АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ

Блюмин С.Л.

Липецкий государственный технический университет

Липецк, Россия

В современных наукоемких технологиях широко применяются быстрые алгоритмы. Простейшей их реализацией является распределительный закон алгебры $a{\cdot}c+b{\cdot}c=(a+b){\cdot}c$: левая часть этого соотношения содержит две операции умножения, а правая – одну. Обе операции сложения и умножения являются бинарными, но, учитывая их различную роль в приведенном соотношении, представляется целесообразным трактовать сложение именно как бинарную операцию $BA(a,b)=a+b$, то есть как отображение произведения множеств $\mathbf{R}$´$\mathbf{R}$®$\mathbf{R}$, тогда как умножение – как унарную $UM_C(a)=a{\cdot}c$, то есть как отображение множества $\mathbf{R}$®$\mathbf{R}$. Этим подсказывается следующая общая трактовка [1].

Пусть U, V, W, U_1, V_1, W_1 – некоторые множества, $f{:}U$®U_1, $g{:}V$®V_1, $h{:}W$®W_1 – некоторые отображения множеств, $F{:}U$´V®W, $F_1{:}U_1$´V_1®W_1 – некоторые отображения произведений множеств [2]. Достаточно общей, широкой и гибкой является реализация быстрых алгоритмов, схематически представленная диаграммой

U ´ V ¾ F ® W

| | |

f g h ,

↓ ↓ ↓

U_1 ´ V_1 ¾ F_1 ® W_1

которой соответствует соотношение $F_1[f(u),g(v)]=h[F(u,v)]$: его левая часть содержит два отображения множеств, а правая – одно.

Если $U=V=W$, $U_1=V_1=W_1$, $f=g=h$, а $F=\cdot{:}U$´U®U, $F_1=$¨$:U_1$´U_1®U_1 – бинарные операции, то последнее соотношение принимает вид $f(u)$¨$f(v)=f(u\cdot v)$, соответствующий определению гомоморфизма группоидов $f{:}<U,\cdot>$®$<U_1,$¨$>$ [3], также реализующего быстрый алгоритм в указанном выше смысле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Блюмин С.Л. Быстрые отображения // Современные проблемы информатизации в моделировании и анализе сложных систем. – Воронеж: НК, 2007. – С. 153-154.

2.Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир, 1965. – 455 с.

3.Общая алгебра / Под общ. ред. Л.А. Скорнякова. – Т. 2. – М.: Наука, 1991. – 480 с.