519.8

GERT-СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Ермолаева Л.В.

ГОУ ВПО «Красноярский государственный торгово-экономический институт»

Стохастическое представление моделей формирования производственных процессов в виде базовой GERT-сети позволяет получить достаточное количество полезной информации о временных характеристиках реализации этих процессов.

Система GERT-моделей позволяет включать случайные отклонения и неопределенность, возникающие непосредственно во время выполнения каждой отдельной задачи алгоритма. Следовательно, в полученный результат уже включены все случайные колебания и нет необходимости вносить в него дополнительные поправки, не считая тех, которые соответствуют аварийным ситуациям при завершении процессов. В сущности, эти поправки характеризуют реальную ситуацию в рамках существующей технологии управления процессами.

Рассмотрим подход к минимизации затрат и времени при формировании распределенных процессов с учетом стохастической реализации процесса. В качестве базовой модели рассмотрим простую ациклическую детерминированную модель, которая имеет "GERT-подобную узловую логику" [1]. Такую модель будем называть сетью для *формирования*, подчеркивая этим термином, что план реализации производственного процесса выбирается в процессе формирования, т.е. принимается решение о том, какие операции процесса должны быть выполнены для минимизации некоторой целевой функции.

Пусть N - ациклическая сетевая модель распределенного процесса с источниками и стоками, где множество узлов обозначается V, а множество дуг - E. Предположим, что N имеет только один исток, который обозначается через r и соответствует началу формируемого процесса. Предполагается также, что один из стоков N представляет собой успешное завершение всех операций процесса и обозначается s. Оставшиеся стоки, если они есть, могут представлять собой различные виды неудачного завершения или прерывания процесса.

Ациклическую сетевую модель $N(V,E)$ только с одним истоком и со стоками назовем сетью для формирования распределенного процесса, если каждый узел i из N определен через входную характеристику $X_i^- \in 0,1,...,|P(i)|$ и *выходную характеристику* $X_i^+ \in 0,1,...,|S(i)|$, где множество узлов обозначается V, а множество дуг – E; $|P(i)|,|S(i)|$- мощность множества предшественников и последователей узлов I соответственно.

Характеристики, формирующие GERT-подобную узловую логику, имеют следующие значения.

(а) Узел активируется сразу же, как только входные действия X_i^- завершаются.

(б) Как только узел i активирован, то не более X_i^+ выходных действий начинает выполняться. Если узел i не активируется, то ни одно выходное действие не выполняется.

Для источника r полагаем $X_r^- = 0$, т.е. он всегда активирован. Кроме того, $X_i^+ = 0$ для $i \in S$, где S - множество стоков N.

Нужно отметить, что, во-первых, если $X_i^- = 1$, тогда узел i имеет *OR*-вход, и, если $X_i^- = |P(i)|$, то тогда i имеет *AND*-вход. И если "не более" заменяется на "точно" в (б), то $X_i^+ = 1$ соответствует вероятностному выходу, а $X_i^+ = |S(i)|$ соответствует детерминированному выходу. Во-вторых, если данная сеть N для формирования процессов имеет множество источников R $(|R|>1)$ и множество $R' \subset R$, $R' \neq 0$ активизируется в начале выполнения набора операций, то можно формально перевести N в соответствующую *одно-истоковую* сеть следующим образом.

Введем новый единый источник r_0 и для каждого $i \in R$ введем вспомогательную дугу $< r_0, i >$.

Кроме того, установим $X_{r_0}^- = X_{r_0}^+ = 0$ и определим

$$X_i^- = \begin{cases} 0 & для \quad i \in R' \\ 1 & для \quad i \in R / R' \end{cases}.$$

Для формализации условий узловой логики введем дуговые переменные ($<i,j> \in E$):

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad \langle \text{i, j} \rangle \quad \text{выполняется;} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

и узловые переменные $(i \in V)$:

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad i \text{ активируется;} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

где $\mathrm{u_r} = 1$, т.е. источник всегда активируется.

Тогда условия узловой логики (а) и (б) могут быть переписаны в следующем виде:

$$\sum_{k \in P(i)} w_{ki} \geq X_i^- u_i \qquad (i \in V / \{r\}); \tag{2.2.1}$$

$$\sum_{k \in P(i)} w_{ki} < X_i^- + M_i u_i, \quad \text{где} \quad M_i > |P(i)| - X_i^- \qquad (i \in V / \{r\}); \tag{2.2.2}$$

$$\sum_{j \in S(i)} w_{ij} \leq X_i^+ u_i \qquad (i \in V / S). \tag{2.2.3}$$

Если u_i=1 в (2.2.1), то это значит, что в результате активации узла i выполняется, по крайней мере, X_i^+ входящих воздействий. Если u_i=0 в (2.2.2), то это значит, что узел i не активирован, т.к. менее чем X_i^+ входящих действий выполнено. Таким образом, оба эти неравенства вместе соответствуют (а). Полагая u_i =1 и u_i=0 в (2.2.3), обеспечиваем выполнение (б).

Так как сетевая модель для формирования распределенных процессов ациклична, то каждая операция соответствующего процесса либо выполняется только один раз, либо не выполняется вообще.

Литература:

1. Pritsker A.A. GERT: Graphical Evaluation and Review Technique. Part.1, Fundamentals. The Journal of Industrial Engineering (May 1966), pp. 67-101.