ЛОКАЛИЗАЦИИ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ КОДАХ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ КЛАССОВ ВЫЧЕТОВ С МИНИМАЛЬНОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

Калмыков И.А., Резеньков Д.Н.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск

Ставрополь, Россия

Модулярные коды полиномиальной системы классов вычетов ПСКВ обладают потенциальными возможностями по построению кодов, способных обнаруживать и исправлять ошибки в процессе выполнения операций, независимо от природы возникновения арифметических ошибок [1,2,3,4].

В случае обнаружения ошибки производится коррекция ошибочной комбинации. Для реализации данной процедуры рассмотрим следующую теорему.

Теорема. Если в нормированной системе оснований ПСКВ $p_1(z), p_2(z),..., p_{k+1}(z)$ задан полином $A(z)=(a_1(z), a_2(z), ...,a_{k+1}(z))$ с нормированным следом $\gamma_{k+i}(z)$, то данный полином является разрешенным при условии $\gamma_{k+i}(z)=0$, *в* противном случае - он содержит ошибку [1,2].

Доказательство

Применение китайской теоремы об остатках позволяет представить полином $A(z) = (a_1 (z), a_2(z), ...,a_{k+l}(z))$ в виде суммы ортогональных полиномов

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), ...,a_{k+l}(z)) = \sum_{i=1}^{k+1} a_i(z)B_i(z) mod P_{полн}(z). \qquad (1)$$

Если положить условие, что полином $A(z)$ является разрешенным, т.е. $A(z)\hat{I}P_{ра6}(z)$,то справедливо

$$A(z) = (a_1(z), a_2(z), ...,a_k(z)) = \sum_{j=1}^{k} a_j(z)B_j^*(z) mod P_{раб}(z) \qquad (2)$$

где $B_j^*(z)$ - ортогональные базисы безизбыточной системы оснований.

Тогда имеем

$$(a_1(z), a_2(z), ...,a_{k+l}(z))= (a_1(z), a_2(z), ...,a_k(z)) \qquad (3)$$

Расширив безубыточную систему оснований ПСКВ $p_1(z), p_2(z),..., p_k(z)$ на основание $p_{k+1}(z)$, представим ортогональные базисы в виде

$$|a_1(z)B_1^*(z)|^+_{Pраб(z)}=(a_1(z),0,0,\ldots,0, y^1_{k+1}(z))=A_1(z);$$
$$|a_1(z)B_1^*(z)|^+_{Pраб(z)}=(0, a_2(z),0,\ldots,0, y^2_{k+1}(z))=A_2(z) ; \qquad (4)$$
$$\ldots$$
$$|a_k(z)B_k^*(z)|^+_{Pраб(z)}=(0, 0,0,\ldots,a_k(z), y^k_{k+1}(z))=A_k(z);$$

Таким образом, получены псевдоортогональные полиномы, у которых ортогональность нарушена по контрольному основанию. Тогда нормированный след и $S_{k+1}(z)$

полинома $A(z)$ определяется как разность исходного $A(z)$ и величин m псевдоортогональных полиномов

$$A(z)-\sum_{i=1}^{k} A_1(z) = y_{k+1}(z) \qquad (5)$$

Поскольку, согласно (3) выхода за пределы рабочего диапазона не происходит, то значение нормированного следа полинома $y_{k+1}(z)$однозначно определяет факт наличия ошибки.

Если полином $A(z)$ является разрешённым, то на основе (2) и (3) имеем, что значение нормированного следа

$y_{k+1}(z) = 0.$

Допустим, что ошибка возникла по i-ому основанию, $i = 1,2,...,к+1$. Рассмотрим случай, когда $i= к+1$. Тогда $A^*(z) = (a_1(z),a_2(z),...,a^*_{k+1}(z))$. Так как все остатки по рабочим основаниям не изменялись, то сумма псевдоортогональных полиномов $A_i(z)$, $i=1,2, ...,k$, по контрольному основанию даст значения

$$\sum_{i=1}^{k} y^i_{k+1}(z) mod\, p_{k+1}(z)= a_{k+1}(z).$$

Но так как ошибка произошла по избыточному основанию, то справедливо $a^*_{k+1}(z) \neq a_{k+1}(z)$

Следовательно, нормированный след полинома $y_{k+1}(z)\neq 0$.

Пусть ошибка произошла по рабочему основанию $p_i(z)$, где $i = 1,2,...,к$. Тогда полином примет вид $A^*(z) = (a_1(z),…,a^*_i(z),...,a_{k+1}(z))$. Очевидно, что изменение величины остатка $a_i(z) \neq a^*_i(z)$ ведет к использованию в выражении (5) вместо псевдоортогонального полинома $A_i(z)$другого полинома $A_i^*(z)$. Таким образом $\gamma^i_{k+1}(z)\neq \gamma^*_{k+1}(z)$. Следовательно, $y_{k+1}(z) \neq 0$. Значит полином $A^*(z)$ содержит ошибку.

Доказательство закончено.

Очевидно, что доказанная теорема позволяет использовать позиционную характеристику нормированный след полинома для построения эффективных процедур поиска и локализации ошибок в модулярных кодах ПСКВ. При этом значение номера интервала, в который попадает ошибочный полином $A^*(z)$ равен значению остатка по контрольному модулю $y_{k+1}(z)$ и определяется следующим образом [3]

$$l(z)= y_{k+1}(z)=[\Delta a_i(z) m_i(z) p_{k+1}(z) / p_i(z)] mod\, p_{k+1}(z). \qquad (6)$$

Поскольку каждая из ошибок может перевести правильный полином $A(z)$ в полином $A^*(z)$, лежащий вне нулевого диапазона $P_{полн}(z)$,то зная номер интервала куда попал $A^*(z)$, можно определить совокупность оснований, в остатках которых могла произойти ошибка.

Кроме того, существенным фактором является возможность определения величины ошибки, которая перевела разрешенную комбинацию $A(z)$ в запрещенный диапазон [4].

В связи с этим открывается дополнительные возможности к сокращению процесса определения места ошибки. Поскольку ошибки по рабочим основаниям $p_1(z), p_2(z),...,p_n(z)$ могут располагаться лишь в интервалах, определенных выражением $ord\ p_i(z)^3\ ord\ p_{k+1}(z)$,то в случае когда имеет место ошибка, не относящаяся ни к одному из возможных интервалов, можно утверждать, что она имела место в остатке по контрольному основанию $p_{n+1}(z)$.

Следует отметить, что распределение ошибок по интервалам числового диапазона полностью зависит от величины контрольного основания, т.е. от имеющей место избыточности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе класса вычетов.- М.: ФИЗМАТЛИТ,2005.-274с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О.,Бережной В.В. Архитектура отказоустойчивой нейронной сети для цифровой обработки сигналов /Нейрокомпьютеры: разработка, применение.№12, 2004, с.51-60.

3. И.А. Калмыков, Л.И. Тимошенко, Д.Н. Резеньков. Непозиционное кодирование информации в конечных полях для отказоустойчивых спецпроцессоров цифровой обработки сигналов. - Инфокоммуникационные технологии. №3 2007 года, с.36-39.

4. Калмыков И.А., Ермолаева Е.В., Резеньков Д.Н.. Спектральный методобнаружения и коррекции ошибок в кодах ПСКВ. – Научно-техническая конференция. ч.1года, с.153.