ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЯТНА КОНТАКТА ИНСТРУМЕНТА С ДЕТАЛЬЮ.

Гришин О.П., Настин А.А., Исаев Ю.М., Морозов А.В.
Ульяновская государственная сельскохозяйственная академия
Ульяновск, Россия
isurmi@yandex.ru

При расчете площади пятна контакта инструмента с компактной деталью принимались посылки о том, что пятно контакта есть плоская фигура - окружность, эллипс, прямоугольник, в зависимости от формы обрабатываемой детали и обрабатывающего инструмента. Площадь пятна контакта определялась по формулам площадей плоских фигур. Использование этих формул для случая обработки порошковых деталей не представляется возможным, поскольку величина деформации детали значительно превосходит величину микронеровностей поверхности. Поэтому возникла необходимость разработки новой методики определения площади пятна контакта инструмента с деталью.

В общем случае пятно контакта недеформируемого инструмента с пластичной поверхностью представляют собой пространственную фигуру, образованную на инструменте (торе, цилиндре, шаре) пересечением пластичной поверхности детали - чаще всего цилиндра. Поэтому для нахождения площади пятна контакта необходимо решать задачу о пересечении двух пространственных фигур. При электромеханической обработке наиболее часто применяется инструмент, рабочая поверхность которого представляет собой поверхность тора. При обработке деталей типа втулок обрабатываемая поверхность представляет собой цилиндр.

Исходя из вышесказанного, считаем, что наиболее общим случаем контакта инструмента с деталью является задача о пересечении цилиндра с тором. Пятно контакта является частью поверхности жесткого тора, ограниченной пересечением с пластичным цилиндром.

Рассмотрим поверхность контакта цилиндра и ролика в виде тора по внутренней поверхности цилиндра.

Уравнение поверхности тора, внедряемой в цилиндр, в декартовой системе координат запишется:

$$z=\sqrt{r^2-\left(\sqrt{x^2+y^2}-R\right)^2}$$

Раскрывая скобку и возводя в квадрат, получим:

$$z=\sqrt{r^2-\left(x^2+y^2\right)+2R\sqrt{x^2+y^2}-R^2}$$

Для вычисления поверхности необходимо найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$:

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{-x+\dfrac{xR}{\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{r^2-\left(x^2+y^2\right)+2R\sqrt{x^2+y^2}-R^2}}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{-y+\dfrac{yR}{\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{r^2-\left(x^2+y^2\right)+2R\sqrt{x^2+y^2}-R^2}}$$

Переходя к цилиндрической системе координат вычисляем площадь поверхности по формуле

$$S=\iint_D \frac{r}{\sqrt{r^2-\left(r-R\right)^2}}\, r\,d\,r\,d\,j\ .$$

Для вычисления необходимо найти пределы интегрирования по области D при переходе к двукратному интегралу.

Рассмотрим рисунок 1. Уравнение окружности сечения цилиндра в декартовой системе координат запишется: $\left(x+a\right)^2+y^2=b^2$, где a - координата центра окружности по оси Ox; b - радиус окружности. Раскроем скобки и при помощи формул $\begin{cases} x=r\cos j \\ y=r\sin j \end{cases}$ перейдем к полярной системе координат:

$$r^2+2ar\cos j+a^2-b^2=0\ .$$

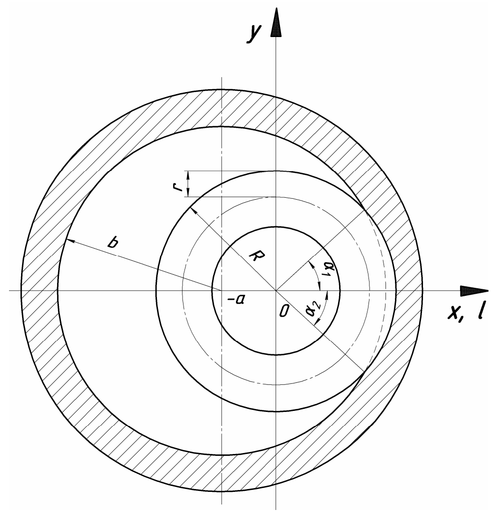

Рис. 1.
Расчетная схема для определения площади пятна контакта

Уравнение окружности сечения цилиндра в полярной системе координат:

$$r = \sqrt{a^2\left(\cos^2 j - 1\right) + b^2} - a\cos j \ .$$

Область интегрирования ограничена с одной стороны уравнением окружности внутри сечения цилиндра, а с другой стороны уравнением внешней окружности тора $r = R$, тогда в полярной системе координат площадь поверхности пятна вычисляется по формуле:

$$S = \int_0^a dj \int_{r=\sqrt{a^2\left(\cos^2 j - 1\right)+b^2} - a\cos j}^{r=R+к} \frac{r}{\sqrt{r^2 - \left(r - R\right)^2}} r\,d\,r \ .$$

Площадь пятна контакта определяется как сумма площадей контакта в зонах пластической и упругой деформации.

Сначала найдем площадь пятна контакта в зоне пластической деформации при заданных значениях размеров вала и ролика (в мм).

$$r = 3, \quad R = 30, \quad a = 7{,}4, \quad b = 40 \qquad\qquad x = \frac{b^2 - R^2 - a^2}{2a} = 30{,}827$$

$$a = \arccos\left(\frac{x}{R+r}\right) = \arccos\left(\frac{b^2 - \left(R+r\right)^2 - a^2}{2\left(R+r\right)a}\right) = 0.365$$

$$S_{пласт} = \int_0^a dj \int_{r=\sqrt{a^2\left(\cos^2 j - 1\right)+b^2} - a\cos j}^{r=R+к} \frac{r}{\sqrt{r^2 - \left(r - R\right)^2}} r\,d\,r = 14.725 \ \text{мм}^2$$

Затем найдем площадь пятна контакта в зоне упругой деформации при $b = 40{,}2$:

$$S_{упруг} = \int_0^a dj \int_{r=\sqrt{a^2\left(\cos^2 j - 1\right)+b^2} - a\cos j}^{r=R} \frac{r}{\sqrt{r^2 - \left(r - R\right)^2}} r\,d\,r = 7{,}333 \ \text{мм}^2$$

Общая площадь пятна контакта $S = S_{пласт} + S_{упруг} = 22{,}058$ мм^2