = V = W, U_1 = V_1 = W_1, f = g = h$, а $F = \cdot: U \times U \rightarrow U, F_1 = \cdot: U_1 \times U_1 \rightarrow U_1$ – бинарные операции, то последнее соотношение принимает вид $f(u) \cdot f(v) = f(u \cdot v)$, соответствующий определению гомоморфизма группоидов $f: \langle U, \cdot \rangle \rightarrow \langle U_1, \cdot \rangle$ [3], также реализующего быстрый алгоритм в указанном выше смысле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блюмин С.Л. Быстрые отображения // Современные проблемы информатизации в моделировании и анализе сложных систем. – Воронеж: НК, 2007. – С. 153-154.
2. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – 455 с.
3. Общая алгебра / Под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – Т. 2. – М.: Наука, 1991. – 480 с.