О КОРОТКОВОЛНОВЫХ МОДЕЛЯХ УДАРНЫХ ПАР

Крупенин В.Л.

Институт машиноведения РАН

Москва, Россия

krupenin@online.ru

1. Ниже, строится возможная уточняющая модель одного из фундаментальных понятий классической физики и механики - ударной пары - и рассматриваются их коротковолновые дискретные реализации. Откажемся от гипотезы о точечной локализации удара и рассмотрим линейно протяженную модель в виде системы, представимой через основную подсистему - натянутую нить с закрепленными на ней N шарами (частицами). Шары сталкиваются с твердыми односторонними ограничителями, которые составляют вторую подсистему. Ограничение может также быть и двухсторонним.

2. Уравнения движения в простейшем случае имеют вид:

$$m_j u_{jtt} + b_j u_{jt} + c_j(u_j - u_{j-1}) + c_{j+1}(u_j - u_{j+1}) + \Phi_j(u_j, u_{jt}) = P_j(t), \qquad (1)$$

где $u_j(t)$ - координата j-го тела; m_j - его масса; c_j – упругость j-го натянутого участка струны часть; b_j - коэффициент сопротивления движению j-го тела; индексация по t обозначает дифференцирование; $P_j\,(t)$ - вынуждающие силы; $\Phi j\,(u_j, u_{jt}\,)$ - динамическая характеристика удара. В уравнении (1) коэффициенты m_j, b_j, и c_j могут иметь сложную структуру (операторов, а не констант). Индекс j пробегает значения от 0 до N. В соответствии с этим изменяются «концевые» уравнения (1) и добавляются граничные условия.

Система (1) может быть также записана при помощи операторов динамической податливости. Структура соответствующих операторных уравнений следующая [1]:

$$u_k(t) = \sum_{k=1}^{N} L(p)\,[P_k\,(t) - \Phi_k(u_j, u_{jt})], \qquad (2)$$

где операторы $L\,(p)$ определены, например, в [1]; p – оператор дифференцирования по t.

3. Аналитическое исследование систем выполняется посредством методов частотно-временного анализа ([1]). В случае T- периодического внешнего возбуждения, для отыскания T-периодических, а также, например, субгармонических (1:l) или

комбинационных (l:q) режимов движения столится 2N – параметрическое представление, следующее из (2):

$$u_j(t) = u_0(x, t) - \sum_{k=1}^{N} J_j \chi_k(t-t_j) \qquad (3)$$

где $J_j \geq 0$ - импульс взаимодействия в j-м элементе; t_j – соответствующий момент взаимодействия; $0<t_j \leq T$.

Полученные решения должны быть проанализированы на устойчивость и выполнимость ряда очевидных геометрических условий [1].

4. Существенные динамические эффекты. Далее мы обсудим некоторые наиболее существенные эффекты, найденные при анализе модели (1) с периодической структурой: для каждого j все m_j, b_j *и* c_j - одинаковы и равны m, b, *и* c. Внешнее возбуждение было выбрано синусоидальным.

Главный результат - нахождение периодических режимов с синхронными взаимодействиями в отдаленных точках системы. Такие режимы названы «хлопками».

При реализации хлопков система ведет себя традиционно: имеют место эффекты затягивания по частоте и амплитуде, жесткого запуска и другие, характерные для классических ударных осцилляторов (систем, представляющих собой единственные упругий элемент и массивное тело).

Многие свойства хлопков оказываются подобными свойствам собственных форм линейных колебаний струны. Так, например, легко построить «высшие» формы хлопков. Такие формы особенно просто строятся для случаев двусторонних ограничителей.

Вместе с тем были также обнаружены и описаны решения более сложной природы. Оказалось, например, что поведение системы существенно зависит от концентрации частиц (длин пролетов струны). При увеличении концентрации проявляются эффекты, свойственные распределенным системам. При низкой концентрации частиц легче обнаружить, в частности, хаотические режимы движения. Усложненные модели позволяют обнаружить также и солитонные решения («бризеры»).

Наряду с указанными частотно-временными аналитическими методами были использованы, естественно, и численные метода анализа. Их применение особенно актуально при усложнении моделей. Однако, в силу того, что частотно – временные методы позволяют трансформировать уравнения движения в форму, не содержащую сингулярные обобщенные функции, лучший результат дают комбинированные методы, так как в отсутствии разрывов эффективность всех численных процедур существенно возрастает.

Указанные эффекты нашли также и экспериментальное обоснование.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 08-01-00181 и 08-08-00220).

Литература

1. Babitsky V.I.,. Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems.- Berlin. Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2001. –404 p.p.