ДВИЖЕНИЕ ЗЕРНОВОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ВЫГРУЗКИ БУНКЕРА

Воронина М.В., Исаев Ю.М., Семашкин Н.М., Измайлов З.Р.
Ульяновская государственная сельскохозяйственная академия. Ульяновск, Россия
isurmi@yandex.ru

Предварительными исследованиями установлено, что зерно выгружается пружинным рабочим органом из того участка бункера, который наиболее удален от выгрузного окна. Причину этого явления следует объяснить тем, что перемещается материал винтовой поверхностью пружины более активно, чем материал, находящийся над данным слоем, не имея при этом свободного пространства для истечения.

Постановка задачи. Рассмотрим схему движения зерна за счет транспортирующих органов в донной части бункера длиной L, в котором находится слой зерна высотой H. Ось x направлена вдоль движения зерна, а ось z перпендикулярно оси x. Для нахождения распределения скоростей вдоль оси x примем, что при $z = 0$ скорость сыпучего материала за счет транспортирующих органов $\upsilon_x = 0$ а при $z = h$, где h - высота движущегося слоя зерна определяется размером щели.

Исходя из сложной внутренней сущности насыпного материала, отдельные частицы которого являются телами, а вся масса имеет стремление к течению (и при определенных условиях течет, давая «расход» сыпучего материала), для описания поведения «текущего» сыпучего материала можно представить его некоторой вязкой жидкости со средней объемной плотностью ρ и коэффициентом вязкости (внутреннего трения) η. На основании принятой гидромеханической модели динамику сыпучего тела можно описать уравнениями, аналогичными уравнениям Навье-Стокса для вязкой жидкости. Так как «течение» сыпучего продукта начинается лишь при наличии движения его относительно рабочего органа, т.е. при наличии относительной скорости, то удобно записать уравнение движения относительно подвижных осей координат, связанных с рабочим органом, причем силы инерции переносного движения в этом случае учитывались как массовые, аналогично силам тяжести. Тогда уравнения движения сыпучего тела, отнесенные к подвижной системе отсчета, представляется следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{du_x}{dt} = g_x - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial P}{\partial x} + n \cdot \Delta u_x - a_x \\ \dfrac{du_y}{dt} = g_y - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial P}{\partial y} + n \cdot \Delta u_y - a_y \\ \dfrac{du_z}{dt} = g_z - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial P}{\partial z} + n \cdot \Delta u_z - a_z \end{cases}, \qquad (1)$$

где u_x, u_y, u_z - проекции произвольной точки сыпучей среды на соответствующие оси координат; X, Y, Z - проекция массовых сил; P - среднее нормальное напряжение (давление) в точке, непосредственно не зависящее от скоростей деформаций; $\nu = \eta / \rho$ - кинематический коэффициент вязкости; Δ - дифференциальный оператор Лапласа: g - ускорение силы тяжести; a - ускорение переносного движения. . Из выражений (1) получаем дифференциальные уравнения относительного движения сыпучего продукта вдоль оси x, при этом некоторыми величинами, например g_x и g_y ввиду их малости пренебрегаем.

Для наших режимов эти уравнения выражаются следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{du_x}{dt} = n\,\dfrac{d^2u_x}{dz^2} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial P}{\partial z} = g \end{cases} \qquad (2)$$

Идеализируя рассматриваемый процесс, выделим его особенности:

а) относительное смешение слоев сыпучего продукта в процессе движения в результате наличия сил внутреннего трения (вязкости);

б) относительное движение зернового материала, зависящее от параметров переносного движения винтовой линии пружины.

Первая особенность математически опишется первым уравнением системы (2), если в нем пренебречь силами инерции переносного движения:

$$\frac{du_x}{dt} = n\,\frac{d^2u_x}{dz^2} \qquad (3)$$

Влияние переносного движения (учет второй особенности) можно осуществить заданием такого граничного условия на транспортере, которое бы учитывало факторы переносного движения.

Поэтому в качестве первого граничного условия примем: при $z = 0$; $\upsilon_x = \upsilon_0$, где υ_0 - величина, связанная с кинематическими параметрами рабочего органа, в общем, является известной. В качестве второго граничного условия примем: при $z = h$; $\upsilon_x = 0$. В качестве начального условия примем: при $t = 0$; $\upsilon_x = 0$ $(0 < z < h)$

Таким образом, уравнение (3) вместе с граничным и начальным условием представляет собой математическую модель рассматриваемого процесса. Необходимо заметить, что процесс является неустановившимся:

Тогда решение уравнения (3) запишется:

$$u_x(z,t) = u_0\left(1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{p}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\cdot e^{-\frac{nk^2p^2}{h^2}t}\sin\frac{kp}{h}z\right)$$

Ограничиваясь двумя членами этого ряда, получим:

$$u_x(z,t) = u_0\left[1 - \frac{z}{h} - \frac{2}{p}\sin\frac{p}{h}z\cdot e^{-\frac{np^2}{h^2}t}\left(1 + e^{-\frac{3np^2}{h^2}t}\cdot\cos\frac{p}{h}z\right)\right]$$

Допускается, что при больших значениях t в пределах до 5 секунд, режим перемещения сыпучего материала становится установившимся, и скорость вдоль оси будет иметь вид:

$$u_x(z,t) = u_0\left(1 - \frac{z}{h}\right) \qquad (4)$$

Данное решение позволяет объяснить опытный факт, что из щелевого бункера вначале выгружается насыпной материал, расположенный в задней части бункера, а материал, расположенный в передней части, захватывается в последнюю очередь.